



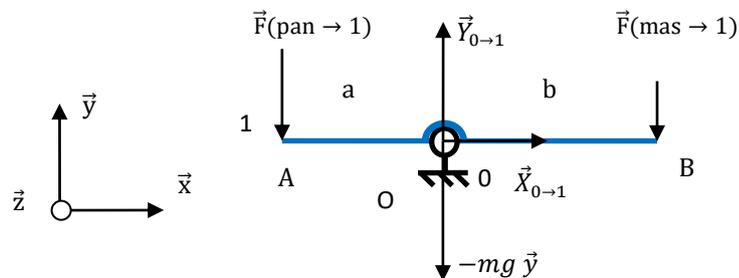
## TD 05 ACTIONS MECANQUES

### Lois de commande en effort d'un mécanisme à l'équilibre

#### Exercice 1 : SOLIDE SOUMIS A DEUX GLISSEURS

- Question 1 :** Démontrer qu'un solide soumis à deux forces en équilibre a nécessairement ses forces extérieures de même direction, de même norme et de sens opposé.
- Question 2 :** Etudier l'équilibre d'un vérin.
- Question 3 :** Quels autres systèmes matériels peut-on rencontrer qui sont soumis à deux glisseurs ?
- Question 4 :** Que se passe-t-il pour un solide en équilibre soumis à trois forces ?

#### Exercice 2 : BALANCE ROMAINE



On s'intéresse à l'équilibre d'une balance mécanique. Lorsqu'elle est vide, la balance est horizontale à l'équilibre. On cherche à déterminer la masse du panier avec une masselotte de 2 kg.

$$a = 0,1 \text{ m}, b = 0,4 \text{ m}, F(\text{mas} \rightarrow 1) = 20 \text{ N}$$

**Objectif :** Déterminer la masse du panier.

- Question 1 :** Déterminer  $F(\text{pan} \rightarrow 1)$  et les actions de liaisons  $X_{0 \rightarrow 1}$ ,  $Y_{0 \rightarrow 1}$  uniquement en fonction de  $F(\text{mas} \rightarrow 1)$   $a$  et  $b$ .

#### Exercice 3 : SYSTEME DE POSE RAPIDE DE TRAVURES

(d'après X ENS-PSI 2014)

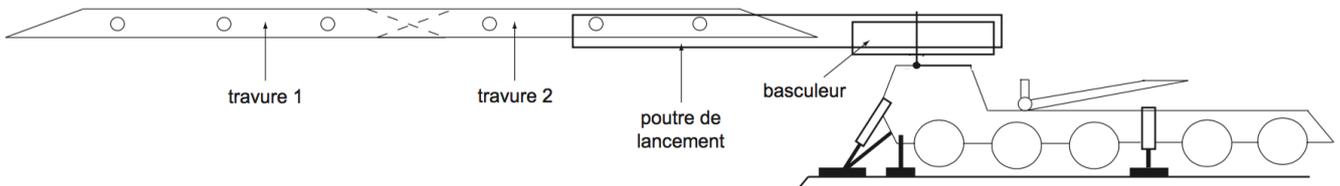


Le Système de Pose Rapide de Travures (SPRAT) est un improbable véhicule assurant la dépose rapide d'un pont permettant de franchir une brèche ou rivière de 25 m de large en moins de 10 min.

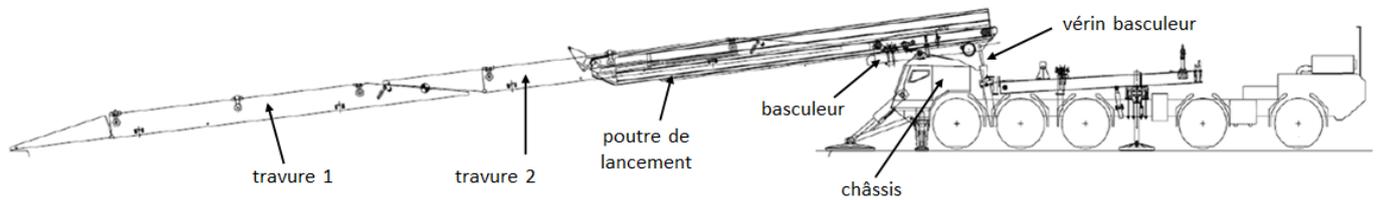
Avant dépose, 2 travures (constituant le pont) sont déployées et assemblées sur une poutre de lancement.

<https://www.dailymotion.com/video/k3dfREncPkCXcVBvEKS>



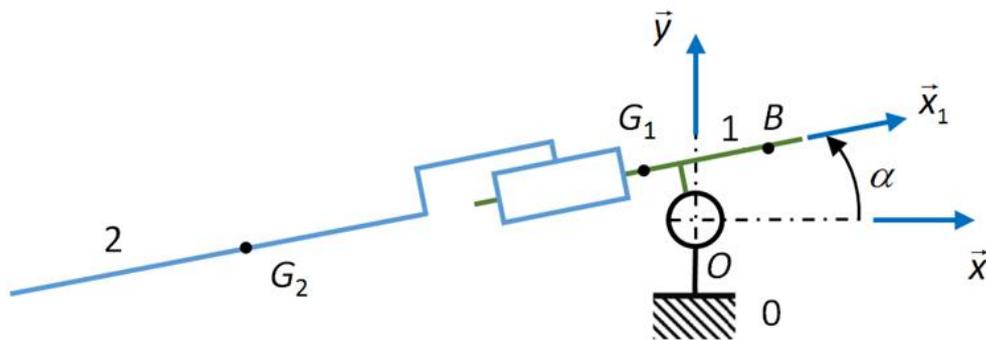


La dépose est réalisée par rotation du basculeur par rapport au châssis.



Le modèle est le suivant :

- **châssis 0**, repère lié  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , supposé Galiléen,
- **basculeur 1** en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  par rapport à 0, de masse  $M_1 = 7,5$  tonnes, de centre de masse  $G_1$  tel que  $\vec{OG}_1 = -a\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$  avec  $a = 0,3$  m et  $b = 0,2$  m.
- **ensemble 2 = {poutre de lancement, travures}** en liaison glissière de direction  $\vec{x}_1$  par rapport à 1, de masse  $M_2 = 18,8$  tonnes, de centre de masse  $G_2$  tel que  $\vec{OG}_2 = -x\vec{x}_1 + b\vec{y}_1$ .



Pendant la phase de dépose ( $0^\circ \leq \alpha \leq 10^\circ$ ) :

- le basculeur 1 s'incline à la vitesse de rotation  $\dot{\alpha} = cte$  par rapport au châssis 0. Ce mouvement de rotation est contrôlé par le **vérin basculeur** délivrant une force  $\vec{R}(0 \rightarrow 1) = F_1\vec{y}_1$  passant par B, avec  $\vec{OB} \cdot \vec{x}_1 = c = 2$  m.
- un **vérin lanceur** contrôlant quant à lui le mouvement 2/1 doit maintenir l'équilibre. Pour ce faire, il délivre une force  $\vec{R}(1 \rightarrow 2) = F_2\vec{x}_1$  passant par  $G_1$ ,  $x$  est alors constant et vaut 8 m.

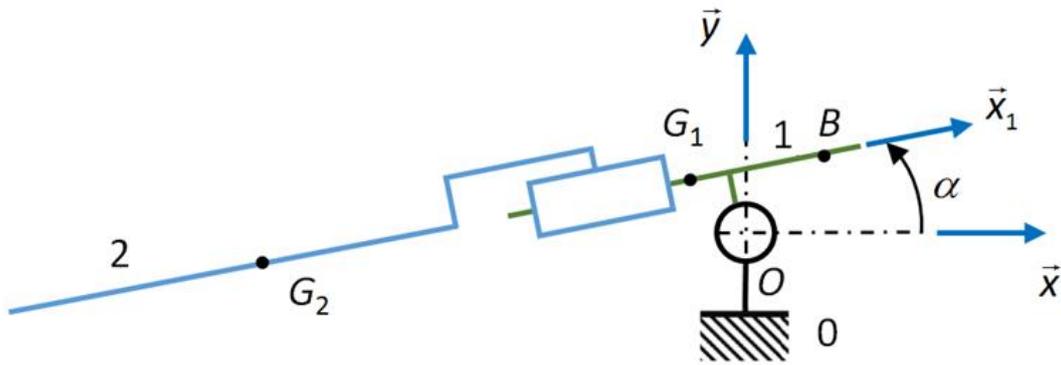
Lors de cette phase de dépose, on suppose que les mouvements relatifs des solides les uns par rapport aux autres se font à vitesse constante et suffisamment lente pour négliger les effets dynamiques. Cela signifie, que pour la détermination de actions mécaniques, on peut supposer que les mouvements sont assimilables à une succession de position d'équilibre.

**Objectif :** Dimensionner les actionneurs.

**Question 1 :** Réaliser le graphe d'analyse de ce système.

**Question 2 :** Choisir l'isolement qui permettra, par application du principe fondamental de la statique, de déterminer l'expression de  $F_2$  permettant de maintenir l'ensemble 2 en équilibre statique par rapport au basculeur 1. Faire l'inventaire, sous forme de torseurs, des actions mécaniques extérieures à cet isolement

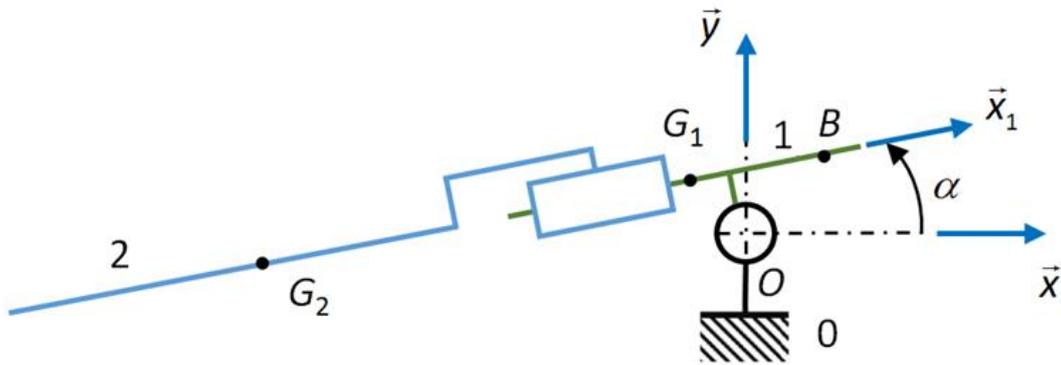
**Question 3 :** Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.



**Question 4 :** Déterminer l'expression de  $F_2$  permettant de maintenir l'ensemble 2 en équilibre statique par rapport au basculeur 1. En déduire les valeurs maximale et minimale de  $F_2$  lors d'une phase de dépose.

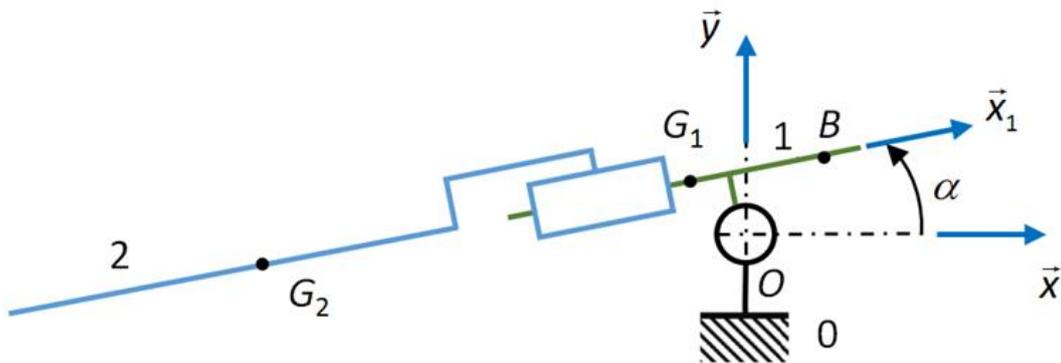
**Question 5 :** Choisir l'isolement qui permettra, par application du principe fondamental de la statique, de déterminer l'expression de  $F_1$  permettant d'assurer la phase de dépose. Faire l'inventaire, sous forme de torseurs, des actions mécaniques extérieures à cet isolement.

**Question 6 :** Après avoir choisi l'équation du principe fondamental de la statique qui sera utilisée, représenter sur le schéma ci-dessous (flèches pour les forces résultantes et arcs de cercle orientés pour les moments de force résultante) les actions mécaniques utilisées dans son application.



**Question 7 :** Déterminer l'expression de  $F_1$  permettant d'assurer la phase de dépose. En déduire les valeurs maximale et minimale de  $F_1$  lors de cette phase.

On remplace l'actionneur « vérin basculeur » par un motoréducteur délivrant un couple  $C_m \vec{z}$  de  $0 \rightarrow 1$ .



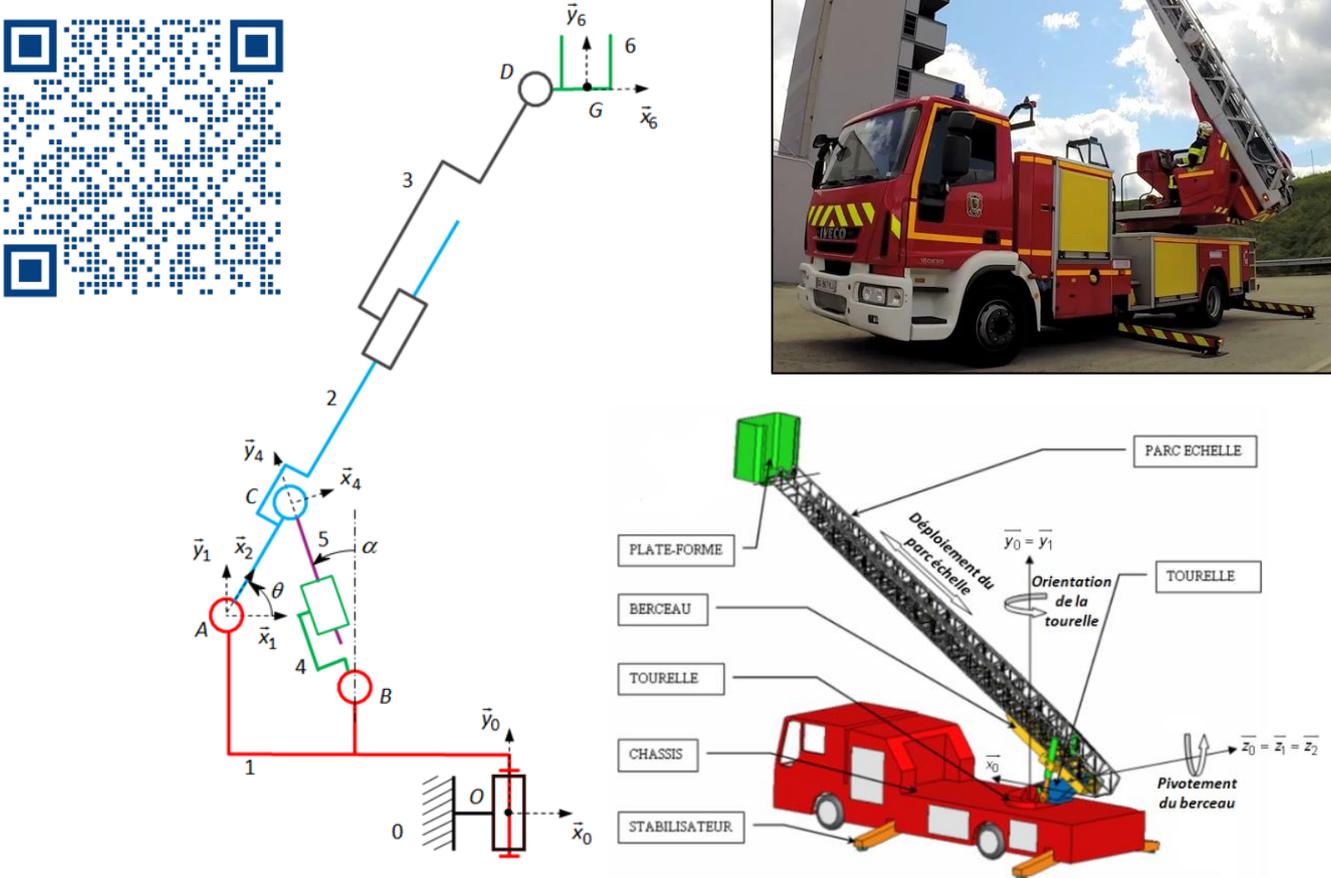
**Question 8 :** Déterminer l'expression de  $C_m$  permettant d'assurer la phase de dépose. En déduire les valeurs maximale et minimale de  $C_m$  lors de cette phase

## Exercice 4 : ECHELLE EPAS

(d'après CCP PSI 2007)

On s'intéresse à une Échelle Pivotante Automatique à commande Séquentielle.

Ce système, conçu et commercialisé par la société CAMIVA, est monté sur le châssis d'un camion de pompiers et permet de déplacer une plate-forme, pouvant recevoir deux personnes et un brancard (charge maxi 270 kg), le plus rapidement possible et en toute sécurité. <https://youtu.be/BIs9nEC-GSI>



Le système est représenté sous forme de schéma cinématique ci-dessus. Ce système est constitué de six solides, listés ci-dessous avec leur repère lié :

- châssis 0,  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  ;
- tourelle 1,  $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  ;
- berceau 2,  $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  ;
- parc échelle 3,  $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$  ;
- corps du vérin de dressage 4,  $R_4(B, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$  ;
- tige du vérin de dressage 5,  $R_5(B, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$  ;
- plate-forme 6,  $R_6(G, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$ .

$$\overrightarrow{AC} = c \vec{x}_2 \text{ avec } c = 2 \text{ m}$$

$$\overrightarrow{CD} = d \vec{x}_2$$

$$\overrightarrow{DG} = e \vec{x}_6 \text{ avec } e = 1 \text{ m}$$

Quels que soient les mouvements, le système impose à la **plate-forme 6 de rester horizontale**.  $B_6 = B_1$

Le système comprend 4 actionneurs :

- un motoréducteur délivrant un couple  $C_{0 \rightarrow 1} \vec{y}_0$  de  $0 \rightarrow 1$  ;
- un vérin de dressage  $\{4,5\}$  délivrant une force  $F_{1 \rightarrow 2} \vec{y}_4$  passant par C de  $1 \rightarrow 2$  ;
- un moteur linéaire délivrant une force  $F_{2 \rightarrow 3} \vec{x}_2$  passant par D de  $2 \rightarrow 3$  Pas de la vis  $p = 10 \text{ mm}$ ,  $\eta_{23} = 0,7$  ;
- un motoréducteur délivrant un couple  $C_{3 \rightarrow 6} \vec{z}_1$  de  $3 \rightarrow 6$ , rapport de réduction  $r = 0,001$ ,  $\eta_{36} = 0,9$ .

**Objectif** : Dimensionner les actionneurs.

**Question 1 :** Réaliser le graphe d'analyse de ce système. Dans notre étude, on cherche à déterminer, entre autres, l'effort que doit fournir le vérin de dressage. On le fera donc apparaître uniquement sous la forme d'une action mécanique et non pas comme un ensemble de solides {tige 5, corps 4}.

On se place dans la position  $\theta = \alpha = 45^\circ$  et  $d=8$  m avec une charge maximale de la plate-forme  $M = 270$  kg en G. On néglige les poids des différents éléments afin de n'étudier que le seul effet du poids de la plate-forme.

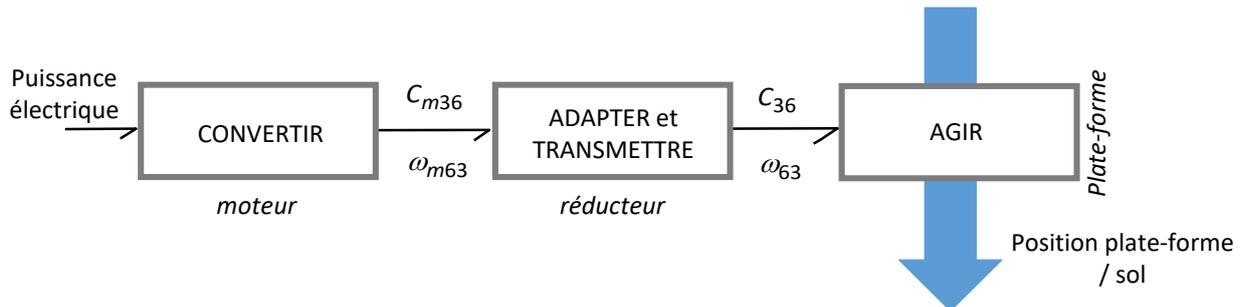
Pour chaque résolution ci-dessous, faire également un rapide schéma en faisant apparaître les actions mécaniques utilisées (flèches pour les forces résultantes et arc de cercle orienté pour les moments de force résultante).

**Question 2 :** Déterminer le couple  $C_{3 \rightarrow 6}$  qui doit être fourni afin de garder le système en équilibre.

**Question 3 :** Déterminer la force  $F_{2 \rightarrow 3}$  qui doit être fournie afin de garder le système en équilibre.

**Question 4 :** Déterminer la force  $F_{1 \rightarrow 2}$  qui doit être fournie afin de garder le système en équilibre.

On donne la chaîne de puissance partielle de « orienter la plate-forme 6 ».



On donne la chaîne de puissance partielle de « déplacer le parc échelle 3 ».

On se place dans la position  $\theta = \alpha = 45^\circ$  et  $d = 8$  m avec une charge maximale de la plate-forme  $M = 270$  kg en G. On néglige les poids des différents éléments afin de n'étudier que le seul effet du poids de la plate-forme.

Une première étude a permis de déterminer  $C_{3 \rightarrow 6} = 2650$  Nm et  $F_{2 \rightarrow 3} = 1870$  N.

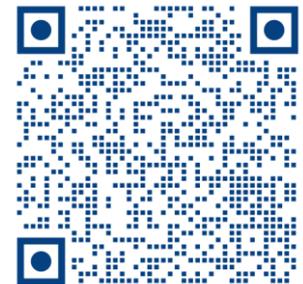
**Question 5 :** Afin de garder le système en équilibre, déterminer l'expression du couple  $C_{m3 \rightarrow 6}$  que doit fournir le moteur de la chaîne de puissance « orienter la plate-forme 6 ». Faire l'application numérique.

**Question 6 :** Afin de garder le système en équilibre, déterminer l'expression du couple  $C_{m2 \rightarrow 3}$  que doit fournir le moteur de la chaîne de puissance « déplacer le parc échelle 3 ». Faire l'application numérique.

## Exercice 5 : MAQUETTE EN SOUFFLERIE

Pour étudier les risques de percussio

<https://www.dailymotion.com/video/k1v16y0Z2NMclTBvEKQ>



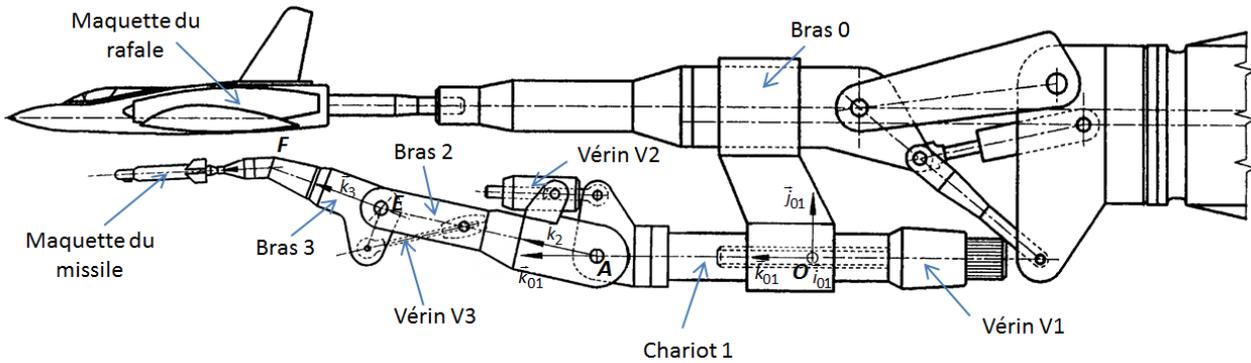
Installation de trajectographie captive

Essai de largage d'un missile Exocet AM39 sous maquette de Rafale dans la grande soufflerie S2MA de l'ONERA à Modane

Les efforts extérieurs que subissent l'avion et le missile, se réduisent au poids et aux efforts d'origine aérodynamique.

La fonction du système de trajectographie est d'observer une trajectoire représentative de la trajectoire réelle du missile largué par rapport à l'avion en vol.

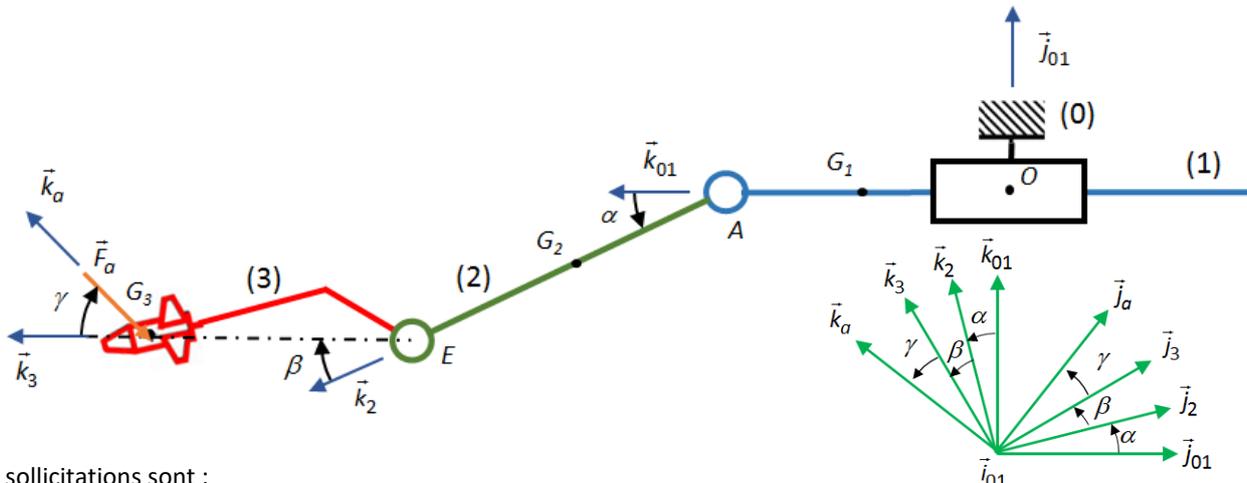
Le système sert de moyen de mesure, mais également de commande. En effet, la simulation de trajectoire se fait de façon statique, pas à pas. L'avion et le missile sont placés par le système de commande de chaque bras en une position donnée. Les efforts aérodynamiques sur le missile sont alors mesurés. On en déduit, par les équations de la mécanique du solide, la position du missile après un incrément de temps (c'est à dire une durée  $t$  finie, faible par rapport à la durée totale du largage). On commande alors le déplacement jusqu'à la nouvelle position, et on itère. À la fin de l'essai, la suite mémorisée des positions successives est analysée.



Dans l'étude suivante, on s'intéresse au **contrôle en effort des actionneurs**.

Un modèle cinématique est donné ci-dessous. Les vérins associés aux liaisons  $L_{1-2}$  et  $L_{1-3}$  ne sont pas modélisés.

Les paramètres cinématiques sont  $\lambda = \overline{OA} \cdot \vec{k}_{01}$ ,  $\alpha = (\vec{j}_{01}, \vec{j}_2) = (\vec{k}_{01}, \vec{k}_2)$  et  $\beta = (\vec{j}_2, \vec{j}_3) = (\vec{k}_2, \vec{k}_3)$ .



Les sollicitations sont :

- les poids de 1, 2 et 3, respectivement de masse  $m_1, m_2, m_3$ , qui s'exercent en  $G_1, G_2, G_3$  tels que  $\overline{AG_1} = -a_1 \vec{k}_{01}$ ,  $\overline{AG_2} = a_2 \vec{k}_2$ ,  $\overline{AE} = l_2 \vec{k}_2$ ,  $\overline{EG_3} = l_3 \vec{k}_3$
- la force aérodynamique de l'air sur le missile, de résultante  $\vec{F}_a = -F_a \vec{k}_a$  passant par  $G_3$  avec  $\gamma = (\vec{j}_3, \vec{j}_a) = (\vec{k}_3, \vec{k}_a)$  et  $F_a > 0$ .

Le système comprend 3 actionneurs :

- un vérin V1 délivrant une force  $F_{0 \rightarrow 1} \vec{k}_{01}$  passant par A de 0  $\rightarrow$  1 ;
- un vérin V2 délivrant un moment  $M_{1 \rightarrow 2}(A) \vec{i}_0$  en A de 1  $\rightarrow$  2 ;
- un vérin V3 délivrant un moment  $M_{2 \rightarrow 3}(E) \vec{i}_0$  en E de 2  $\rightarrow$  3.

**Objectif :** Dimensionner les actionneurs.

**Question 1 :** Réaliser le graphe de structure de ce système.

Pour chaque résolution ci-dessous, faire également un mini-schéma avec les actions mécaniques utilisées dans la résolution.

**Question 2 :** Déterminer le moment  $M_{E,2 \rightarrow 3}$  que doit fournir le vérin V3 afin de garder le système en équilibre.

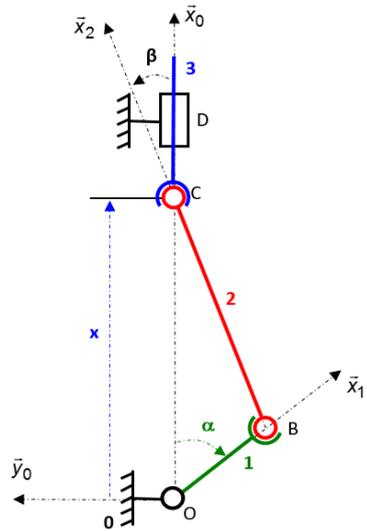
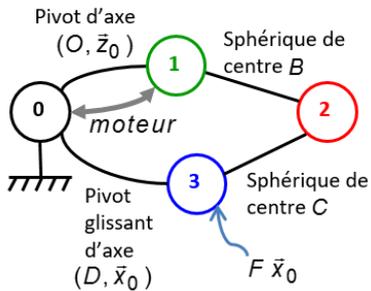
**Question 3 :** Déterminer le moment  $M_{E,1 \rightarrow 2}$  que doit fournir le vérin V2 afin de garder le système en équilibre.

**Question 4 :** Déterminer la force  $F_{0 \rightarrow 1}$  que doit fournir le vérin V1 afin de garder le système en équilibre.

**Question 5 :** Vérifier vos résultats dans le cas où  $\alpha = -\beta$ , en déterminant rapidement les moments par la méthode du bras de levier.

**Exercice 6 : METHODOLOGIE**

On s'intéresse à un système bielle-manivelle. L'objectif est de déterminer une relation entre l'effort  $F$  sur le piston 3 et le couple  $C_{01}$  du moteur entre 0 et 1.



**Question 1 :** Ecrire les stratégies d'isolement pour déterminer  $C_{01} = f(F)$  en remplissant le tableau suivant :

| Étape | Isolement | Principe / théorème | Résultat |
|-------|-----------|---------------------|----------|
| 1     |           |                     |          |
| 2     |           |                     |          |
| 3     |           |                     |          |
| 4     |           |                     |          |

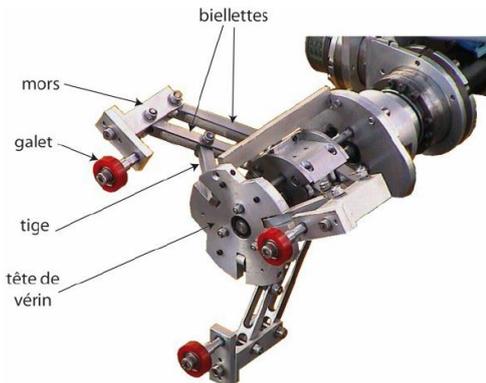
**Question 2 :** Résoudre graphiquement l'exercice.

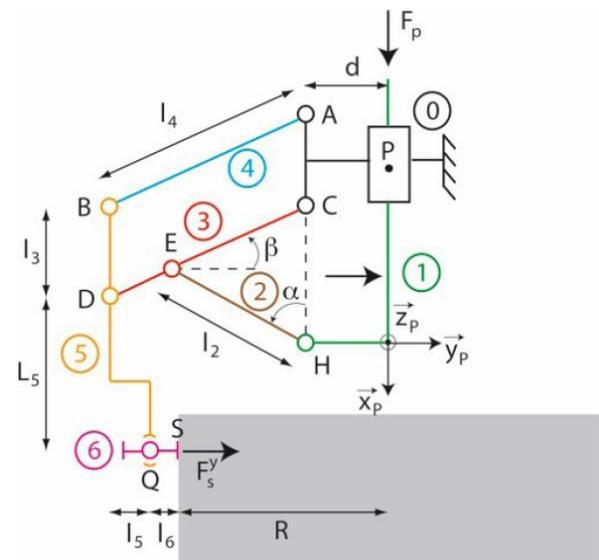
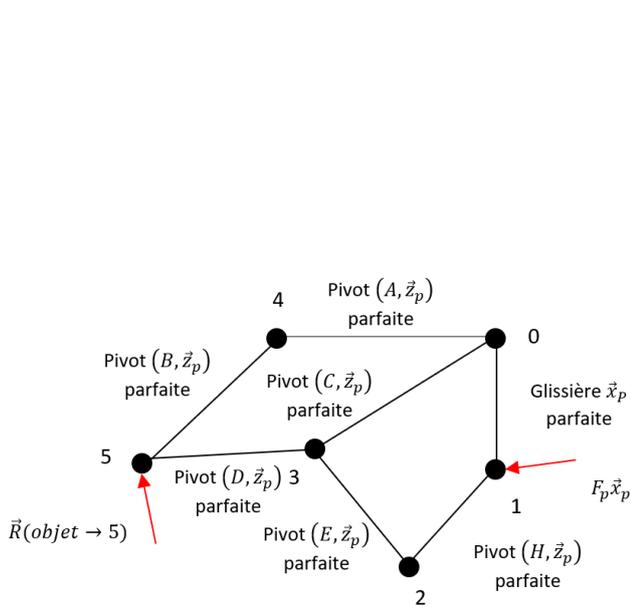
On s'intéresse maintenant au véhicule Robovolc, un robot qui explore le flanc des volcans. Ce robot est muni d'un bras articulé qui peut se déplier afin de permettre à sa pince de saisir des roches volcaniques.



Sa pince à 3 doigts se referme sous l'action d'un vérin pneumatique.

**Question 3 :** Mêmes questions, on cherche  $F_s^y = f(F_p)$ .

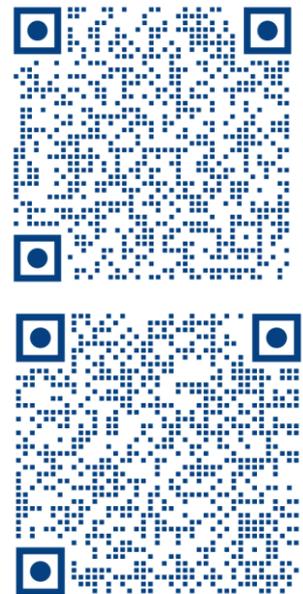
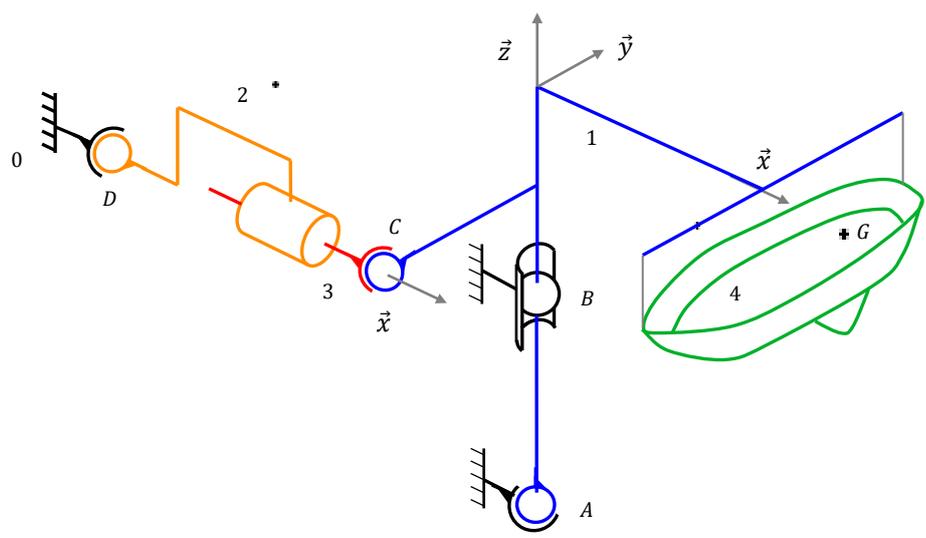




Pince du Robovolc X ENS PSI 2017

**Exercice 7 : CONSOLE PORTANTE DE BATEAU**

On s'intéresse à un système de console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance.  
 Un modèle de ce système est représenté par son schéma cinématique ci-dessous.  
 Un vérin {corps 2, tige 3} permet de faire pivoter la console 1 autour de l'axe  $(B, \vec{z})$ .  
 Le quai est modélisé par la pièce 0.  
 Le bateau 4 est maintenu à l'aide de câbles sur la console 1.  
<https://www.dailymotion.com/video/k17BLDrIfwpg9xBvEKK>  
<https://www.dailymotion.com/video/k5YPNfqBgfNeKkBVeKG>



**Hypothèses**

- les masses des différentes pièces sont négligées par rapport à la masse  $m = 4000 \text{ kg}$  du bateau 4 dont le centre de gravité est G ;
- le bateau 4 est considéré comme fixe par rapport à la console 1.

**Données**

$$\overrightarrow{AB} = a\vec{z} \quad \overrightarrow{BC} = b\vec{z} - c\vec{y} \quad \overrightarrow{BG} = d\vec{z} + e\vec{x} + f\vec{y}$$

$a = 4m, b = 2m, c = 4m, d = 2m, f = 2m, e = 6m$   
Diamètre du piston du vérin  $D = 10cm$ .

$$\mathcal{F}(air \rightarrow 4) = \begin{cases} -F_{air}\vec{x} \\ \vec{0} \end{cases} \text{ avec } F_{air} = 1500 \text{ daN}$$

**Objectif :** Dimensionner les actionneurs et le guidage de la console.

**Question 1 :** Colorier le schéma cinématique, placer les distances et les forces sur le schéma. Tracer le graphe des structures.

**Question 2 :** Etudier l'équilibre de l'ensemble {2,3}.

**Question 3 :** Quel théorème faut-il appliquer pour obtenir l'expression de la pression  $p$  à fournir dans le vérin pour compenser les efforts extérieurs ?

**Question 4 :** Déterminer la pression du vérin et l'expression des actions dans les liaisons en A et B. Faire l'application numérique.

Le concepteur du système souhaite remplacer le vérin par un motoréducteur électrique.

**Question 5 :** Déterminer alors l'expression du couple du motoréducteur pour assurer l'équilibre du système dans la position décrite sur le schéma cinématique. Faire l'application numérique.

**Exercice 8 : GRUE DE CHANTIER**



Burj Khalifa à Dubaï



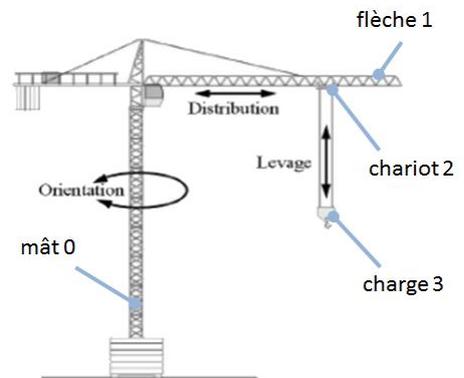
Phase de construction de la tour

On s'intéresse à une grue de chantier utilisée dans la construction de buildings pour laquelle on distingue trois phases d'utilisation :

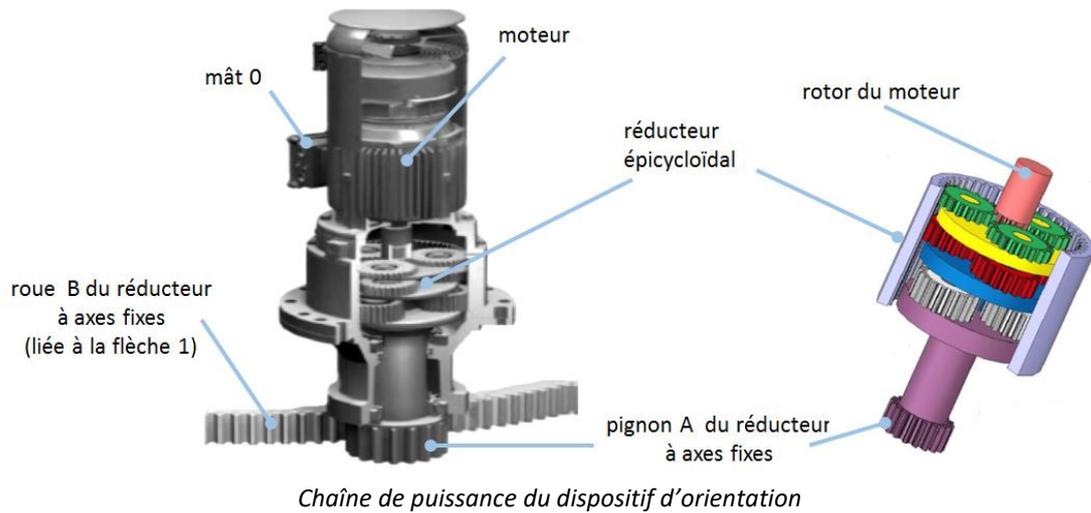
- l'**orientation** : rotation de la flèche 1 autour d'un axe vertical par rapport au mât 0 ;
- la **distribution**, déplacement du chariot 2 le long de la flèche 1 ;
- le **levage**, déplacement vertical de la charge 3, suspendu au chariot 2.

La mise en œuvre de ces mouvements s'effectue à partir de la cabine, ou à l'aide d'une commande à distance.

La chaîne de puissance « orienter » intègre un moteur, un réducteur épicycloïdal associé à un réducteur à axes fixes.



Phases d'utilisation



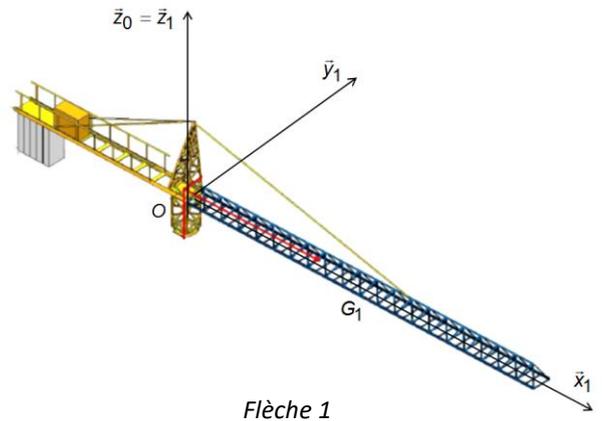
Chaîne de puissance du dispositif d'orientation

Le réducteur épicycloïdal comporte trois étages cinématiquement équivalents dont les caractéristiques sont les suivantes :

- les planétaires centraux possèdent  $z_p = 18$  dents ;
- les satellites possèdent  $z_s = 36$  dents ;
- la couronne commune aux trois étages possède  $z_c = 90$  dents, et est fixe par rapport au mât 0.

Le réducteur à axes fixes est constitué d'un pignon A de  $z_A = 18$  dents et d'une roue B de  $z_B = 153$  dents.

On considère un rendement de cette chaîne d'action de  $\eta = 0,7$ .



La flèche 1 mise en mouvement par rapport au mât fixe 0 lors de la phase d'orientation est représentée ci-contre. Son centre de gravité est noté  $G_1$  tel que  $\overrightarrow{OG_1} = L \vec{x}_1$ , avec  $L = 30\text{m}$  et sa masse  $M_1 = 2000\text{ kg}$ .

La charge 3 (non représentée sur la figure ci-contre) est située à l'extrémité  $G_3$  du crochet de levage telle que  $\overrightarrow{OG_3} = x \vec{x}_1 - z \vec{z}_1$ .

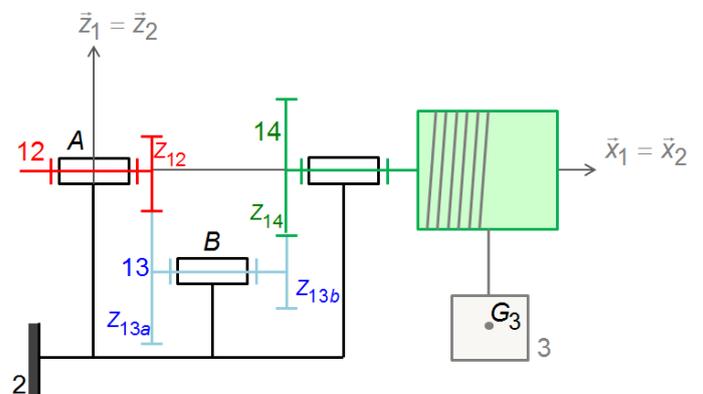
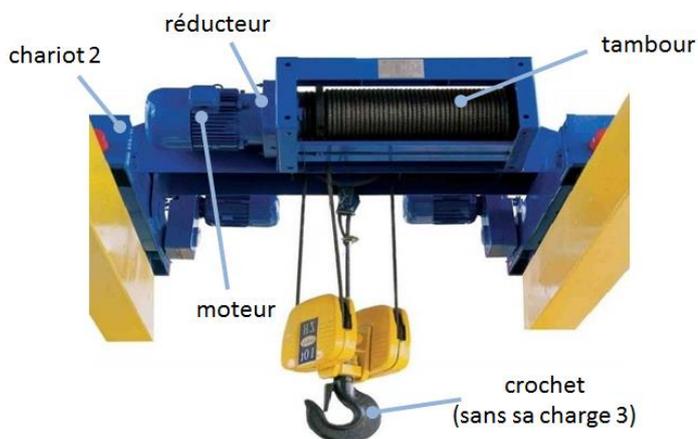
Sa masse est notée  $M_3 = 5$  tonnes.

L'action de l'air sur la flèche 1 est modélisée par une force résistante :  $\mathcal{F}_{air \rightarrow 1} =_{G_1} \begin{Bmatrix} F_a \vec{y}_1 \\ 0 \end{Bmatrix}$  avec  $F_a = 5000\text{ N}$ .

La chaîne de puissance « distribuer » intègre un moteur et un réducteur.

La chaîne de puissance « lever » intègre un moteur, un réducteur à axes fixes, et un tambour sur lequel s'enroule un câble.

On donne une photo et le modèle cinématique ci-dessous :



Le rotor du moteur est lié à l'axe 12.

Le nombre de dents des roues du réducteur est :  $Z_{12} = Z_{13b} = 50$  dents et  $Z_{13a} = Z_{14} = 100$  dents.

La charge 3, de masse  $M_3 = 5$  tonnes, est attachée au bout du câble supposé inextensible, enroulé sur le tambour 14 de rayon  $R = 20$  cm. On suppose que le câble s'enroule sans glisser sur le tambour.

On considère un rendement de cette chaîne d'action de  $\eta = 0,8$ .

**Objectif** : Dimensionner les actionneurs.

### Recherche des efforts à fournir aux effecteurs des chaînes de puissance « orienter » et « lever »

**Question 1** : Réaliser le graphe de structure global de ce système, c'est-à-dire uniquement les solides 0, 1, 2 et 3.

On se place dans la position d'équilibre  $x = 50$  m et  $z = 20$  m.

Pour chaque résolution ci-dessous, faire également un mini-schéma avec les actions mécaniques utilisées dans la résolution.

**Question 2** : Afin de garder le système en équilibre, déterminer le couple  $C_{0 \rightarrow 1}$  qui doit être fourni à la sortie des réducteurs. Faire l'application numérique.

**Question 3** : Afin de garder le système en équilibre, déterminer la force  $F_{2 \rightarrow 3}$  que le câble doit fournir. Faire l'application numérique.

### Recherche des couples moteurs des chaînes de puissance « orienter » et « lever »

**Question 4** : Après avoir représenté partiellement la chaîne de puissance « orienter », déterminer le rapport de réduction global  $i_{orienter} = \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{rotor/0}}$ .

**Question 5** : Afin de garder le système en équilibre, déterminer en fonction de  $i_{orienter}$ , l'expression du couple  $C_{m0 \rightarrow 1}$  que doit fournir le moteur de la chaîne de puissance « orienter ». Faire l'application numérique.

**Question 6** : Pour quelle raison l'épaisseur des roues dentées varie-t-elle d'un étage à l'autre dans le réducteur à train épicycloïdal ?

**Question 7** : Après avoir représenté partiellement la chaîne de puissance « lever », déterminer la relation entre  $v_{3/2}$  la vitesse de déplacement de la charge 3 par rapport au chariot 2 et  $\omega_{rotor/2}$  la vitesse de rotation du moteur.

**Question 8** : Afin de garder le système en équilibre, déterminer en fonction de  $i_{réd}$  et  $R$ , l'expression du couple  $C_{m2 \rightarrow 3}$  que doit fournir le moteur de la chaîne de puissance « lever ». Faire l'application numérique.

## Modéliser le contact ponctuel - Aspect effort avec prise en compte des frottements

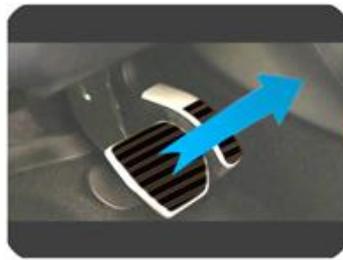
### Exercice 9 : AIDE AU DEMARRAGE EN PENTE

La nouvelle Renault Mégane est dotée d'un frein de stationnement électrique permettant l'automatisation de la fonction, et l'apport de fonctionnalités nouvelles.

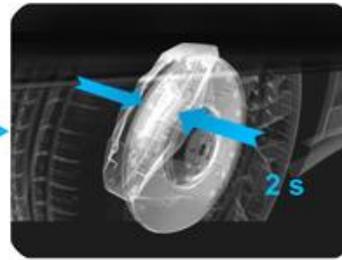
L'aide au démarrage en pente apporte un réel confort de conduite au conducteur. À chaque coupure du moteur, le frein de stationnement est automatiquement serré. Il se desserre au redémarrage dès que le couple moteur nécessaire pour avancer est atteint.

Pour l'utilisateur, il offre une assistance pour les démarrages et les manœuvres en pente. Afin de faciliter la manœuvre du démarrage en côte tant redoutée par un grand nombre de conducteurs, le frein de stationnement reste actif jusqu'à 2 secondes après le lâcher de la pédale de frein. Cela laisse le temps au conducteur de passer de la pédale de frein à celle d'accélérateur sans risquer un mouvement non contrôlé de son véhicule vers le bas de la pente. Cette aide au démarrage s'active dès 3% de pente dans les deux sens de déplacement.

## Aide au démarrage en pente / Hill start assistance



**Pédale de frein relâchée**  
Release brake pedal



**Maintien du freinage pendant 2 secondes**  
Vehicle remains stationary for 2 seconds

Ce système est composé d'un moteur électrique, placé sous le siège avant gauche, tirant les câbles du dispositif de serrage des disques de frein arrière. Son calculateur contrôle le dosage de l'effort à appliquer, en fonction de la pente, pour immobiliser le véhicule. Un programme de réajustement de l'effort de freinage veille en permanence sur l'efficacité du serrage, par exemple lors d'un chargement du véhicule en pente ou sous une forte variation de température.

### Objectif :

Afin de dimensionner l'actionneur électrique qui tend le câble du frein de stationnement, nous allons déterminer :

- la pente limite (en %) acceptable au-delà de laquelle le véhicule glisse par rapport au sol ;
- la pente limite (en %) acceptable au-delà de laquelle le véhicule bascule en arrière ;
- le couple de freinage qu'il faut exercer sur une roue arrière dans le cas le plus défavorable.

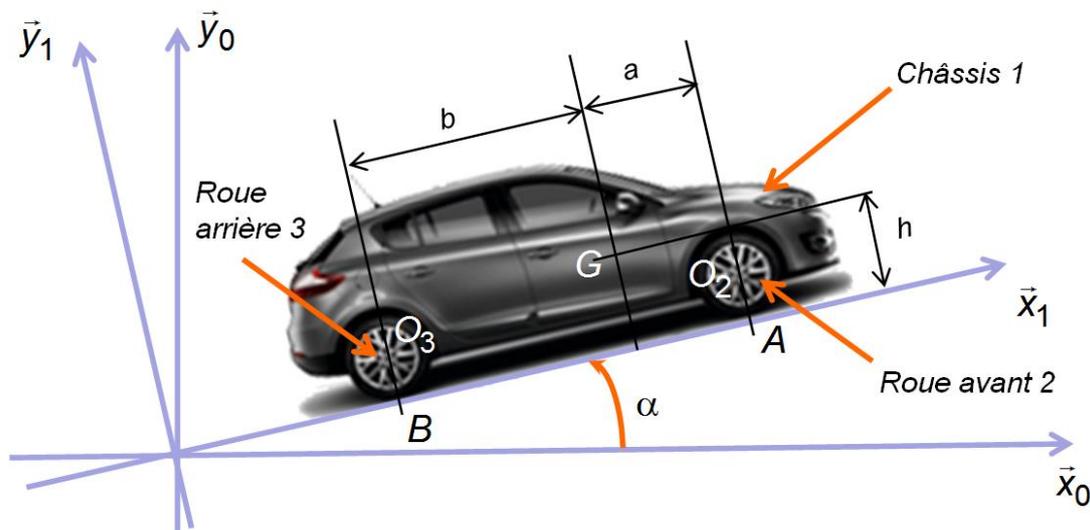
### Hypothèses et données :

Le problème est considéré plan dans le plan médian de la voiture. On ne considère donc qu'une demi-voiture dans ce plan médian.

- Masse du châssis 1 avec 4 passagers :  $M = 1300$  kg.
- Les masses des roues sont négligeables.
- 60% de la masse est répartie sur l'avant :  $a = 0,9$  m,  $b = 1,40$  m et  $h = 0,9$  m.
- Diamètre d'une roue 205/55 R15 :  $D = 648$  mm.

On suppose toutes les liaisons parfaites sauf celles entre les roues et le sol. Coefficient d'adhérence pneu/route :  $f = 0,6$ .

Le véhicule est supposé maintenu à l'équilibre, sur une route 0 de pente  $\alpha$ , par le dispositif de frein de stationnement électrique qui n'agit que sur les roues arrières 3. L'action de ce frein est modélisée par un couple de freinage entre le châssis 1 et les roues arrières 3 :  $\vec{C}(1 \text{freinage} \rightarrow 3) = C_f \vec{z}_1$



**Question 1 :** Réaliser le graphe d'analyse.

**Question 2 :** Isoler 2 et en déduire la forme du torseur de l'action mécanique de 0 sur 2.

**Question 3 :** Isoler l'ensemble {1,2,3} et en déduire  $X_{0 \rightarrow 3}$ , puis  $Y_{0 \rightarrow 3}$  et enfin  $Y_{0 \rightarrow 2}$  en fonction de M et des caractéristiques géométriques.

**Question 4 :** En déduire la pente limite (en %) acceptable au-delà de laquelle le véhicule glisse par rapport au sol.

**Question 5 :** En déduire la pente limite (en %) acceptable au-delà de laquelle le véhicule bascule en arrière.

**Question 6 :** Isoler l'ensemble 3 et en déduire  $C_f$  en fonction de M et des caractéristiques géométriques. Faire l'application numérique pour une pente de 30%.

## Exercice 10 : COINCEUR A CAMES

Dans cet exercice, on s'intéresse à quelques aspects des coinceurs à cames utilisés en escalade.

Cet équipement, photographié figure 1, permet à un alpiniste de placer un point d'ancrage dans une fissure pour laquelle il est adapté.

<https://www.dailymotion.com/video/k71FuzknV50qCCB8xxG>

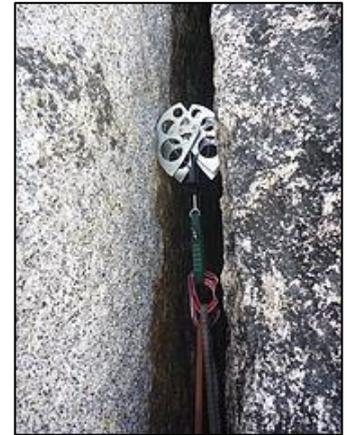
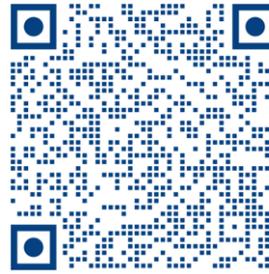


Figure 1 – Coinceur à cames

Il est principalement constitué d'un axe sur lequel sont articulées des cames, d'une tige souple attachée à l'axe, d'une sangle qui termine la tige, de ressorts de torsion de câbles et d'une gâchette. Les ressorts tendent à faire tourner les cames par rapport à l'axe dans le sens de l'écartement des profils des cames, ce qui permet la mise en contact avec les parois de la fissure.

La gâchette et les câbles, au contraire, permettent de rendre le coinceur moins encombrant et rendent ainsi possible la mise en place dans la fissure. La figure 2 présentent trois positions différentes des cames faisant varier l'écartement.



Figure 2 – Trois positions différentes des cames

Le système est autobloquant : si les conditions de géométrie de la fissure, de frottement et de direction de la charge sont vérifiées, le coinceur reste en adhérence avec la paroi indépendamment de la valeur de la charge suspendue à la sangle. Les quatre cames sont à rotation indépendantes et permettent au coinceur de fonctionner avec stabilité pour des parois non strictement parallèles. Chaque modèle est conçu pour une charge nominale donnée ainsi qu'un intervalle pour la taille de la fissure.

Le modèle étudié est caractérisé pour une charge nominale de 14 kN et un intervalle pour la taille de la fissure de 43mm à 66mm.

### Hypothèses pour l'étude

Le parallélisme entre les deux faces de la fissure, la position dans laquelle le coinceur est mise en place, la direction de la charge par rapport à la fissure permettent de faire une modélisation plane du mécanisme, telle que proposée figure 3.

On considère donc une charge appliquée à l'ensemble 2 constitué de l'axe et de la sangle modélisée par un glisseur de résultante  $-P\vec{y}_1$  de 14 kN de module, parallèle à la fissure et dont l'axe central passe par le point O.

Les cames 3 et 4 sont supposées en contact ponctuel avec la paroi 1, respectivement aux points A et B, et en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$  avec l'axe 2.

La masse totale du coinqueur est de l'ordre de 150 g ; on négligera donc le poids des pièces ainsi que les actions de rappel des ressorts devant la charge P appliquée.

On notera  $\vec{OA} = a\vec{x}_1 - b\vec{y}_1$  et on donne  $f_{acier/roche} \approx 0,4$

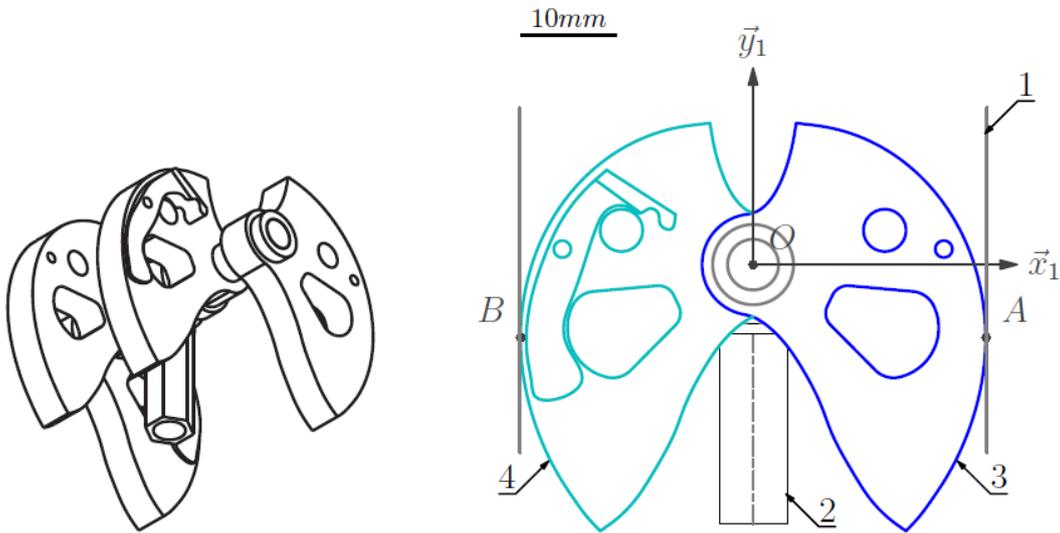


Figure 3 – Modélisation géométrique adoptée pour l'étude

**Objectif :** Déterminer dans la position de la figure 3 l'angle de frottement minimum au contact paroi came pour assurer le coincement.

**Question 1 :** Tracer le graphe de structure du coinqueur à cames dans la phase de vie d'utilisation. Et proposer une démarche de résolution en fonction de la structure de ce graphe.

On suppose l'équilibre du coinqueur réalisé.

**Question 2 :** Etudier l'équilibre de la came 3 et en déduire une relation entre  $X_{13}$ ,  $Y_{13}$  et  $a$ ,  $b$ .

**Question 3 :** Etudier l'équilibre de l'ensemble  $\{2,3,4\}$ . Et en déduire un lien entre  $X_{13}$ ,  $Y_{13}$  et  $a$ ,  $b$ ,  $P$ .

**Question 4 :** En déduire l'angle minimum de frottement au contact paroi-came pour assurer le coincement.

**Question 5 :** Pourquoi peut-on dire que ce système est autobloquant ?

**Question 6 :** Quelle grandeur géométrique doit être surveillée pour que le système fonctionne pour des fissures variables sans que les efforts ne deviennent trop grands pour une même charge P ?

### Exercice 11 : RESISTANCE AU ROULEMENT D'UN TGV

Le TGV Duplex présente une masse de 386 tonnes, une vitesse maximale de 300 km/h et une puissance de 8800 kW. Le contact roue-rail et de type acier sur acier dont la SNCF évalue le coefficient de frottement à 0,15 et le coefficient de roulement à 3 mm. Les roues ont pour diamètre 920 mm. Il y a i roues.

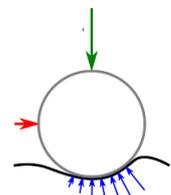


**Objectif :** Vérifier si la puissance est suffisante pour vaincre la résistance au roulement.

**Question 1 :** Déterminer le moment de résistance au roulement global subit par le TGV.

**Question 2 :** Déterminer la vitesse angulaire des roues en rad/s.

**Question 3 :** En déduire la puissance nécessaire pour vaincre la résistance au roulement. Vérifier si la puissance installée sur le TGV est suffisante.



## Exercice 12 : CONSOLE DE DECORATION

Une colonne 1 de décoration supporte une console 2. Cette console peut être déplacée à volonté le long de la colonne. Des objets dont la masse ne dépasse pas 20 kg, peuvent être placés sur celle-ci.

### Modèle et hypothèses

Le coefficient de frottement entre la colonne et la console est  $f = \tan \phi = 0,3$ .

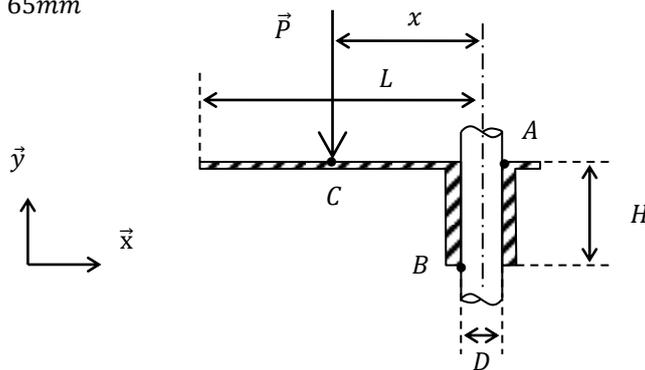
Un objet de poids  $\vec{P} = -P\vec{y}$  est placé en C sur la console.

La masse de la console est négligée devant les autres actions mécaniques.

La liaison entre la console et la colonne est supposée ne pas être une liaison pivot glissant parfaite. Pour notre étude, on suppose que le contact entre la console et la colonne est limité aux points A et B.

On suppose le mécanisme plan et être à la limite du glissement.

$L = 200\text{mm}$ ,  $D = 30\text{mm}$ ,  $H = 65\text{mm}$



**Objectif :** Déterminer la condition pour que la console ne glisse pas.

**Question 1 :** Isoler la console 2 et écrire les 3 équations issues du PFS.

**Question 2 :** Si on se place à la limite du glissement en A et B, en déduire les composantes  $Y_{1 \rightarrow 2}^A$  et  $Y_{1 \rightarrow 2}^B$  en fonction de P.

**Question 3 :** Déterminer la composante  $X_{1 \rightarrow 2}^B$  en fonction de P et de f.

**Question 4 :** Déterminer alors l'expression de x pour que la console ne glisse pas.

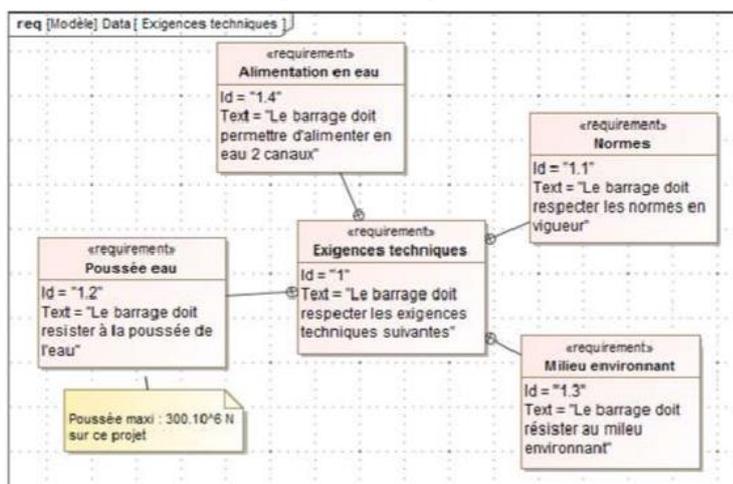
## Actions mécaniques, du modèle local au modèle global

### Exercice 13 : BARRAGE DE SERRE-PONÇON

Un barrage-poids est un barrage dont la propre masse suffit à résister à la pression exercée par l'eau. Le barrage est soumis principalement à l'action mécanique de l'eau (pression hydrostatique) et à l'action mécanique de la pesanteur. On donne son diagramme d'exigence partiel :



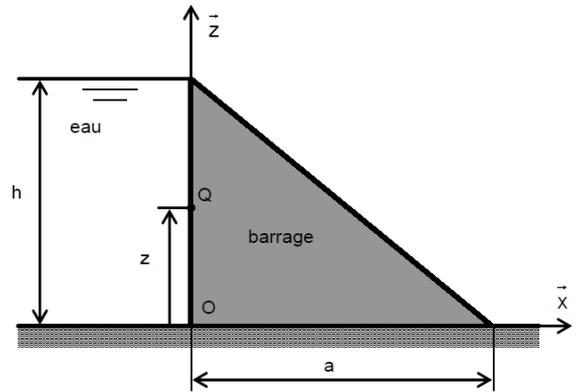
Barrage de Serre-Ponçon, dans les Hautes-Alpes, plus grand barrage d'Europe.



On modélise le barrage poids par le schéma ci-contre :  
Le point O est situé dans le plan médian du barrage.

Les caractéristiques du barrage sont :

- $M$ , masse du barrage considéré comme un solide homogène ;
- section triangulaire ;
- $a = 20$  m, assise du barrage ;
- $h = 25$  m, hauteur d'eau retenue ;
- $L = 80$  m, largeur du barrage ;
- $\rho_{eau} = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, masse volumique de l'eau.



La pression sur un élément de surface d'un corps immergé dans l'eau est directement liée à la profondeur à laquelle est immergée ce corps :  $pression = \rho_{eau} g \text{ profondeur}$  (relativement à la pression atmosphérique).

**Objectif :** Vérifier le critère de l'exigence 1.2.

**Question 1 :** Paramétrer le point courant  $Q$ .

**Question 2 :** Donner l'expression de la surface élémentaire  $dS$ .

**Question 3 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $d\vec{F}$  (eau  $\rightarrow$  barrage) de l'eau sur le barrage en un point  $Q$ .

**Question 4 :** Déterminer en  $O$  le torseur des actions mécaniques exercées par l'eau sur le barrage.

**Question 5 :** En déduire la position du centre de poussée  $A$  : point où ou le moment résultant de l'action mécanique de l'eau sur le barrage est nul.

**Question 6 :** Vérifier le critère de l'exigence 1.2.

### Exercice 14 : RESTAURANT SOUS-MARIN

Le Rangali Island est un restaurant dans les Maldives proposant une salle sous-marine.

<https://www.dailymotion.com/video/k5gLgJ9i1PTKsrBxina>

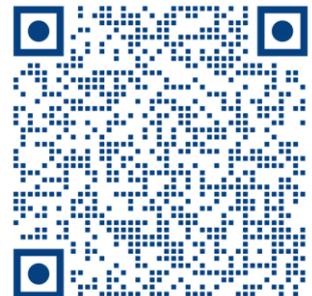
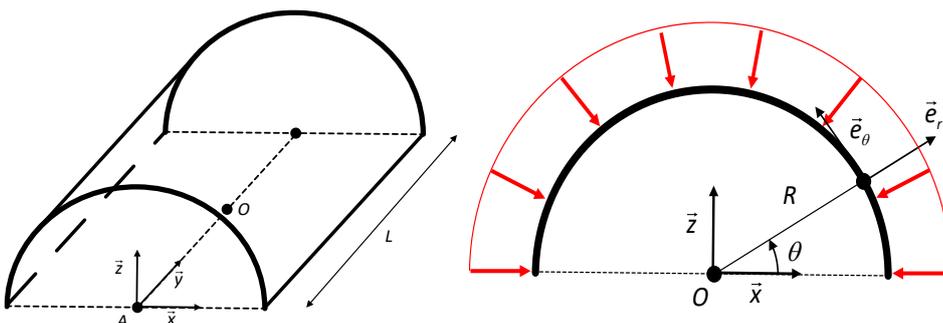
Dans le but de dimensionner la structure supportant les baies vitrées, nous souhaitons déterminer le torseur de l'action de l'eau sur celles-ci.



On suppose que les baies vitrées ont une structure cylindrique de rayon **constant**  $R$  et de longueur  $L$ .

Nous négligerons la variation de pression entre le haut et le bas des baies vitrées et supposons qu'elle est **constante** avec  $p = p_0 + \rho gh$  ou  $\rho$  est la masse volumique de l'eau,  $g$  l'accélération de la pesanteur,  $h$  la profondeur et  $p_0$  la pression atmosphérique.

$\rho = 1000$  kg.m<sup>-3</sup> ;       $g = 9,8$  m.s<sup>-2</sup> ;       $h = 10$  m ;       $p_0 = 101\,325$  Pa ;       $R = 2,5$  m ;       $L = 15$  m



**Objectif :** Dimensionner la vitre.

**Question 1 :** Définir un système de coordonnées pour repérer tout point  $Q$  de la structure. En déduire l'expression d'un élément de surface  $ds$  associé à ce point  $Q$ .

**Question 2 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $d\vec{F}(e \rightarrow v)$  de l'eau sur la structure.

**Question 3 :** Déterminer la résultante d'action globale de l'eau sur la structure  $\vec{R}(e \rightarrow v)$ .

La surface projetée de la structure dans le plan  $(O, \vec{x}, \vec{y})$  est le rectangle de surface  $S = 2RL$ .

**Question 4 :** Exprimer  $\|\vec{R}(e \rightarrow v)\|$  en fonction de  $S$ .

**Question 5 :** Déterminer le moment de l'action globale de l'eau sur la structure en  $O$ ,  $\vec{M}(O, e \rightarrow v)$ .

## Exercice 15 : FREIN DE BUGATTI CHIRON

(Similaire au support TP Ouvre-portail PSI)



Voiture Bugatti et son frein



Banc de test du frein

On le sait, chez Bugatti tout est extrême. Le laboratoire technologique de la marque de luxe alsacienne se démarque en fabriquant les étriers de frein des futurs Chiron à partir d'une imprimante 3D une première dans la construction automobile. Preuve en est, les étriers de frein des Chiron produites seront fabriqués avec du titane sur une imprimante 3D.

<https://www.dailymotion.com/video/k6iOzJesQdDVYrBvEKI>

<https://www.dailymotion.com/video/k1YxwA1HyzzxkCB3LtQ>

<https://www.dailymotion.com/video/k24isj6wqy9W11B7HjA>

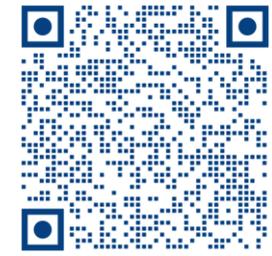
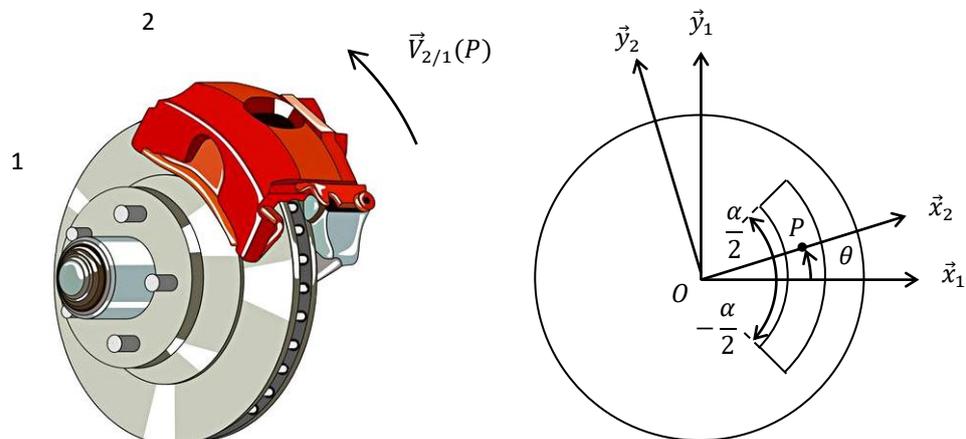
Ils doivent dissiper une énorme quantité d'énergie. Ils deviennent incandescents quand il faut passer de 400km/h à 0. Leur dimensionnement est soumis à des contraintes mécaniques et thermiques importantes.

**Objectif :** Déterminer le couple de freinage maximal transmissible.

Le couple de freinage correspond à la valeur de la composante, sur l'axe de rotation, du moment résultant de l'action mécanique des garnitures 2 sur le disque 1 pendant une phase de freinage.

Lors du freinage, il y a glissement du disque 1 par rapport aux garnitures 2 dans le sens indiqué sur la figure ci-dessus.

On définit  $R_i$  le rayon intérieur,  $R_e$  le rayon extérieur et  $\alpha$  l'angle du secteur du disque troué.



**Question 1 :** Représenter sur les schémas du disque 1 ci-dessus, la force élémentaire de pression  $d\vec{N}(2 \rightarrow 1)$  et la force élémentaire de résistance au glissement  $d\vec{T}(2 \rightarrow 1)$  en un point P de la surface de contact.

**Question 2 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $d\vec{F}(2 \rightarrow 1)$  en fonction de  $p$ ,  $f$  et  $dS$ .

**Question 3 :** Indiquer en le justifiant, quelle composante du moment résultant de l'action mécanique d'une garniture 2 sur le disque 1 au point O permet de caractériser l'action de freinage d'une garniture. Déterminer cette composante.

**Question 4 :** En déduire le couple total de freinage avec les deux étriers en fonction de  $\alpha$ ,  $F$ ,  $f$ ,  $R_i$  et  $R_e$ , avec  $F$ , la force normale.

## Exercice 16 : ASSEMBLAGE PAR FRETTAGE

Le frettage consiste à encastrer deux pièces en utilisant le phénomène d'adhérence.

Avant l'assemblage réalisé à l'aide d'une presse, l'arbre 1 possède un diamètre légèrement supérieur à celui de l'alésage (trou cylindrique) de la pièce 2 dans laquelle il vient se loger.

Après frettage, il subsiste donc une pression de contact  $p$  (supposée uniforme sur toute la surface de contact) entre les deux pièces.

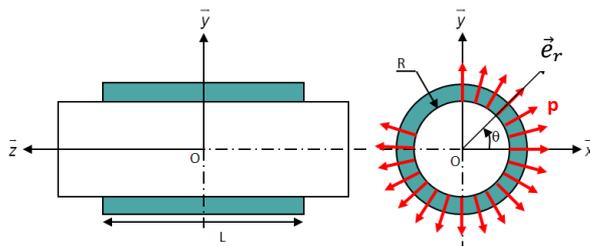
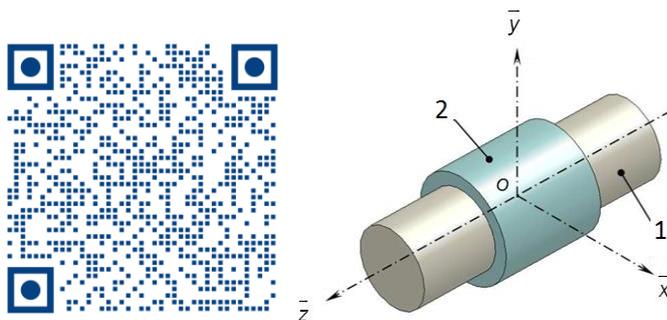
On chauffe l'alésage pour modifier son diamètre lors de l'assemblage.

<https://www.dailymotion.com/video/k1QpDMtdkPgF0BBuJvU>

Les caractéristiques de cet assemblage par frettage sont données ci-dessous :

- Rayon de l'arbre 1 :  $R$
- Longueur du contact :  $L$
- Coefficient de frottement entre les deux pièces :  $f$

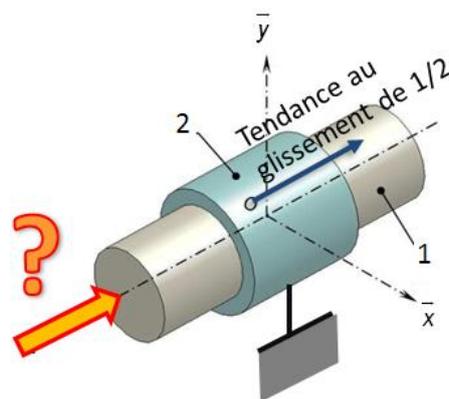
**Objectif :** Déterminer l'effort axial maximal transmissible et le couple maximal transmissible d'une pièce à l'autre.



### Effort axial maximal transmissible

L'effort axial maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante axiale de la résultante de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

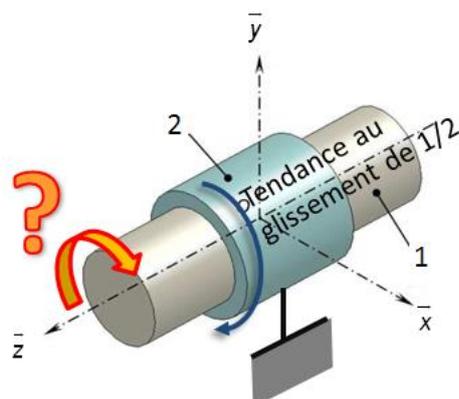
Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante axiale de la résultante de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 suivant  $-\vec{z}$ .



**Question 1 :** Représenter sur deux schémas plans ou un schéma en perspective, la force élémentaire de pression  $d\vec{N}(2 \rightarrow 1)$  et la force élémentaire de résistance au glissement  $d\vec{T}(2 \rightarrow 1)$  en un point Q de la surface de contact.

**Question 2 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $d\vec{F}(2 \rightarrow 1)$ .

**Question 3 :** Déterminer, à la limite du glissement, l'effort axial maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.



## Couple maximal transmissible

Le couple maximal transmissible correspond à la valeur maximale de la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique qui peut être transmise d'une pièce à l'autre sans qu'elles se désolidarisent.

Pour simplifier notre étude, on considère la pièce 2 fixe et on cherche à déterminer la composante sur l'axe  $\vec{z}$  du moment résultant de l'action mécanique à appliquer à la pièce 1 pour atteindre le glissement de 1/2 autour de  $\vec{z}$ .

**Question 4 :** Représenter sur deux schémas plans ou un schéma en perspective, la force élémentaire de pression  $d\vec{N}(2 \rightarrow 1)$  et la force élémentaire de résistance au glissement  $d\vec{T}(2 \rightarrow 1)$  en un point  $Q$  de la surface de contact.

**Question 5 :** Donner l'expression de la force élémentaire  $d\vec{F}(2 \rightarrow 1)$ .

**Question 6 :** Déterminer, à la limite du glissement, le couple maximal transmissible en fonction de  $p$  et des caractéristiques géométriques du frettage.

## Exercice 17 : OUVRANT DE BUGGATI

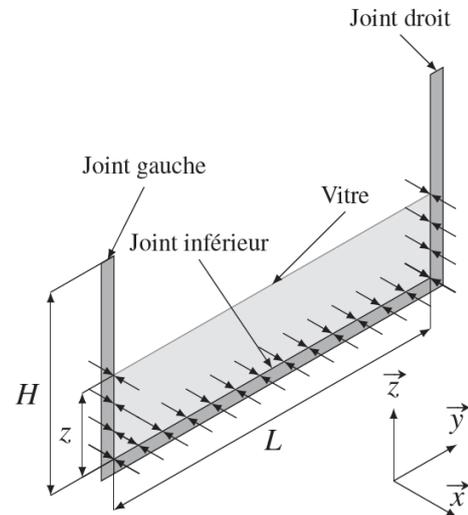
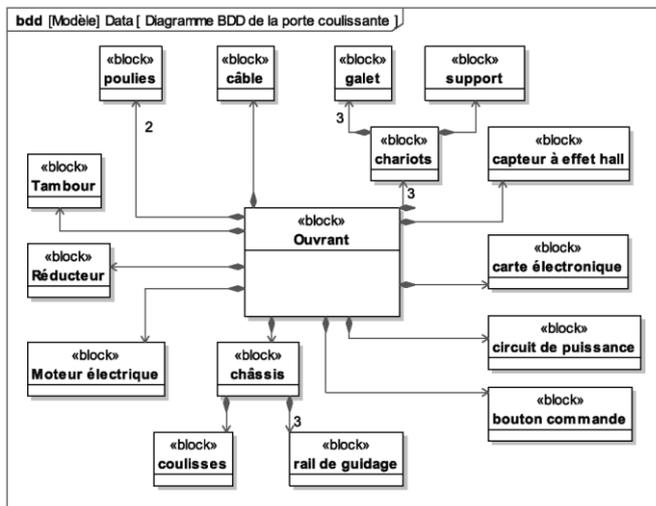
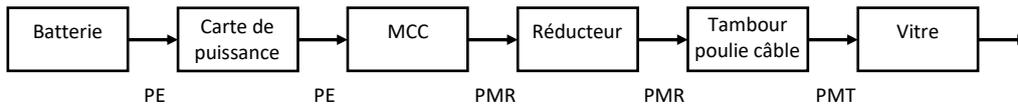
(d'après CCINP-PSI 2017)

On s'intéresse à la vitre d'une Bugatti Chiron. D'un point de vue des actions mécaniques, les joints jouent fortement sur le comportement de la motorisation au cours du temps. C'est pourquoi il est important d'évaluer l'impact des frottements entre les joints et la vitre sur le comportement du système.



Objectif : On cherche à modéliser les AM de frottement.

La chaîne de puissance considérée est ci-dessous.



Les joints appliquent une action de part et d'autre de la vitre.

Le paramétrage est donné ci-dessus où seules les actions normales sont représentées. Le contact entre le joint inférieur et la vitre est permanent et se fait approximativement sur un segment de longueur  $L = 776$  mm.

Le contact entre les joints latéraux (gauche et droit) se fait progressivement au cours du déplacement de la vitre.

La hauteur des deux joints, supposés identiques, est  $H = 450$  mm.

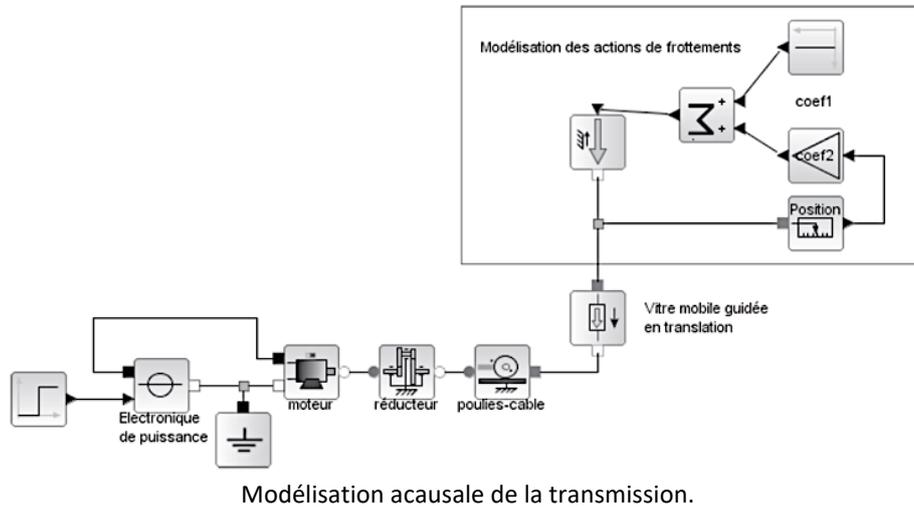
Le coefficient de frottement entre un joint et la vitre est pris égal à  $f = 0,5$ . Les zones de contact sont supposées être linéiques et la densité linéique d'effort au contact entre un joint et la vitre est supposée constante et égale à  $p = 25$  N/m.

**Question 1 :** Déterminer l'expression littérale de la résultante selon  $\vec{z}$  de l'action mécanique du joint inférieur sur la vitre au cours du déplacement de celle-ci.

On suppose que la vitesse de déplacement de la vitre est constante et que le temps du déplacement complet est de 4 s.

**Question 2 :** Représenter l'évolution au cours du temps de la résultante des efforts résistants selon  $\vec{z}$  de l'ensemble des joints sur la vitre (2 joints verticaux de hauteur H et un joint horizontal de longueur L). Donner les valeurs numériques minimale et maximale de cet effort.

Sur le schéma-blocs ci-dessous, apparaissent les actions de frottements qui sont exercées sur la vitre.



**Question 3 :** Indiquer sur ce schéma l'action du joint horizontal inférieur et l'action des joints verticaux latéraux.

### Modélisation du contact avec un obstacle

Dans le cas d'un ouvrant piloté, l'obstacle est souvent une main. Des études montrent que les phalanges sont très résistantes et peuvent supporter des efforts allant de 250 à 1 150N en fonction des différentes phalanges.

On modélise donc l'obstacle entre le châssis et la vitre par une raideur  $k$  (cette raideur peut varier de 10 à 50 N/mm).

**Question 4 :** Compléter le schéma-blocs multiphysique pour prendre en compte cet obstacle. Une palette composée de constituants standards est donné ci-dessous.

