TD02 SYSTEMES ASSERVIS
CORRECTION

Exercice 1 : FONCTION DE TRANSFERT

Question 1 : *Déterminer sous forme canonique, les fonctions de transfert des systèmes modélisés par les équations différentielles ci-dessous. En déduire pour chacune le gain statique, la classe et l'ordre du système.*

1)

Les CI sont nulles.

$$H(p)=\frac{\frac{2}{p}+3+5p}{3p+4p^2+7p^4}=\frac{2+3p+5p^2}{3p^2+4p^3+7p^5}=\frac{2}{3p^2}\frac{1+\frac{3}{2}p+\frac{5}{2}p^2}{1+\frac{4}{3}p+\frac{7}{3}p^3}$$

classe $\alpha=2$, ordre $n=5$, gain statique $K=\frac{2}{3}$

2)

$$7\frac{ds(t)}{dt}+3s(t)=5e(t)$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow 7pS(p)+3S(p)=5E(p)\Rightarrow(7p+3)S(p)=5E(p)\Rightarrow H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{5}{7p+3}=\frac{5}{3}\frac{1}{\frac{7}{3}p+1}$$

classe $\alpha=0$, ordre $n=1$, gain statique $K=\frac{5}{3}$

3)

$$5\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{s(t)}}{\mathrm{dt}^2}+3\frac{\mathrm{ds(t)}}{\mathrm{dt}}=2\mathrm{e(t)}$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow 5p^2S(p)+3pS(p)=2E(p)\Rightarrow(5p^2+3p)S(p)=2E(p)\Rightarrow H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{2}{5p^2+3p}=\frac{2}{3p}\frac{1}{\frac{5}{3}p+1}$$

classe $\alpha=1$, ordre $n=2$, gain statique $K=\frac{2}{3}$

4)

$$5\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{s(t)}}{\mathrm{dt}^2}+4\frac{\mathrm{ds(t)}}{\mathrm{dt}}+7s(t)=3\frac{\mathrm{de(t)}}{\mathrm{dt}}+2e(t)$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow 5p^2S(p)+4pS(p)+7S(p)=3pE(p)+2E(p)\Rightarrow(5p^2+4p+7)S(p)=(3p+2)E(p)\Rightarrow H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{3p+2}{5p^2+4p+7}$$

$$=\frac{2}{7}\frac{\frac{3}{2}p+1}{\frac{5}{7}p^2+\frac{4}{7}p+1}$$

classe $\alpha=0$, ordre $n=2$, gain statique $K=\frac{2}{7}$

5)

$$s(t)=8e(t)$$

$$\Rightarrow S(p)=8E(p)\Rightarrow\frac{S(p)}{E(p)}=8$$

classe $\alpha=0$, ordre $n=0$, gain statique $K=8$

Remarque : pas besoin de l'hypothèse s'il n'y a pas de dérivées.

Question 2 : *Déterminer sous forme canonique, les fonctions de transfert des systèmes modélisés par les équations différentielles ci-dessous. Puis dessiner ces 3 fonctions dans 3 blocs en séries.*

6)

$$\omega_s(t) = r\ \omega_e(t)$$
$$\Rightarrow \Omega_s(p) = r\Omega_s(p) \Rightarrow \frac{\Omega_s(p)}{\omega_e(p)} = r$$

Remarque : on modélise un réducteur par un bloc r. ω est la vitesse de rotation de l'arbre en rad/s.

7)

$$\omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow \Omega(p) = p\Theta(p) \Rightarrow \frac{\Theta(p)}{\Omega(p)} = \frac{1}{p}$$

Remarque : en aval d'un moteur, on convertit une vitesse angulaire en position angulaire. Par exemple lorsqu'on asservit un robot en position.

8)

$$\tau\dot{\omega}_m(t) + \omega_m(t) = K\ u_m(t)$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow \tau p\Omega_m(p) + \Omega_m(p) = K\ U_m(p) \Rightarrow (\tau p + 1)\Omega_m(p) = K\ U_m(p) \Rightarrow H(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K}{\tau p + 1}$$

Remarque : on modélise un MCC par un bloc du 1er ordre. Ici K est homogène a des rad/s/V

Exercice 2 : **COPIE D'ELEVE**

Question 1 : *Corriger les 5 erreurs suivantes*

$$LJ\frac{d^2\omega_m}{dt^2}(t) + RJ\frac{d\omega_m}{dt}(t) + K_cK_e\omega_m(t) = K_cu_m(t)$$

Les CI sont nulles.

$$\Rightarrow LJ\ p^2\Omega_m(p) + RJ\ p\Omega_m(p) + K_cK_e\Omega_m(p) = K_cU_m(p)$$
$$\Rightarrow (LJ\ p^2 + RJ\ p + K_cK_e)\Omega_m(p) = K_cU_m(p)$$
$$\Rightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_c}{LJp^2 + RJp + K_cK_e}$$
$$\Rightarrow H_m(p) = \frac{1}{K_e}\ \frac{1}{\frac{LJ}{K_cK_e}p^2 + \frac{RJ}{K_cK_e}p + 1}$$

gain statique : $\frac{1}{K_e}$

classe : 0

ordre : 2

Exercice 3 : **PORTES RETRACTABLES**

Question 1 : *Évaluer, dans chacun des cas et en utilisant les critères proposés, les performances du système de portes rétractables.*

Réglage N°1

1er dépassement absolu :

Il n'y a pas de dépassements.

1er dépassement relatif :

-

Temps de réponse à 5% :

$x_\infty = 2$ m

Bande des 5% $= [1{,}9; 2{,}1]$

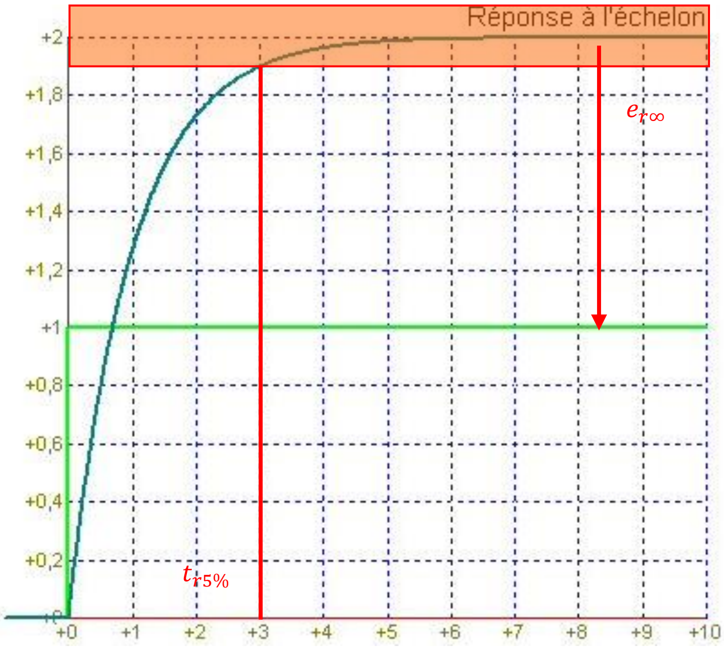
On lit graphiquement $t_{r5\%} = 3\ s$

Erreur statique :

$e_{r\infty} = x_{c0} - x_\infty = 1 - 2 = -1\ m$

Erreur statique relative :

$e_{r\infty} = \left|\frac{x_{c0} - x_{c\infty}}{x_{c0}}\right| = \left|\frac{-1}{1}\right| = 100\ \%$



Réglage N°2

1er dépassement absolu :

Il n'y a pas de dépassements.

1er dépassement relatif :

-

Temps de réponse à 5% :

$x_\infty = 0{,}95$ m

Bande des 5% $\approx [0{,}9; 1]$

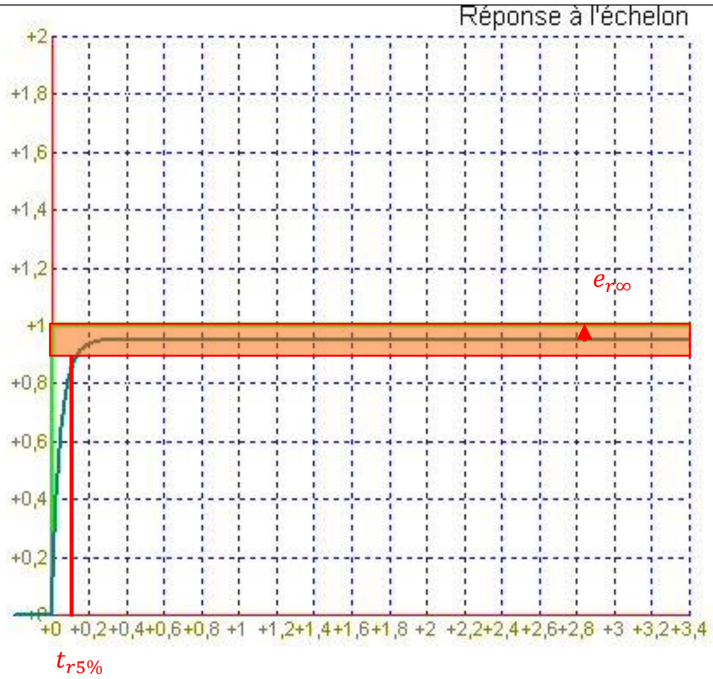
On lit graphiquement $t_{r5\%} = 0{,}1\ s$

Erreur statique :

$e_{r\infty} = x_{c0} - x_\infty = 1 - 0{,}95 = -0{,}05\ m$

Erreur statique relative :

$e_{r\infty} = \left|\frac{e_{r\infty}}{x_{c0}}\right| = \left|\frac{-0{,}05}{1}\right| \approx 5\ \%$



Réglage N°3

1er dépassement absolu :

$D_1 = |x(t_1) - x_\infty| = |1{,}3 - 1| = 0{,}3\ m$

1er dépassement relatif :

$D_{1\%} = \left|\frac{D_1}{x_\infty}\right| = \left|\frac{0{,}3}{1}\right| = 30\ \%$

Temps de réponse à 5% :

$x_\infty = 1$ m

Bande des 5% $\approx [0{,}95; 1{,}05]$

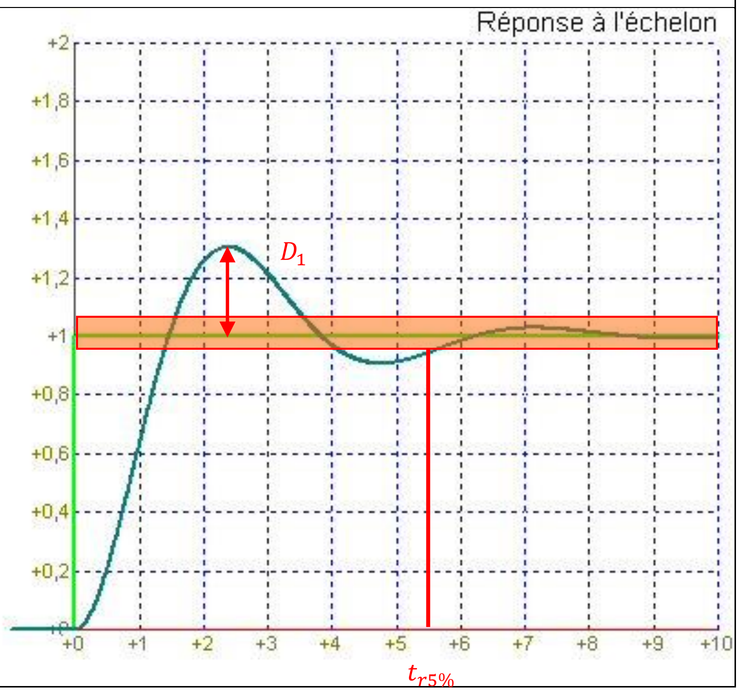
On lit graphiquement $t_{r5\%} = 5{,}5\ s$

Erreur statique :

$e_{r\infty} = x_{c0} - x_\infty = 1 - 1 = 0\ m$

Erreur statique relative :

$e_{r\infty} = \left|\frac{e_{r\infty}}{x_{c0}}\right| = \left|\frac{0}{1}\right| = 0\ \%$



Question 2 : *Donner le réglage qui permet d'avoir le système le plus précis. Donner aussi celui qui permet d'avoir le système le plus rapide.*

Le réglage 3 est le plus précis.
Le réglage 2 est le plus rapide.

Remarque : Régler un correcteur est souvent un compromis entre plusieurs performances. Souvent améliorer la précision revient à dégrader la stabilité.

Question 3 : *Indiquer les risques liés au fait d'avoir une valeur du 1er dépassement trop élevée sur un tel système.*

Un 1er dépassement trop important pourrait entrainer une collision des portes, des problèmes de sécurité pour les utilisateurs et des surintensités électrique.

Exercice 4 : **AXE ASSERVI DE MACHINE-OUTIL**

Question 1 : *Déterminer la fonction de transfert d'une intégration.*

$$\frac{\Theta_v(p)}{\Omega_v(p)} = \frac{1}{p}$$

Question 2 : *Déterminer la fonction de transfert du système vis-écrou.*

$$\frac{X(p)}{\Theta_v(p)} = \frac{pas}{2\pi}$$

Question 3 : *À l'aide de la description ci-dessus, déterminer les fonctions de transfert de chaque constituant (sauf l'IHM), puis compléter le second schéma-bloc page suivante en faisant apparaitre ces dernières à l'intérieur des blocs ainsi que les flux transmis d'un bloc à l'autre.*

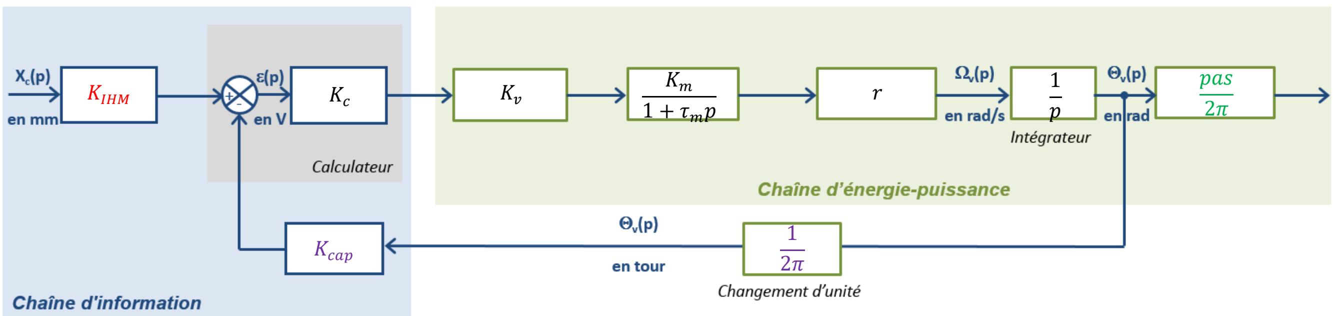
$$U_v(p) = K_c \varepsilon(p) \Rightarrow \frac{U_v(p)}{\varepsilon(p)} = K_c$$

$$\tau_m\ p\ \Omega_m(p) + \Omega_m(p) = K_m\ U_m(p)\ \Rightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1+\tau_m\ p}$$

$$X(p) = \frac{pas}{2\pi}\Theta_v(p)_{rad} \Rightarrow \frac{X(p)}{\Theta_v(p)_{rad}} = \frac{pas}{2\pi}$$

$$\Theta_v(p)_{tour} = \frac{1}{2\pi}\Theta_v(p)_{rad} \Rightarrow \frac{\Theta_v(p)_{tour}}{\Theta_v(p)_{rad}} = \frac{1}{2\pi}$$

$$U_{mes}(p) = K_{cap}\Theta_v(p)_{tour} \Rightarrow \frac{U_{mes}(p)}{\Theta_v(p)_{tour}} = K_{cap}$$



Question 4 : *Déterminer la fonction de transfert de cet asservissement (Ne pas remplacer K_{IHM}) et la mettre sous forme canonique (Vous utiliserez 3 couleurs pour K_{IHM}, $\frac{K_{cap}}{2\pi}$ et $\frac{pas}{2\pi}$).*

$$H(p) = K_{IHM}\frac{K_cK_v\frac{K_m}{1+\tau_mp}r\frac{1}{p}}{1+\ K_cK_v\frac{K_m}{1+\tau_mp}r\frac{1}{p}\frac{K_{cap}}{2\pi}}\frac{pas}{2\pi} = K_{IHM}\frac{pas}{2\pi}\frac{K_cK_vK_mr}{\tau_mp^2+p+\ K_cK_vK_mr\frac{K_{cap}}{2\pi}}$$

$$= \frac{K_{IHM}\frac{pas}{2\pi}}{\frac{K_{cap}}{2\pi}}\frac{1}{\frac{\tau_m}{K_cK_vK_mr\frac{K_{cap}}{2\pi}}p^2+\frac{1}{K_cK_vK_mr\frac{K_{cap}}{2\pi}}p+1}$$

Question 5 : *Conclure sur les performances de précision. Que vaut le gain statique pour un système précis ?*

La consigne et la réponse sont de même nature. D'après le cours, le système est précis si $\frac{K_{IHM}\frac{pas}{2\pi}}{\frac{K_{cap}}{2\pi}} = 1 \Rightarrow K_{IHM} = \frac{\frac{K_{cap}}{2\pi}}{\frac{pas}{2\pi}}$

Question 6 : *Redéterminer la fonction de transfert de l'interface homme-machine K_{IHM} à l'aide d'un raisonnement sur la proportionnalité des flux que l'on souhaite.*

$$\varepsilon(p) = U_c(p) - U_{mes}(p) = K_{IHM} X_c(p) - \frac{\frac{K_{cap}}{2\pi}}{\frac{pas}{2\pi}} X(p)$$

On veut que si $X_c(p) = X(p)$ alors $\varepsilon(p) = 0$. Donc $K_{IHM} = \frac{\frac{K_{cap}}{2\pi}}{\frac{pas}{2\pi}}$.

Question 7 : *Sur quel constituant intervenir pour améliorer la performance de rapidité ?*

On agit sur le correcteur pour améliorer les performances.

Exercice 5 : **ENCEINTE CHAUFFANTE**

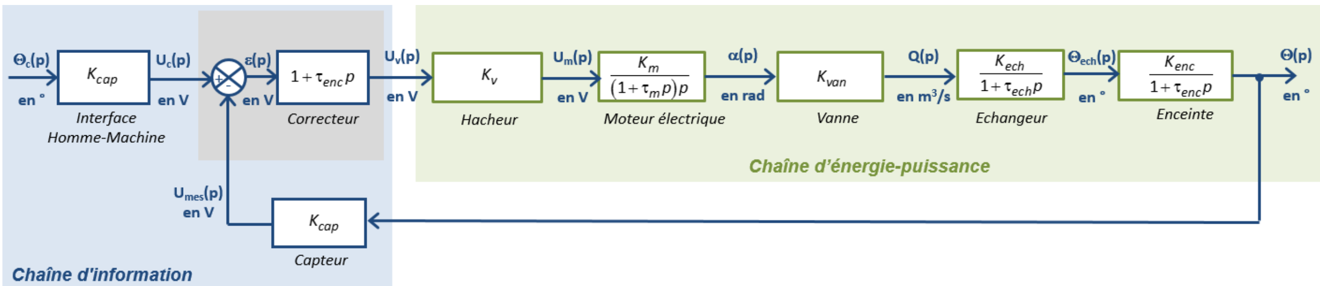
Question 1 : *Dessiner la portion de schéma-bloc représentant le système et faisant intervenir uniquement les composants précédemment définis.*

$$Q(p) = K_{van}\ \alpha(p)$$

$$\Theta_{ech}(p) + \tau_{ech} p \Theta_{ech}(p) = K_{ech} Q(p) \Rightarrow \Theta_{ech}(p) = \frac{K_{ech}}{1 + \tau_{ech}\ p}\ Q(p)$$

$$\Theta(p) + \tau_{enc} p\ \Theta(p) = K_{enc}\ \Theta_{ech}(p)\ \Rightarrow \Theta(p) = \frac{K_{enc}}{1 + \tau_{enc}\ p}\ \Theta_{ech}(p)$$

Question 2 : *Déterminer la structure du schéma-bloc modélisant cet asservissement, en identifiant les différents composants (nom sous les blocs) et en précisant leur fonction de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs avec leur unité transmises d'un bloc à l'autre.*



Question 3 : *En déduire sous forme canonique la fonction de transfert globale modélisant cet asservissement.*

$$\begin{aligned}
\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} &= K_{cap} \frac{(1+\tau_{enc}p)K_v\left(\frac{K_m}{(1+\tau_m p)p}\right)K_{van}\left(\frac{K_{ech}}{1+\tau_{ech}p}\right)\left(\frac{K_{enc}}{1+\tau_{enc}p}\right)}{1+(1+\tau_{enc}p)K_v\left(\frac{K_m}{(1+\tau_m p)p}\right)K_{van}\left(\frac{K_{ech}}{1+\tau_{ech}p}\right)\left(\frac{K_{enc}}{1+\tau_{enc}p}\right)\cdot K_{cap}} \\
&= K_{cap}\frac{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc}}{(1+\tau_m p)p(1+\tau_{ech}p) + K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} \\
&= \frac{K_{cap} K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc}}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} \frac{1}{\frac{(1+\tau_m p)p(1+\tau_{ech}p)}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} + 1} \\
&= \frac{1}{1 + \frac{1}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p + \frac{\tau_m + \tau_{ech}}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p^2 + \frac{\tau_m \tau_{ech}}{K_v K_m K_{van} K_{ech} K_{enc} K_{cap}} p^3}
\end{aligned}$$

Question 4 : *Conclure sur la performance de précision.*

La consigne et la réponse sont de même nature. Le gain statique est unitaire donc le système est précis.

Exercice 6 : **THEOREME DE LA VALEUR FINALE**

Question 1 : *Déterminer la valeur finale de la réponse à une impulsion, un échelon E_0 et une rampe V_0 des fonctions :*

$\mathrm{H}_1(\mathrm{p}) = K$ $\qquad$ $\mathrm{H}_2(\mathrm{p}) = \frac{K}{1+\tau p}$ $\qquad$ $\mathrm{H}_3(\mathrm{p}) = \frac{1}{p}\frac{K}{1+\tau p}$

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale.

$$s_\infty = \lim_{t\to+\infty} s(t) = \lim_{p\to 0^+} pS(p) = \lim_{p\to 0^+} p\mathrm{H_i}(\mathrm{p})E(\mathrm{p})$$

	K	$\frac{K}{1+\tau p}$	$\frac{1}{p}\frac{K}{1+\tau p}$
1	$=\lim_{p\to 0^+} pK1 = 0$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{K}{1+\tau p}1 = 0$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{1}{p}\frac{K}{1+\tau p}1 = K$ K
$\frac{E_0}{p}$	$=\lim_{p\to 0^+} pK\frac{E_0}{p} = KE_0$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{K}{1+\tau p}\frac{E_0}{p} = KE_0$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{1}{p}\frac{K}{1+\tau p}\frac{E_0}{p} = \infty$
$\frac{V_0}{p^2}$	$=\lim_{p\to 0^+} pK\frac{V_0}{p^2} = \infty$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{K}{1+\tau p}\frac{V_0}{p^2} = \infty$	$=\lim_{p\to 0^+} p\frac{1}{p}\frac{K}{1+\tau p}\frac{V_0}{p^2} = \infty$

Exercice 7 : **COPIE D'ELEVE**

Question 1 : *Corriger les 3 erreurs suivantes*

<u>Hyp :</u> *On néglige l'inductance.*

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{f+Jp}C_m(p) = \frac{1}{f+Jp}K_c I(p) = \frac{1}{f+Jp}K_c\frac{1}{R+0}\big(U(p)-E(p)\big) = \frac{1}{f+Jp}K_c\frac{1}{R}\big(U(p)-K_e\Omega_m(p)\big)$$

$$\Leftrightarrow (f+Jp)R\Omega_m(p) + K_cK_e\Omega_m(p) = K_cU(p)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_c}{(f+Jp)R + K_cK_e}$$

Remarque : Négliger un facteur, c'est considérer un terme petit devant un autre, $L=0$, p n'est pas nul, mais le produit Lp est nul.

Remarque : Il est vrai que $K_c = \frac{C_m(p)}{I(p)}$, cependant c'est les flux que l'on remplace, pas les constantes. Sinon, on revient en arrière.

Remarque : Attention, on ne passe pas un terme de l'autre côté quand il est dans une parenthèse sans le facteur K_c.

Question 2 : *Corriger les 4 erreurs suivantes*

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale.

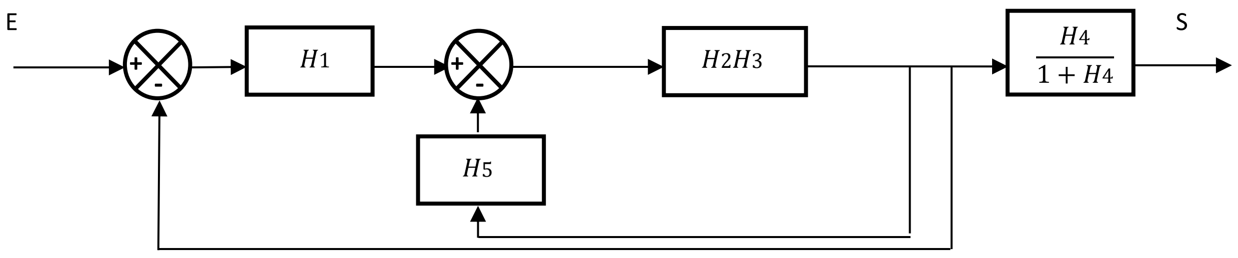
$$\omega_\infty = \lim_{t\to+\infty}\omega(t) = \lim_{p\to 0^+} p\Omega(p) = \lim_{p\to 0^+} pH_m(p)U_m(p) = \lim_{p\to 0^+} p\frac{1}{K_e}\frac{1}{\frac{LJ}{K_cK_e}p^2 + \frac{RJ}{K_cK_e}p + 1}\frac{U_0}{p} = \frac{U_0}{K_e}\ rad/s$$

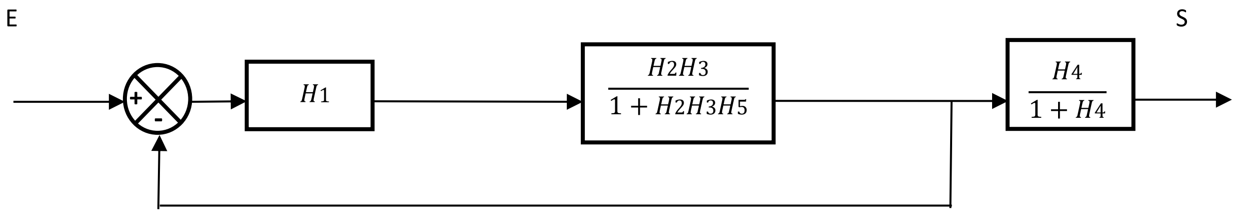
Remarque : Quand un moteur est soumis à un échelon de tension, il tourne. Sa vitesse de rotation n'est ni nulle, ni infini, sinon on s'est trompé dans le calcul.

Exercice 8 : **SCHEMAS-BLOCS**

Question 1 : *Déterminer les fonctions de transfert des schémas-blocs suivants. Vous noterez H au lieu de H(p). (On ne peut pas mettre H(p) sous forme canonique car on n'a pas leur expression)*

1)





donc

$$H = \frac{S}{E} = \frac{H1\dfrac{H2H3}{1+H2H3H5}}{1+H1\dfrac{H2H3}{1+H2H3H5}}\,\frac{H4}{1+H4}$$

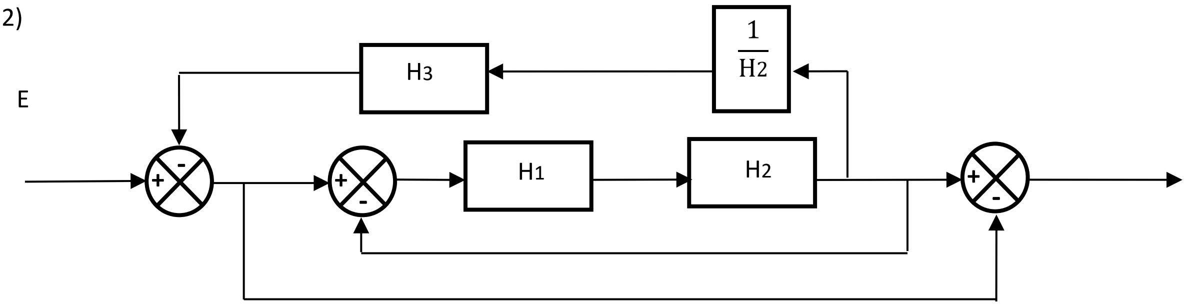
$$H = \frac{S}{E} = \frac{H1H2H3}{1+H2H3H5+H1H2H3}\,\frac{H4}{1+H4}$$

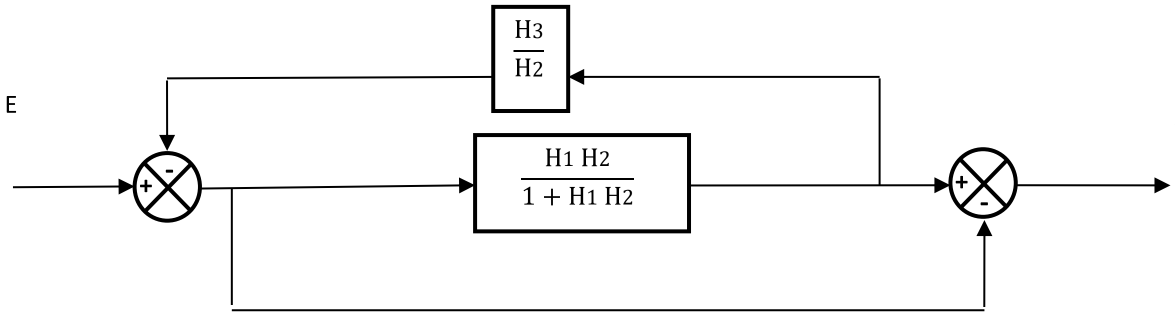
Remarque : Pour mettre $H(p)$ sous forme canonique il faudrait connaître les fonctions Hi(p).

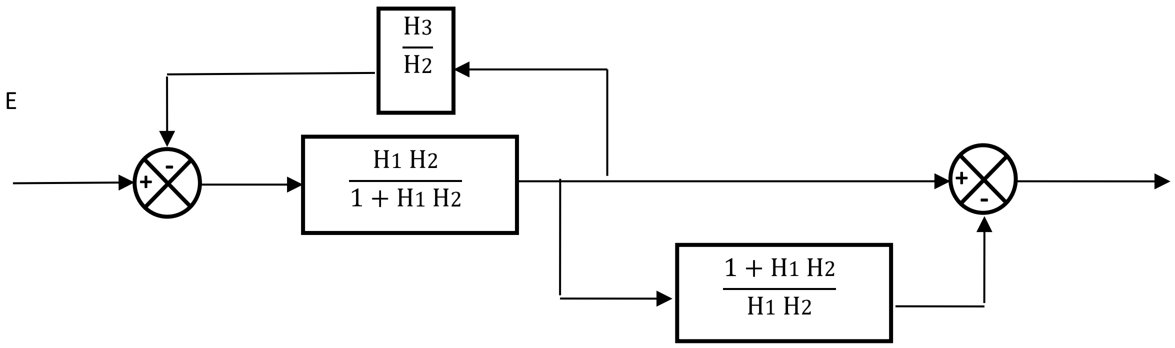
Remarque : Attention $H4$ est dans la chaîne direct.

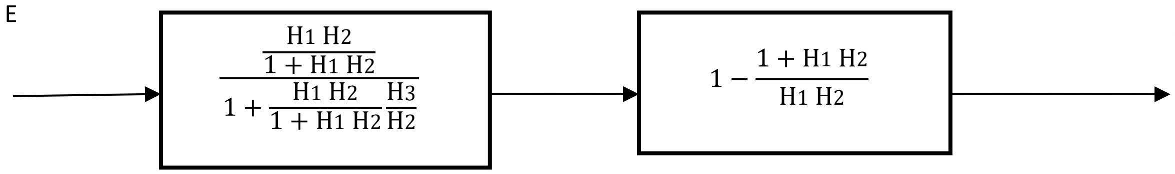
Remarque : Un retour unitaire est comme un bloc 1.

2)









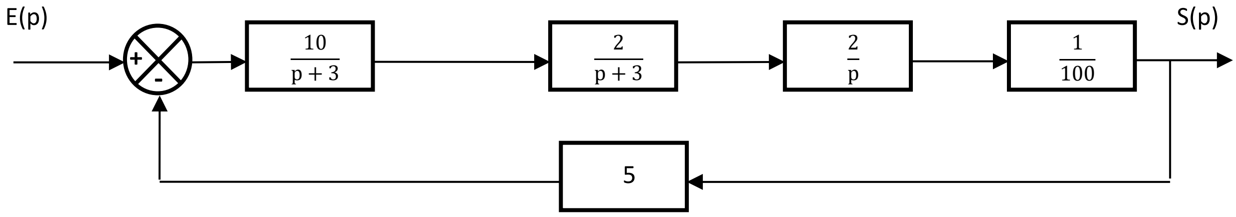
$$\mathrm{H} = \frac{\mathrm{S}}{\mathrm{E}} = \frac{\mathrm{H1\,H2}}{1+\mathrm{H1\,H2}+\mathrm{H1\,H3}}\left(1-\frac{1+\mathrm{H1\,H2}}{\mathrm{H1\,H2}}\right) = \frac{\mathrm{H1\,H2}}{1+\mathrm{H1\,H2}+\mathrm{H1\,H3}}\left(\frac{-1}{\mathrm{H1\,H2}}\right) = \frac{-1}{1+\mathrm{H1\,H2}+\mathrm{H1\,H3}}$$

Remarque : Attention, à droite, il s’agit de 2 blocs en parallèles, pas d’une boucle de retour.

Question 2 : *Déterminer les fonctions de transfert des schémas-blocs suivants. Les mettre sous forme canonique. Déterminer le gain, l'ordre et la classe.*

1)

$$\frac{\frac{2}{p+1}}{1+\frac{2}{p+1}} = \frac{2}{p+3}$$



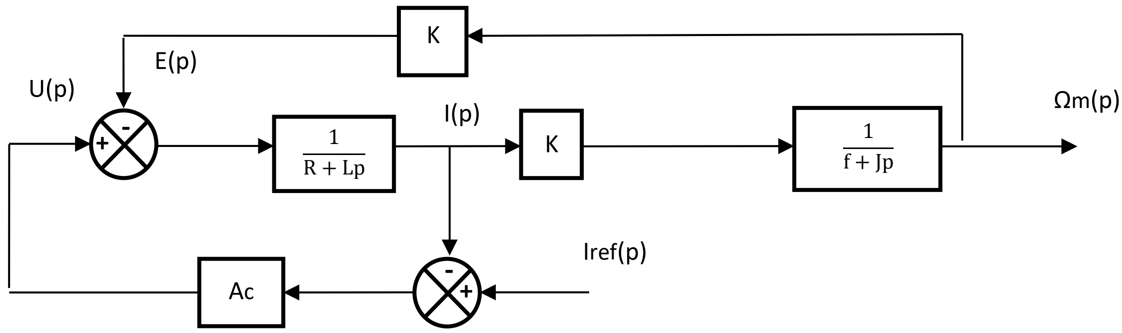
$$H(p) = \frac{\frac{10}{p+3}\frac{2}{p+3}\frac{2}{p}\frac{1}{100}}{1+\frac{10}{p+3}\frac{2}{p+3}\frac{2}{p}\frac{1}{100}5} = \frac{\frac{\frac{4}{10}}{p^3+6p^2+9p}}{1+\frac{2}{p^3+6p^2+9p}} = \frac{\frac{2}{5}}{p^3+6p^2+9p+2} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}p^3+3p^2+\frac{9}{2}p+1}$$

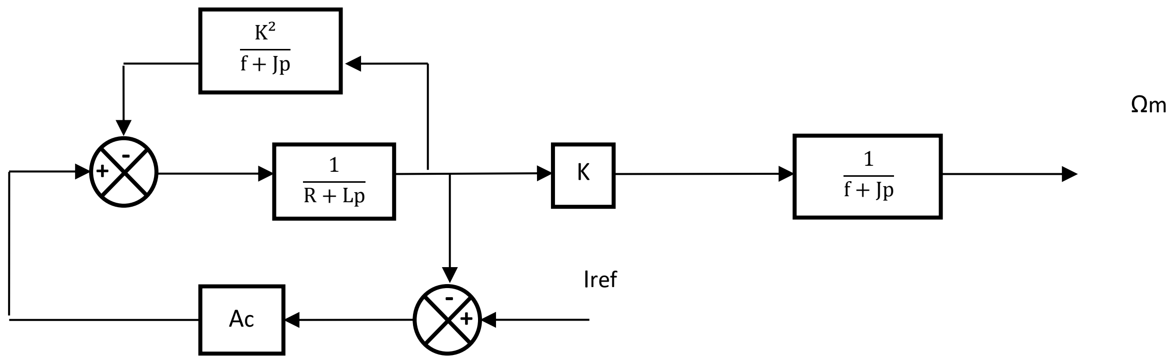
gain statique : $\frac{1}{5}$; ordre : 3 ; classe : 0

2) On reconnaît le moteur à courant continu asservit en courant. On a deux entrées et une sortie, nous allons utiliser le théorème de superposition.

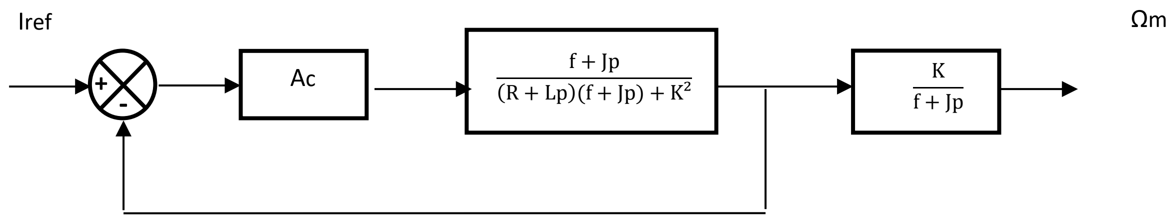
On pose $\Omega_m(p) = H_1(p)I_{ref}(p) + H_2(p)C_r(p)$.

On prend $Cr(p) = 0$:





$$\frac{\frac{1}{R+Lp}}{1+\frac{K^2}{(R+Lp)(f+Jp)}} = \frac{f+Jp}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2}$$



donc

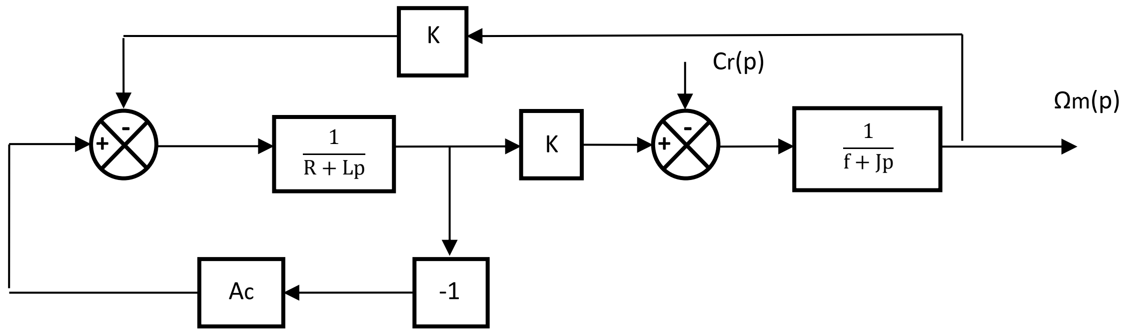
$$H_1(p) = \frac{Ac\frac{f+Jp}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2}}{1+Ac\frac{f+Jp}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2}}\frac{K}{f+Jp} = \frac{\frac{K\,Ac}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2}}{1+Ac\frac{f+Jp}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2}}$$

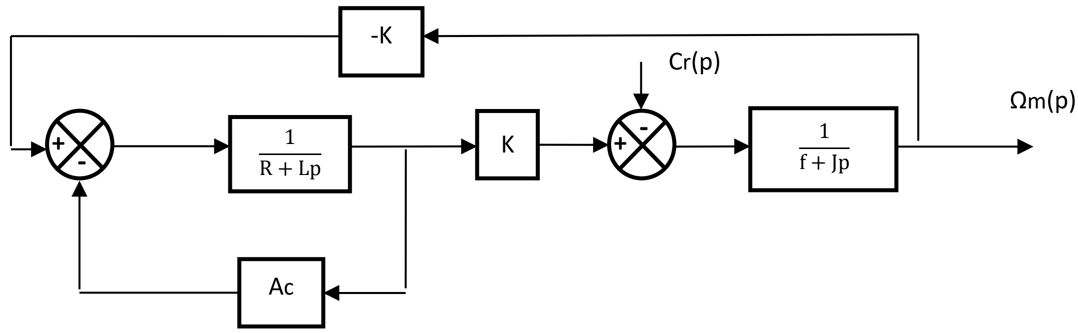
$$H_1(p) = \frac{K\,Ac}{(R+Lp)(f+Jp)+K^2+Ac(f+Jp)} = \frac{K\,Ac}{Rf+K^2+Ac\,f+(Ac\,J+RJ+Lf)p+LJ\,p^2}$$

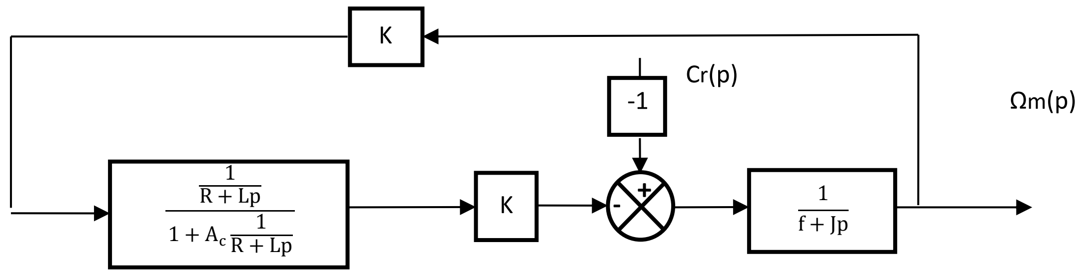
$$H_1(p) = \frac{\frac{K\,Ac}{Rf+K^2+Ac\,f}}{1+\frac{Ac\,J+RJ+Lf}{Rf+K^2+Ac\,f}p+\frac{LJ}{Rf+K^2+Ac\,f}p^2}$$

gain statique : $\frac{K\,Ac}{RF+K^2+Ac\,f}$; ordre : 2 ; classe : 0

On prend $Iref(p) = 0$







donc

$$H_2(p) = -\frac{\frac{1}{f+Jp}}{1+K^2\frac{\frac{1}{R+Lp}}{1+A_c\frac{1}{R+Lp}}\frac{1}{f+Jp}} = -\frac{1}{f+Jp+\frac{K^2}{R+A_c+Lp}} = -\frac{R+A_c+Lp}{Rf+K^2+Ac\,f+(Ac\,J+RJ+Lf)p+LJ\,p^2}$$

$$H_2(p) = -\frac{\frac{R+A_c}{Rf+K^2+Ac\,f}+\frac{L}{Rf+K^2+Ac\,f}p}{1+\frac{Ac\,J+RJ+Lf}{Rf+K^2+Ac\,f}p+\frac{LJ}{Rf+K^2+Ac\,f}p^2} = -\frac{R+A_c}{Rf+K^2+Ac\,f}\frac{1+\frac{L}{R+A_c}p}{1+\frac{Ac\,J+RJ+Lf}{Rf+K^2+Ac\,f}p+\frac{LJ}{Rf+K^2+Ac\,f}p^2}$$

gain statique : $-\frac{R+A_c}{Rf+K^2+Ac\,f}$; ordre : 2 ; classe : 0

Remarque : le dénominateur est le même pour $H_1(p)$ et $H_2(p)$, ce qui est normal vu que les blocs sont les même pour les deux schémas.

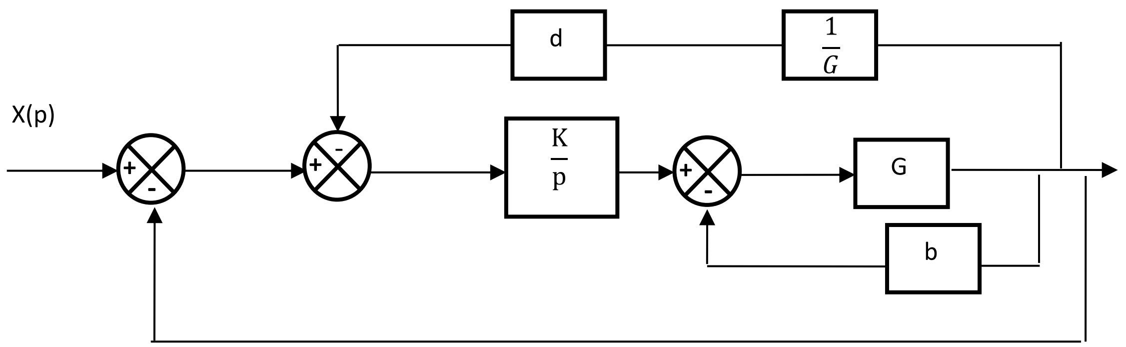
On applique le théorème de superposition.

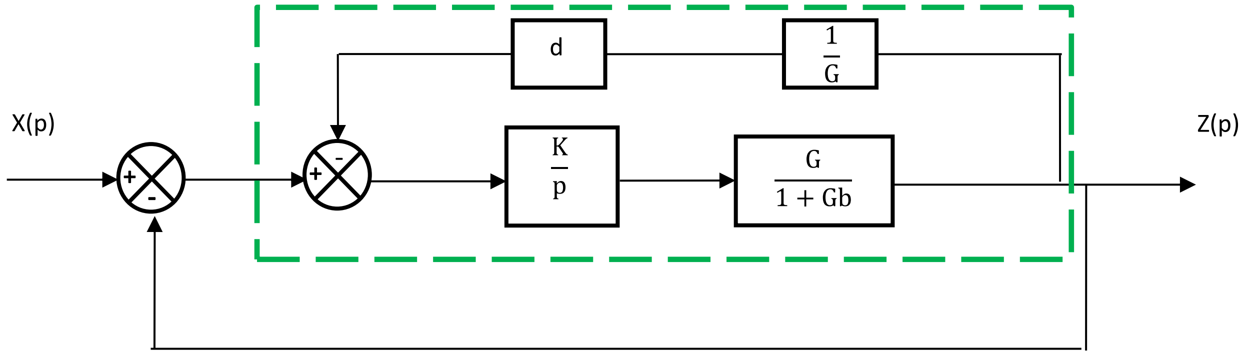
$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K\,Ac}{Rf+K^2+Ac\,f}}{1+\frac{Ac\,J+RJ+Lf}{Rf+K^2+Ac\,f}p+\frac{LJ}{Rf+K^2+Ac\,f}p^2}I_{ref}(p) - \frac{R+A_c}{Rf+K^2+Ac\,f}\frac{1+\frac{L}{R+A_c}p}{1+\frac{Ac\,J+RJ+Lf}{Rf+K^2+Ac\,f}p+\frac{LJ}{Rf+K^2+Ac\,f}p^2}C_r(p)$$

Remarque : le concours est plus simple que cet exercice, soit l'on négligerait $C_r(p)$, L ou f, soit l'on détaillerait toutes les étapes sur plusieurs questions.

3) On a 2 entrées.

On prend $Y(p) = 0$.



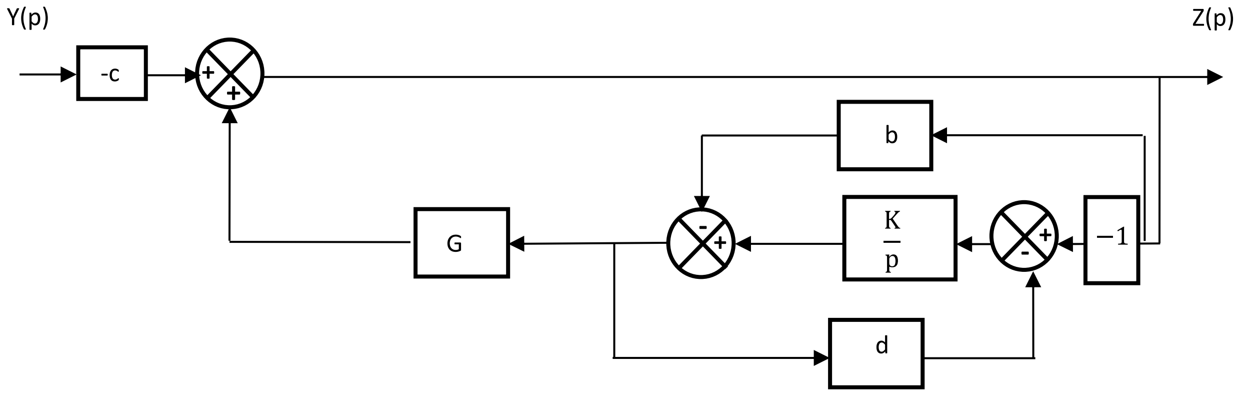


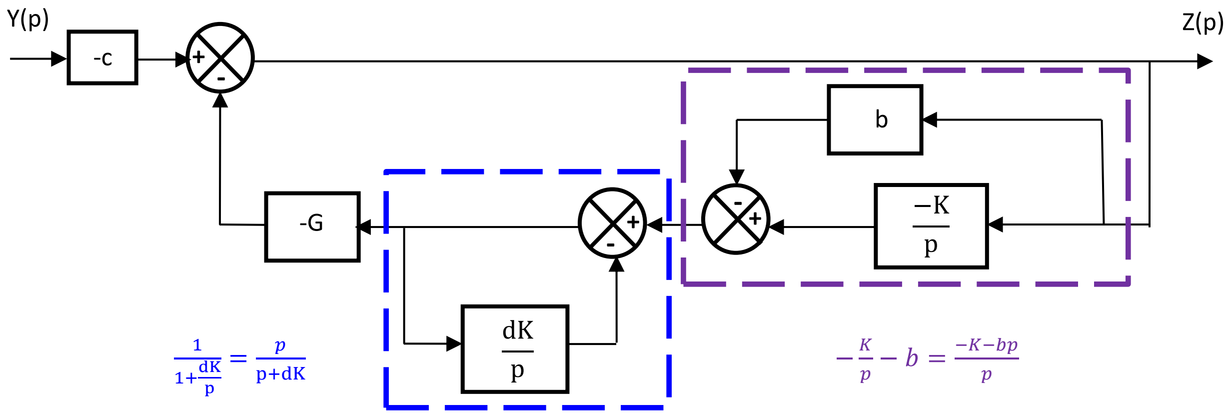
$$\frac{\frac{K}{p}\frac{G}{1+Gb}}{1+\frac{K}{p}\frac{G}{1+Gb}\frac{d}{G}} = \frac{KG}{(1+Gb)p+Kd}$$

$$\left.\frac{Z(p)}{X(p)}\right|_{Y(p)=0} = \frac{\frac{KG}{(1+Gb)p+Kd}}{1+\frac{KG}{(1+Gb)p+Kd}} = \frac{KG}{(1+Gb)p+Kd+KG} = \frac{G}{d+G}\frac{1}{\frac{1+Gb}{K(d+G)}p+1}$$

gain statique : $\frac{G}{d}$; ordre : 1 ; classe : 0

On prend $X(p) = 0$.





$$\frac{1}{1+\frac{dK}{p}} = \frac{p}{p+dK}$$

$$-\frac{K}{p} - b = \frac{-K-bp}{p}$$

Remarque : attention, le violet n'est pas une formule de Black.

$$\left.\frac{Z(p)}{Y(p)}\right|_{X(p)=0} = -c\frac{1}{1+\frac{K+bp}{p}\frac{p}{p+dK}G} = -c\frac{1}{1+\frac{K+bp}{p+dK}G} = -c\frac{p+dK}{p+dK+KG+Gbp} = -c\frac{Kd+p}{K(d+G)+(1+Gb)p}$$
$$= -c\frac{d}{d+G}\frac{1+\frac{1}{Kd}p}{1+\frac{1+Gb}{K(d+G)}p}$$

On applique le théorème de superposition.

$$Z(p) = \frac{G}{d+G}\frac{1}{1+\frac{1+Gb}{K(d+G)}p}X(p) - c\frac{d}{d+G}\frac{1+\frac{1}{Kd}p}{1+\frac{1+Gb}{K(d+G)}p}Y(p)$$

Remarque : on vérifie que le dénominateur est identique.

Question 3 : *Déterminer les fonctions de transfert du schéma-bloc suivant. Vous noterez H au lieu de H(p).*

$$Y = \frac{H_1H_2}{1-H_2H_3H_5H_6}X - \frac{H_2H_3H_4H_5}{1-H_2H_3H_5H_6}U$$

Par symétrie du problème :

$$W = \frac{H_4H_5}{1-H_5H_6H_2H_3}U - \frac{H_5H_6H_1H_2}{1-H_5H_6H_2H_3}X = \frac{H_4H_5}{1-H_2H_3H_5H_6}U - \frac{H_1H_2H_5H_6}{1-H_2H_3H_5H_6}X$$

Exercice 9 : **MODELE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU**

Question 1 : *Expliquer brièvement le nom de chacune des quatre équations et ce qu'elles représentent.*

Question 2 : *En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 4 équations du moteur. On notera que Ω est la majuscule de ω.*

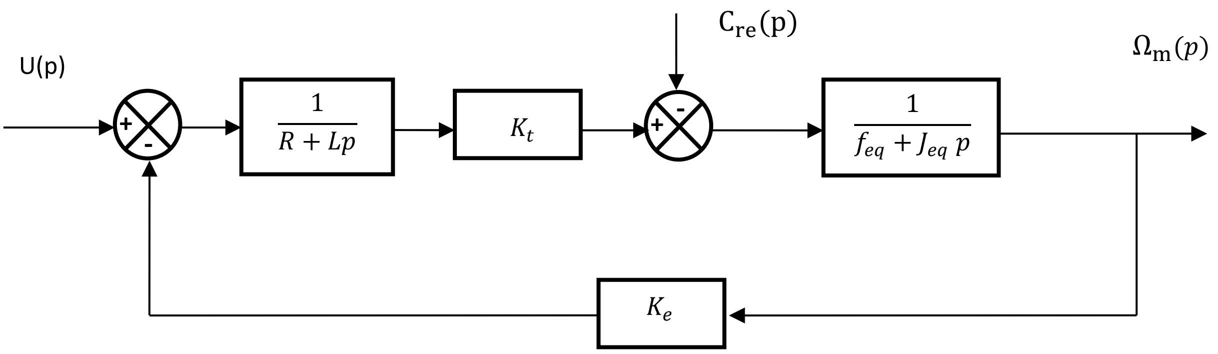
Les conditions initiales sont nulles.

$$U(p) = (R+Lp)I(p) + E(p) \Longrightarrow I(p) = \frac{1}{R+Lp}(U(p)-E(p))$$

$$E(p) = K_e\Omega_m(p) \qquad C_m(p) = K_tI(p)$$

$$C_m(p) - C_{re}(p) = \left(J_{eq}\,p + f_{eq}\right)\Omega_m(p) \Longrightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{f_{eq}+J_{eq}\,p}\left(C_m(p)-C_{re}(p)\right)$$

Question 3 : *Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :*



Question 4 : *Ce système est-il asservi ?*

La consigne et la réponse ne sont pas de même nature. Le MCC ne possède pas de capteur, il n'est donc pas asservi. La boucle représente la structure des équations.

Question 5 : *Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?*

Il y a deux entrées.

On pose $\Omega_m(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)C_{re}(p)$

Question 6 : *Déterminer* $H_1(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_{re}(p)=0}$. *Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

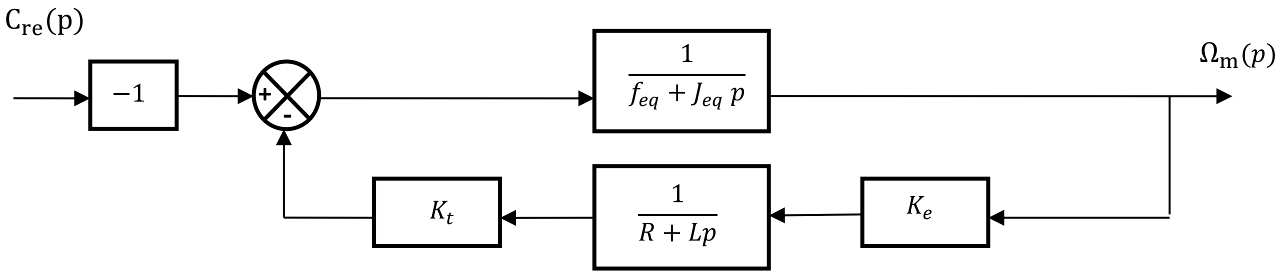
On prend $C_{re}(p) = 0$:

$$H_1(p)=\frac{\dfrac{K_t}{(R+Lp)\left(f_{eq}+J_{eq}\,p\right)}}{1+\dfrac{K_eK_t}{(R+Lp)\left(f_{eq}+J_{eq}\,p\right)}}=\frac{K_t}{Rf_{eq}+\left(RJ_{eq}+Lf_{eq}\right)p+LJ_{eq}\,p^2+K_eK_t}=\frac{\dfrac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}}{1+\dfrac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p+\dfrac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p^2}$$

gain statique : $K_1=\frac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}$ en (rad/s)/V ordre : $n=2$ classe : $\alpha=0$

Question 7 : *Déterminer $H_2(p)=\left.\frac{\Omega_m(p)}{C_{re}(p)}\right|_{U(p)=0}$. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

On prend $\mathrm{U}(p)=0$:



$$H_2(p)=-\frac{\dfrac{1}{f_{eq}+J_{eq}\,p}}{1+\dfrac{K_eK_t}{(R+Lp)\left(f_{eq}+J_{eq}\,p\right)}}=-\frac{R+Lp}{Rf_{eq}+\left(RJ_{eq}+Lf_{eq}\right)p+LJ_{eq}\,p^2+K_eK_t}$$

$$=-\frac{\dfrac{R}{K_eK_t+Rf_{eq}}\left(1+\dfrac{L}{R}\,p\right)}{1+\dfrac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p+\dfrac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p^2}$$

gain statique : $K_2=\frac{R}{K_eK_t+Rf_{eq}}$ en (rad/s)/(Nm)

ordre : $n=2$

classe : $\alpha=0$

Question 8 : *Montrer que $\Omega_m(p)=\frac{\frac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}}{1+\frac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}p+\frac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}p^2}\,U(p)-\frac{\frac{R}{K_eK_t+Rf_{eq}}\left(1+\frac{L}{R}p\right)}{1+\frac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}p+\frac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}p^2}C_{re}(p)$, préciser le théorème utilisé.*

On utilise le théorème de superposition :

$$\Omega_\mathrm{m}(p)=H_1(p)U(p)+H_2(p)\mathrm{C_{re}}(p)$$

$$\Longrightarrow \Omega_m(p)=\frac{\dfrac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}}{1+\dfrac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p+\dfrac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p^2}\,U(p)-\frac{\dfrac{R}{K_eK_t+Rf_{eq}}\left(1+\dfrac{L}{R}\,p\right)}{1+\dfrac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p+\dfrac{LJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}\,p^2}C_{re}(p)$$

Question 9 : *Ecrire l'équation précédente sous la forme $\Omega_m(p)=F_2(p)\left(F_1(p)U(p)-C_{re}(p)\right)$ et compléter le schéma suivant :*

$$F_1(p)=\frac{H_1(p)}{H_2(p)}\qquad\qquad F_2(p)=H_2(p)$$

Question 10 : *En suivant une démarche d'identification de $H_1(p)$ avec un deuxième ordre, montrer que :*

$$\begin{cases}K=\dfrac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}\ \text{en (rad/s)/V}\\[2mm] \xi=\dfrac{1}{2}\dfrac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{\sqrt{J_{eq}\mathrm{L}\left(K_eK_t+Rf_{eq}\right)}}\\[2mm] \omega_0=\sqrt{\dfrac{K_eK_t+Rf_{eq}}{J_{eq}\mathrm{L}}}\ \text{en rad/s}\end{cases}$$

On identifie $H_1(p)$ avec un second ordre de classe 0 $\frac{\mathrm{K}}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}$

$$\begin{cases} K = \dfrac{K_t}{K_eK_t + Rf_{eq}} \\ \dfrac{2\xi}{\omega_0} = \dfrac{RJ_{eq} + Lf_{eq}}{K_eK_t + Rf_{eq}} \\ \dfrac{1}{{\omega_0}^2} = \dfrac{LJ_{eq}}{K_eK_t + Rf_{eq}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \dfrac{K_t}{K_eK_t + Rf_{eq}} \\ \xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{RJ_{eq} + Lf_{eq}}{K_eK_t + Rf_{eq}}\omega_0 \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_eK_t + Rf_{eq}}{J_{eq}\mathrm{L}}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = \dfrac{K_t}{K_eK_t + Rf_{eq}} \text{ en (rad/s)/V} \\ \xi = \dfrac{1}{2}\dfrac{RJ_{eq} + Lf_{eq}}{\sqrt{J_{eq}\mathrm{L}(K_eK_t + Rf_{eq})}} \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{K_eK_t + Rf_{eq}}{J_{eq}\mathrm{L}}} \text{ en rad/s} \end{cases}$$

Question 11 : *En utilisant les hypothèses simplificatrices, montrer que* $\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K}}{1+T_m\,p}\,U(p) - \frac{\frac{R}{K^2}}{1+T_m\,p}C_{re}(p)$

On néglige l'inductance $L = 0\ mH$ et le frottement $f_{eq} = 0\ Nm/(rad/s)$ et on prend $K_e = K_t = K$ donc

$$\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{K_eK_t}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t}\,p}\,U(p) - \frac{\frac{R}{K_eK_t}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t}\,p}C_{re}(p) = \frac{\frac{1}{K}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t}\,p}\,U(p) - \frac{\frac{R}{K^2}}{1 + \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t}\,p}C_{re}(p)$$
$$= \frac{\frac{1}{K}}{1 + T_m\,p}\,U(p) - \frac{\frac{R}{K^2}}{1 + T_m\,p}C_{re}(p)$$

Question 12 : *Donner les unités de K_e et K_t. Montrer que K_e et K_t ont la même unité, pour ce faire, on pourra écrire les unités d'une puissance électrique, puis les unités d'une puissance mécanique de rotation.*

K_e est en $V/(rad/s)$
K_t est en Nm/A
Pour une puissance électrique $P = W = V.A$ pour une puissance mécanique de rotation $P = W = Nm.rad/s$ donc

$$V.A\ = Nm.rad/s \Rightarrow Nm/A = V/(rad/s)$$

Question 13 : *Calculer T_e et T_m. A-t-on $T_e \ll T_m$??*

$$\xi = \frac{1}{2}\frac{RJ_{eq} + Lf_{eq}}{\sqrt{J_{eq}\mathrm{L}(K_eK_t + Rf_{eq})}} = \frac{1}{2}\frac{2{,}5.9{,}4\ 10^{-2} + 2{,}6.10^{-3}.0{,}01}{\sqrt{9{,}4\ 10^{-2}.2{,}6.10^{-3}(0{,}5.0{,}5 + 2{,}5.0{,}01)}} = 14{,}3$$

$\xi > 1$ *le régime est donc non oscillatoire amortie.*

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_eK_t + Rf_{eq}}{J_{eq}\mathrm{L}}} = \sqrt{\frac{0{,}5.0{,}5 + 2{,}5.0{,}01}{9{,}4\ 10^{-2}.2{,}6.10^{-3}}} = 33{,}54 rad/s$$

$$T_e\ = \frac{L}{R} = \frac{2{,}6.10^{-3}}{2{,}5} \approx 0{,}001\ s$$

$$T_m\ = \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t + Rf_{eq}} = \frac{2{,}5.9{,}4\ 10^{-2}}{0{,}5.0{,}5 + 2{,}5.0{,}01} \approx 0{,}85\ s$$

On a $T_e \ll T_m$ *on peut donc assimiler le 2eme ordre à un premier ordre.*

$$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_e\,p)(1 + T_m\,p)}U(p) \approx \frac{K_m}{1 + T_m\,p}\ U(p)$$

Question 14 : *Calculer K_m et $t_{r5\%}$. (page 24 du cours)*

$$K_m = \frac{K_t}{K_eK_t + Rf_{eq}} = \frac{0{,}5}{0{,}5.0{,}5 + 2{,}5.0{,}01} = 1.81 \text{ (rad/s)/V}$$

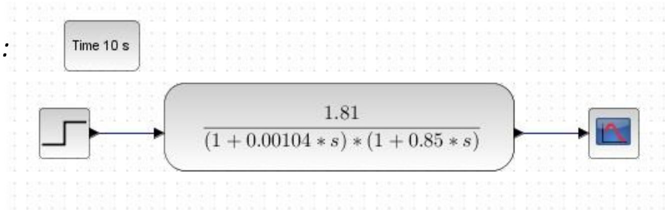
$\mathrm{t}_{r5\%} \approx 3\,T_m \approx 3\ 0{,}85 \approx 2{,}56\ s$

Question 15 : *A l'aide du théorème de la valeur finale (page 13 et 14) déterminer $\omega_{m\infty}$.*

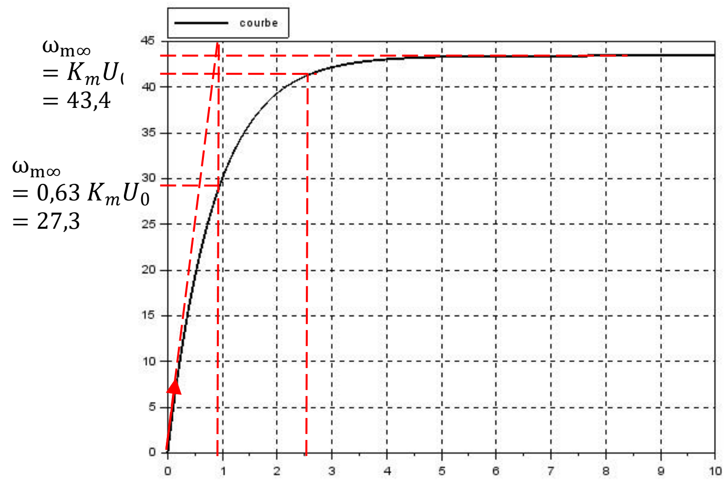
$$\omega_{m\infty} = lim_{t\to+\infty}\ \omega(t) = lim_{p\to0^+}\ p\Omega(p) = lim_{p\to0^+}\ p\frac{K_m}{1 + T_m\,p}\frac{U_0}{p} = K_mU_0 = 1{,}81\ 24 = 43{,}4\ rad/s$$

Question 16 : *Tracer $\omega_m(t)$. Préciser tous les points particuliers et leurs valeurs numériques. (page 24 du cours)*

En utilisant Scilab :



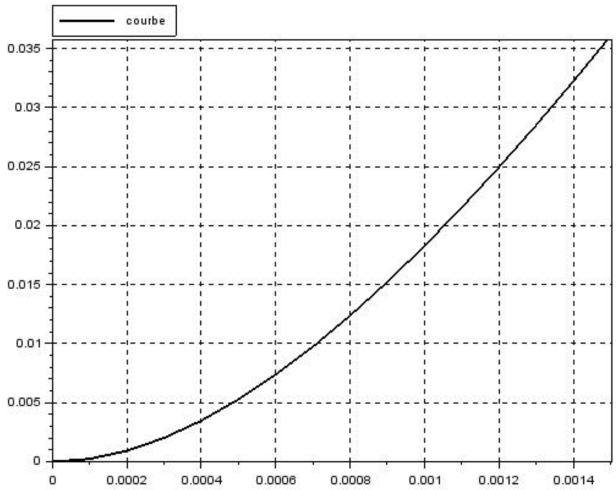
$\omega_m(t)\ [rad/s]$



$T_m \approx 0,85 \quad t_{r5\%} \approx 3\,T_m \approx 2,56 \qquad t\ [s]$

Réponse du MCC à un échelon de 24V
sans couple résistant

$\omega_m(t)\ [rad/s]$



$T_e \approx 0,001\ s \qquad t\ [s]$

Zoom sur l'origine

On constate qu'ici le 2eme ordre peut s'approximer à un 1er ordre.

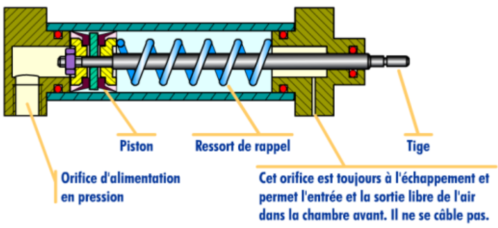
Question 17 : *Evaluer la performance de précision du MCC.*

L'entrée et la sortie du MCC ne sont pas de même nature, on ne peut donc pas évaluer la performance de précision.

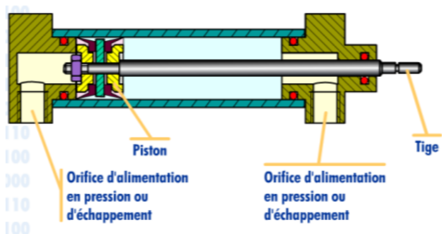
Exercice 10 : **MODELE D'UN VERIN**

Question 1 : *Expliquer brièvement le nom de chacune des trois équations et ce qu'elles représentent.*

Question 2 : *Quelle est la différence entre un vérin simple effet et double effet ?*



Vérin simple effet



Vérin double effet

Question 3 : *En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 3 équations du vérins.*

Les conditions initiales sont nulles.

$$Q(p) = S\,p\,X(p) + \frac{V}{2B} p\,\Delta P(p)$$

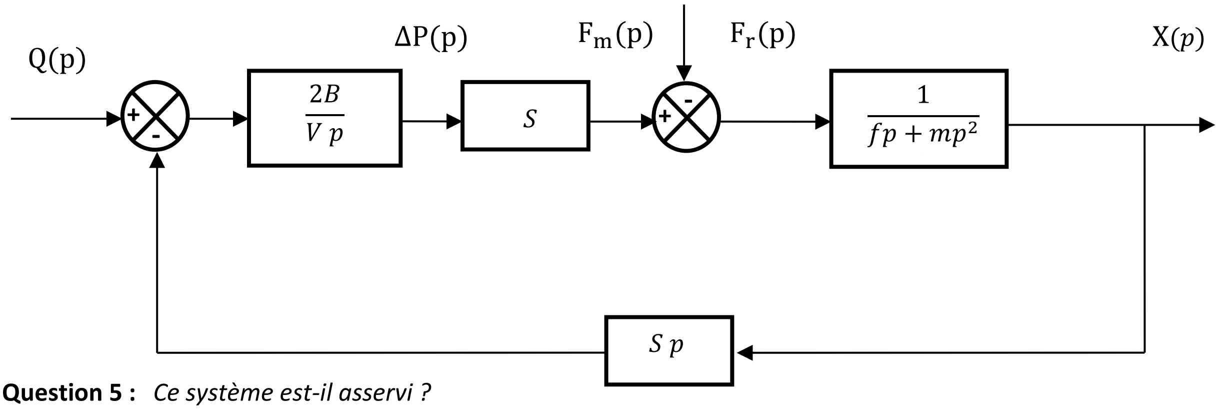
$$\Longrightarrow \Delta P(p) = \frac{2B}{Vp}\big(Q(p) - Sp\,X(p)\big)$$

$$F_m(p) = S\,\Delta P(p)$$

$$F_m(p) - F_r(p) - fp\,X(p) = mp^2\,X(p)$$

$$\Longrightarrow X(p) = \frac{1}{mp^2 + fp}\big(F_m(p) - F_r(p)\big)$$

Question 4 : *Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :*



Question 5 : *Ce système est-il asservi ?*

La consigne et la réponse ne sont pas de même nature. Le vérin hydraulique ne possède pas de capteur. Il n'est donc pas asservi. La boucle représente la structure des équations.

Question 6 : *Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?*

Il y a deux entrées.

On pose $\mathrm{X}(p) = H_3(p)\mathrm{Q}(p) + H_4(p)\mathrm{F_r}(\mathrm{p})$

Question 7 : *Déterminer* $H_3(p) = \left.\frac{X\,(p)}{Q(p)}\right|_{F_r(p)=0}$*. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

On prend $\mathrm{F_r}(p) = 0$:

$$\mathrm{H_3(p)} = \left.\frac{\mathrm{X\,(p)}}{\mathrm{Q(p)}}\right|_{\mathrm{F_r(p)=0}} = \frac{\frac{2B}{V\,p}S\frac{1}{p}\,\frac{1}{f+mp}}{1+\frac{2B}{V\,p}S\frac{1}{p}\,\frac{1}{f+mp}\mathrm{Sp}} = \frac{\frac{1}{S\,p}}{(f+mp)\frac{V\,p}{2B\,S^2}+\,1} = \frac{1}{S\,p}\frac{1}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}$$

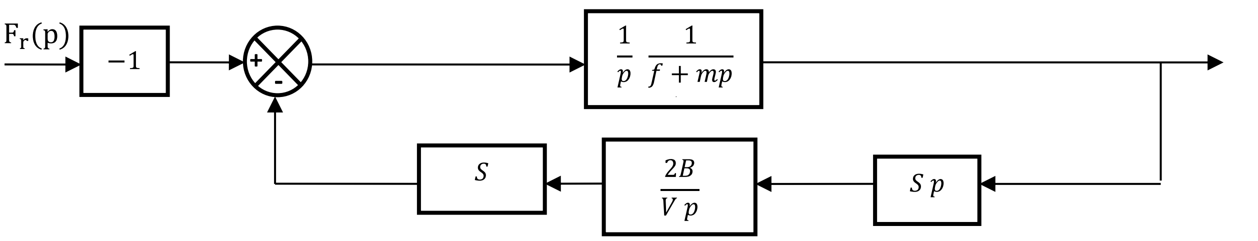
gain statique : $K_3 = \frac{1}{S}$ en $m/(m^3/s)s = 1/m^2$

ordre : $n = 3$

classe : $\alpha = 1$

Question 8 : *Déterminer* $H_4(p) = \left.\frac{X\,(p)}{F_r(p)}\right|_{Q(p)=0}$*. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

On prend $\mathrm{Q}(p) = 0$:



$$H_4(p) = \left.\frac{X\,(p)}{F_r(p)}\right|_{Q(p)=0} = -\frac{\frac{1}{p}\,\frac{1}{f+mp}}{1+\frac{2B}{V\,p}S\frac{1}{p}\,\frac{1}{f+mp}\mathrm{Sp}} = -\frac{\frac{V}{2B\,S^2}}{(f+mp)\frac{V\,p}{2B\,S^2}+\,1} = -\frac{\frac{V}{2B\,S^2}}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}$$

gain statique : $K_4 = -\frac{V}{2B\,S^2}$ en m/N

ordre : $n = 2$

classe : $\alpha = 0$

Question 9 : *Montrer que* $X(p)=\frac{1}{S\,p}\frac{1}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}\,Q(p)-\frac{\frac{V}{2B\,S^2}}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}F_r(p)$, *préciser le théorème utilisé.*

On utilise le théorème de superposition :

$$\mathrm{X(p)}=H_3(p)\,\mathrm{Q(p)}+H_4(p)\mathrm{F_r(p)}$$

$$\Longrightarrow \mathrm{X}(p)=\frac{1}{S\,p}\frac{1}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}\,\mathrm{Q(p)}-\frac{\frac{V}{2B\,S^2}}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}\mathrm{F_r}(p)$$

Hypothèse : - On suppose que fluide est incompressible $B\to\infty$.

Question 10 : *En utilisant l'hypothèse simplificatrice, montrer que* $X(p)=\frac{1}{S\,p}\,Q(p)$

On suppose que fluide est incompressible $B\to\infty$.

$$X(p)=\frac{1}{S\,p}\,Q(p)$$

Exercice 11 : **LE BIONIC BAR DU PAQUEBOT HARMONY**

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.*

$$H(p)=\frac{X(p)}{X_c(p)}=\frac{90}{100+p}=\frac{90}{100}\frac{1}{1+\frac{1}{100}p}=\frac{0{,}90}{1+0{,}01p}$$

On identifie cette fonction à un 1^{er} ordre de classe 0 de la forme : $\frac{K}{1+\tau p}$

$$\Rightarrow \begin{cases} K=0{,}95 \\ \tau=0{,}01s \end{cases}$$

Question 2 : *Évaluer la performance de rapidité de ce système.*

$$t_{r5\%}\approx 3\tau\approx 3.0{,}01t_{r5\%}\approx 0{,}03s$$

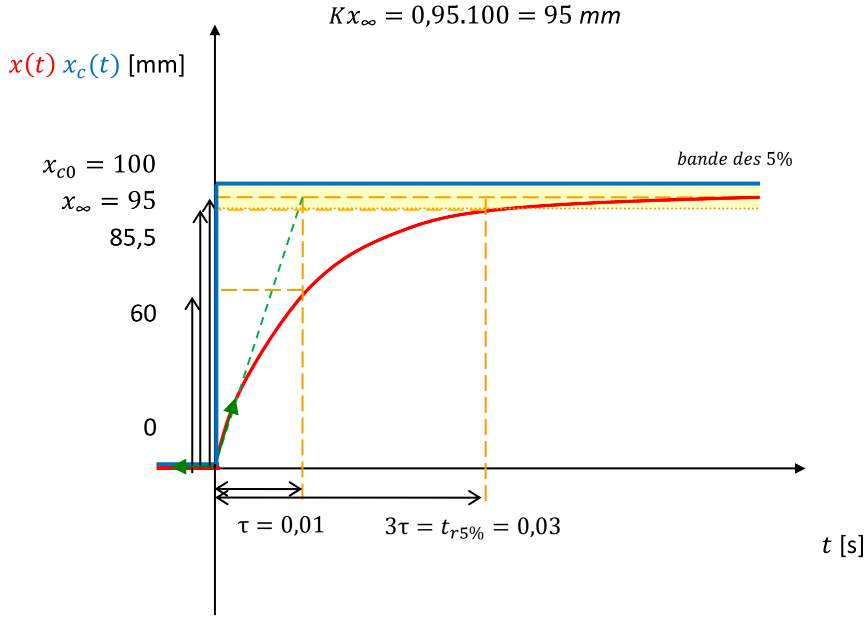
Question 3 : *Évaluer la performance de précision de ce système.*

La consigne et la réponse sont de même nature, $K\neq 1$. Le système n'est donc pas précis.

$$x_\infty=Kx_{c\infty}=0{,}95.100=95\text{ mm}$$
$$e_{r\infty}=x_{c\infty}-x_\infty=100-95=5\text{ mm}$$

Question 4 : *Tracer la réponse indicielle en faisant apparaître les points caractéristiques.*

$$0{,}63\,Kx_\infty=0{,}63.0{,}95.100\approx 60\ mm$$
$$0{,}95\,Kx_\infty=0{,}95.0{,}90.100\approx 85{,}5\ mm$$
$$Kx_\infty=0{,}95.100=95\ mm$$



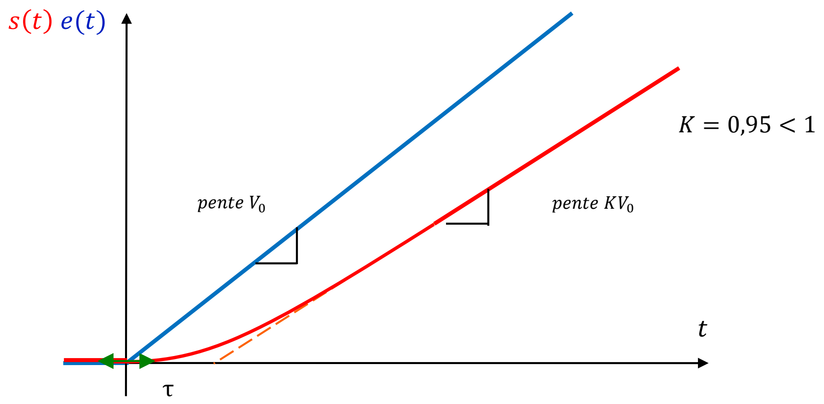
Remarque : on ne peut pas dessiner $e_{r\infty}$ dans ce cas.

Question 5 : *En utilisant le théorème de la valeur finale, évaluer la performance de précision de ce système en calculant l'erreur de traînage $e_{r\infty}$.*

On utilise le théorème de la valeur finale.

$$e_{r\infty} = lim_{t\to+\infty}\, e_r(t) = lim_{t\to+\infty}\,(x_c(t) - x(t)) = lim_{p\to0^+}\, p\big(X_c(p) - X(p)\big) = lim_{p\to0^+}\, p\big(X_c(p) - H(p)X(p)\big)$$
$$= lim_{p\to0^+}\, p\big(1 - H(p)\big)X_c(p) = lim_{p\to0^+}\, p\left(1 - \frac{K}{1+\tau p}\right)\frac{V_0}{p^2} = +\infty$$

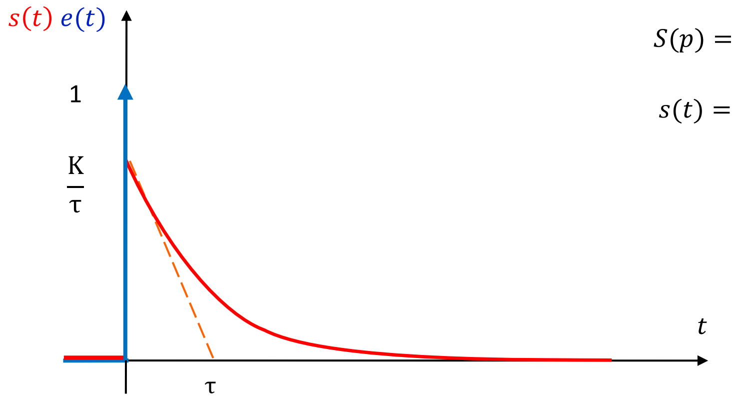
Question 6 : *Tracer la réponse à cette rampe.*



Question 7 : *Comment peut-on modéliser cette sollicitation extérieure ?*

On peut modéliser cette perturbation extérieure intense et brève par une impulsion.

Question 8 : *Sans faire de calculs, tracer l'allure de la réponse à cette sollicitation.*



$$S(p) = \frac{K}{1+\tau p}.1$$
$$s(t) = \frac{K}{\tau}e^{\frac{-t}{\tau}}u(t)$$

Exercice 12 : **CAMERA**

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.*

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2} = \frac{9800}{10000}\,\frac{1}{1 + \frac{600}{10000}p + \frac{35}{10000}p^2} = \frac{0,98}{1 + 0,06p + 0,0035p^2}$$

On identifie avec un 2nd ordre de classe 0 $\frac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0^2}p^2}$

$$\begin{cases} K = 0,98 \\ \frac{2z}{\omega_0} = 0,06 \\ \frac{1}{\omega_0^2} = 0,0035 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 0,98 \\ z = \frac{0,06}{2}\sqrt{\frac{1}{0,0035}} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{0,0035}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K = 0,98 \\ z = 0,51 \\ \omega_0 = 16,9 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Question 2 : *En déduire, si sa réponse à un échelon est oscillatoire ou non oscillatoire. Si nécessaire, indiquer la valeur de la pseudo-période notée T_p.*

$0 < z < 1$ donc la réponse est oscillatoire amortie. $T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-z^2}} = 0,43\ s$

Question 3 : *Évaluer la performance de rapidité de ce système.*

En utilisant l'abaque qui lie temps de réponse réduit et facteur d'amortissement pour un 2ème ordre pour $z = 0{,}51$:

$$t_{r5\%}\omega_0 \approx 5{,}2 \Rightarrow t_{r5\%} \approx \frac{5{,}2}{\omega_0} = 0{,}31\ s$$

Question 4 : *Donner, dans ce cas, le nombre de dépassement d'amplitude supérieure à 1% de la réponse $\theta(t)$. Indiquer, pour chacun d'eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.*

En utilisant l'abaque qui donne la valeur des dépassements en fonction du facteur d'amortissement pour $z = 0{,}51$:
Il y a 2 dépassements >1%, on lit graphiquement :

$$D_{1\%} = 0{,}15 = 15\%$$
$$D_{2\%} = 0{,}02 = 2\%$$

$$\Delta\theta_\infty = K\Delta\theta_{c\infty} = 0{,}98.20 = 19{,}6°$$

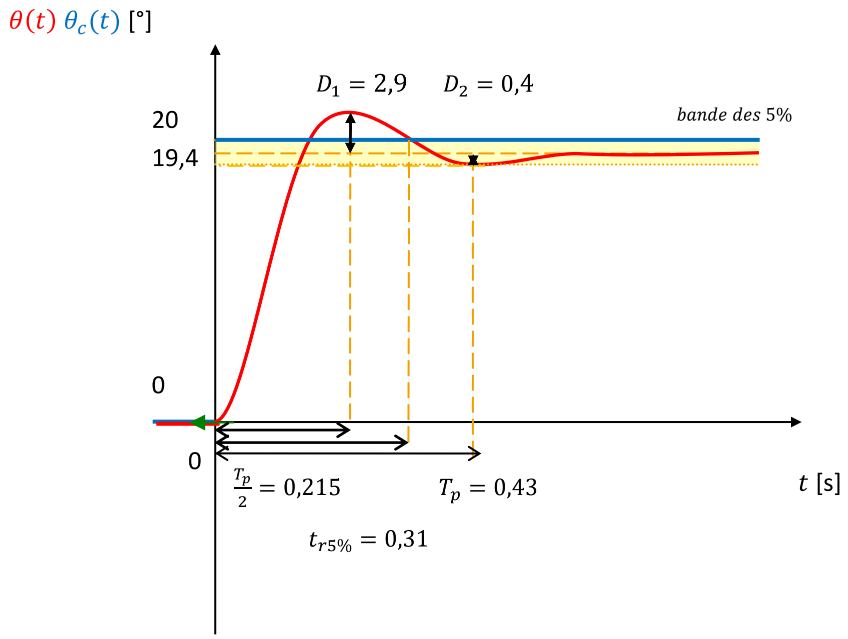
donc

$$D_1 = |D_{1\%}\Delta\theta_\infty| = 0{,}15.19{,}6 = 2{,}9°$$
$$D_2 = |D_{2\%}\Delta\theta_\infty| = 0{,}02.19{,}6 = 0{,}4°$$

Question 5 : *Donner l'erreur statique du système. Conclure sur sa précision à un échelon.*

$$e_{r\infty} = \Delta\theta_{c\infty} - \Delta\theta_\infty = 20 - 19{,}6 = 0{,}4°$$

Question 6 : *Tracer l'allure de la réponse $\theta(t)$ en précisant les points caractéristiques.*



Exercice 13 : **COPIE D'ELEVE**

Question 1 : *Corriger les 9 erreurs suivantes.*

On identifie avec un 2^nd ordre de classe 0 de la forme $\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}$

$$\begin{cases} \frac{2z}{\omega_0} = \frac{RJ}{2K_cK_e} \\ \frac{1}{\omega_0{}^2} = \frac{LJ}{2K_cK_e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2}\frac{RJ}{2K_cK_e}\omega_0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_cK_e}{LJ}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^2J}{2K_cK_eL}} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_cK_e}{LJ}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\frac{0{,}03^2.3600}{22.22.7{,}2.10^{-4}}} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2.22.22}{7{,}2.10^{-4}.3600}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z \approx 1{,}08 > 1 \\ \omega_0 = 19{,}3\cancel{34}\ rad/s \end{cases}$$

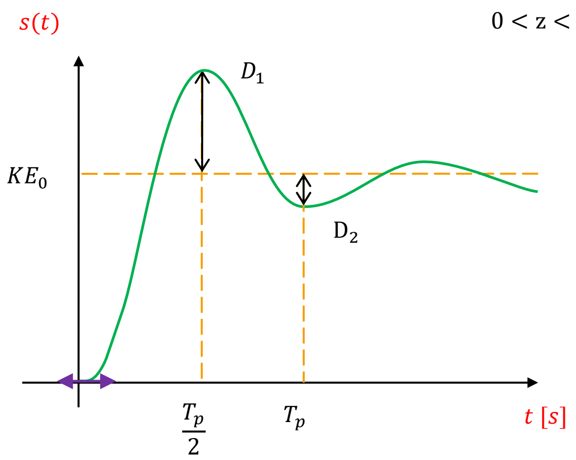
On a donc un régime ~~permanent~~ apériodique amortie. Avec l'abaque, on lit graphiquement :

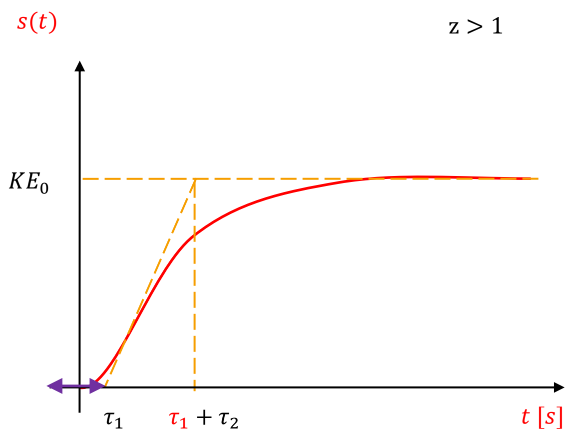
$$t_{r5\%} \approx \frac{5}{\omega_0} \approx \frac{5}{19{,}3} \approx \frac{1}{4}s \approx 0{,}25\ s$$

Le critère de rapidité du CdCF est donc respecté car $0{,}25 < 0{,}5$.

On oublie pas le coefficient $\frac{1}{2}$.
L'expression littérale doit contenir uniquement les données de l'énoncée, pas z, ω_0…
On cherche à comparer z à 1 donc on n'approxime pas.
3 chiffres significatifs.
Unité.
On indique le nom du régime, rien à voir avec régime permanent/transitoire.
Sur l'abaque de la rapidité, ne pas confondre 1,08 et 1,8.
En sicence, on indique la valeur approchée.
On compare au cdcf.

Question 2 : *Corriger les 8 erreurs suivantes.*





Il faut une abscisse et une ordonnée avec unité.
Les oscillations doivent avoir la même pseudo période, même si le dépassement est faible.
$D_1 > D_2 > D_3 > D_4$ …
τ n'a de sens que pour un ordre 1, pas pour un second ordre oscillatoire.
Les dépassements sont des biflèches car ils sont définis positifs.
La pente à l'origine est nulle et il faut une biflèche.
Le point d'inflexion doit etre un changement de courbure, et la courbe et de part et d'autre. La tangeante est tangent à la courbe.
La tangeante au point d'inflexion coupe la valeur finale de la sortie en $\tau_1 + \tau_2$.

Premier réglage

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.*

On identifie à un 1er ordre de classe 0 de la forme $\frac{K_1}{1+\tau_1 p}$

$$\begin{cases} K_1 = 0{,}95 \\ \tau_1 = 0{,}7\ s \end{cases}$$

Question 2 : *Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.*

Pour un 1er ordre

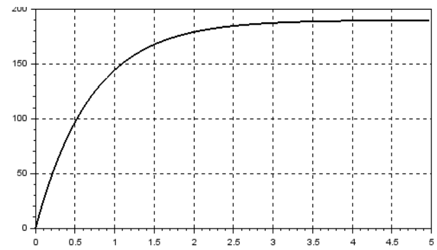
$$t_{r5\%} = 3\tau_1 = 3.0{,}7 = 2{,}1\ \text{s}$$

Question 3 : *Évaluer la performance de précision de ce réglage.*

La consigne et la réponse sont de même nature.

$$\gamma_\infty = K_1\gamma_{c\infty} = 0{,}95.200 = 190\ m/s^2$$
$$e_{r\infty} = \gamma_{c\infty} - \gamma_\infty = 200 - 190 = 10\ m/s^2$$
$$e_{r\infty\%} = \left|\frac{e_{r\infty}}{\gamma_{c\infty}}\right| = \left|\frac{10}{200}\right| = 0{,}05 = 5\%$$

Question 4 : *Tracer l'allure de $\gamma(t)$ en précisant les points caractéristiques.*



Deuxième réglage

Question 5 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.*

On identifie avec un 2nd ordre de classe 0 de la forme $\frac{K_2}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}$

$$\begin{cases} K_2 = 0{,}98 \\ \dfrac{2z}{\omega_0} = 1 \\ \dfrac{1}{\omega_0{}^2} = 0{,}2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 = 0{,}98 \\ z = \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{1}{0{,}2}} \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{0{,}2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 = 0{,}98 \\ z = 1{,}12 > 1 \\ \omega_0 = 2{,}24\ \text{rad/s} \end{cases}$$

On a un régime apériodique.

Question 6 : *Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.*

En utilisant l'abaque qui lie temps de réponse réduit et facteur d'amortissement pour un 2ème ordre pour $z = 1{,}12$:

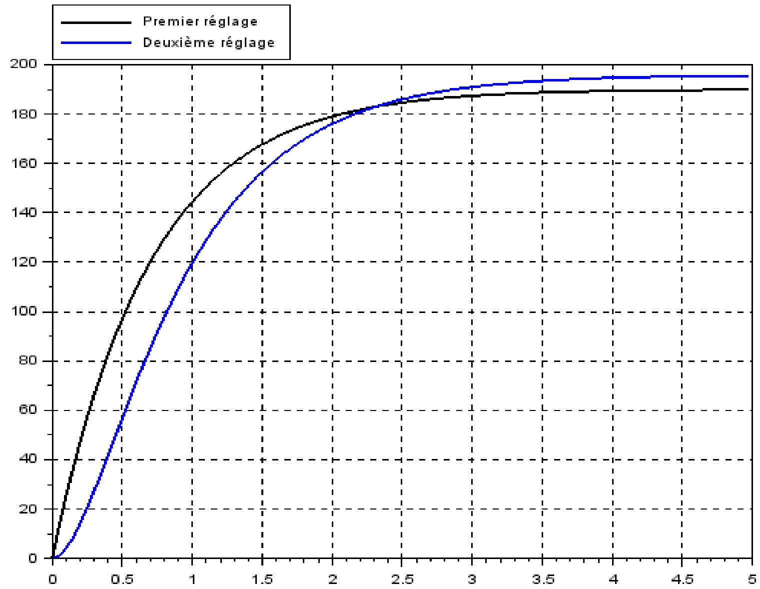
$$t_{r5\%}\omega_0 \approx 6 \Rightarrow t_{r5\%} \approx \frac{6}{\omega_0} \approx \frac{6}{2{,}24} \approx 2{,}7\ s$$

Question 7 : *Évaluer la performance de précision de ce réglage.*

La consigne et la réponse sont de même nature.

$$\gamma_\infty = K_2\gamma_{c\infty} = 0{,}98.200 = 196\ m/s^2$$
$$e_{r\infty} = \gamma_{c\infty} - \gamma_\infty = 200 - 196 = 4\ m/s^2$$
$$e_{r\infty\%} = \left|\frac{e_{r\infty}}{\gamma_{c\infty}}\right| = \left|\frac{4}{200}\right| = 0{,}02 = 2\%$$

Question 8 : *Tracer l'allure de $\gamma(t)$ en précisant les points caractéristiques.*



Question 9 : *Conclure en comparant au premier réglage.*

$t_{r5\%} \approx 2{,}7\ s\ >\ 2{,}1\ s$ Le deuxième réglage a dégradé la rapidité du système par rapport au premier réglage.
$e_{r\infty\%} = 2\% < 5\%$: Le deuxième réglage a amélioré la précision du système par rapport au premier réglage.
Il est difficile d'améliorer à la fois les 3 performances, il faut faire des compromis entre elles.

Troisième réglage

Question 10 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.*

On identifie avec un 2nd ordre de classe 0 de la forme $\frac{K_3}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{{\omega_0}^2}p^2}$

$$\begin{cases} K_3 = 1 \\ \dfrac{2z}{\omega_0} = 0{,}62 \\ \dfrac{1}{{\omega_0}^2} = 0{,}2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = 1 \\ z = \dfrac{1}{2} 0{,}62 \sqrt{\dfrac{1}{0{,}2}} \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{0{,}2}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_3 = 1 \\ z = 0{,}69 < 1 \\ \omega_0 = 2{,}24 \text{ rad/s} \end{cases}$$

On a un régime pseudo-périodique.

Question 11 : *Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.*

En utilisant l'abaque qui lie temps de réponse réduit et facteur d'amortissement pour un 2ème ordre pour $z = 0{,}69$:

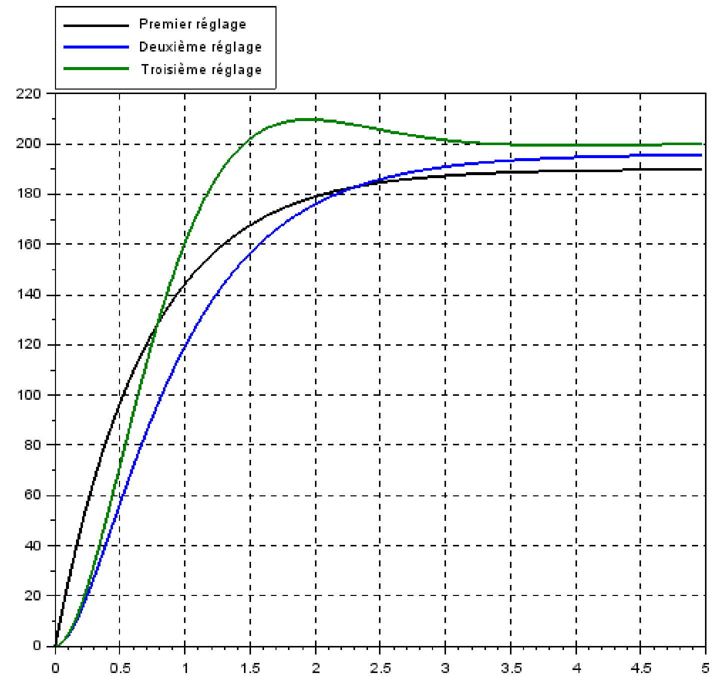
$$t_{r5\%}\omega_0 \approx 3 \Rightarrow t_{r5\%} \approx \frac{3}{\omega_0} \approx \frac{3}{2{,}24} \approx 1{,}3\ s$$

Question 12 : *Évaluer la performance de précision de ce réglage.*

La consigne et la réponse sont de même nature.

$$\gamma_\infty = K_3 \gamma_{c\infty} = 1.200 = 200\ m/s^2$$
$$e_{r\infty} = \gamma_{c\infty} - \gamma_\infty = 200 - 200 = 0\ m/s^2$$
$$e_{r\infty\%} = 0\%$$

Question 13 : *Tracer l'allure de $\gamma(t)$ en précisant les points caractéristiques.*



Question 14 : *Conclure en comparant aux deux autres réglages.*

$t_{r5\%} \approx 1{,}3\ s\ <\ 2{,}1$ s$<\ 2{,}7\ s$: Le troisième réglage a amélioré la rapidité du système par rapport aux deux autres réglages.
$e_{r\infty\%} = 0\% < 2\% < 5\%$: Le troisième réglage a amélioré la précision du système par rapport aux deux autres réglages.
En revanche, il a dégradé la stabilité ($z < 1$).