



## TD02 SYSTEME ASSERVIS

### Modéliser un SLCI et évaluer ses performances

#### Exercice 1 : FONCTION DE TRANSFERT

**Question 1 :** Déterminer sous forme canonique, les fonctions de transfert des systèmes modélisés par les équations différentielles ci-dessous. En déduire pour chacune le gain statique, la classe et l'ordre du système.

On suppose que les conditions de Heaviside sont vérifiées.

$$1) H(p) = \frac{\frac{2}{p} + 3 + 5p}{3p + 4p^2 + 7p^4}$$

$$2) 7 \frac{ds}{dt}(t) + 3s(t) = 5e(t)$$

$$3) 5 \frac{d^2s}{dt^2}(t) + 3 \frac{ds}{dt}(t) = 2e(t)$$

$$4) 5 \frac{d^2s}{dt^2}(t) + 4 \frac{ds}{dt}(t) + 7s(t) = 3 \frac{de}{dt}(t) + 2e(t)$$

$$5) s(t) = 8e(t)$$

**Question 2 :** Déterminer sous forme canonique, les fonctions de transfert des systèmes modélisés par les équations différentielles ci-dessous. Puis dessiner ces 3 fonctions dans 3 blocs en séries.

$$6) \omega_s(t) = r \omega_e(t)$$

$$7) \omega(t) = \frac{d\theta}{dt}(t)$$

$$8) \tau \dot{\omega}_m(t) + \omega_m(t) = K u_m(t)$$

#### Exercice 2 : COPIE D'ÉLÈVE

**Question 1 :** Corriger les 5 erreurs suivantes

$$LJ \frac{d^2 \omega_m}{dt^2}(t) + RJ \frac{d\omega_m}{dt}(t) + K_c K_e \omega_m(t) = K_c u_m(t)$$

$$\Rightarrow LJ p^2 \Omega_m(p) + RJ p \Omega_m(p) + K_c K_e \Omega_m(p) = K_c U_m(p)$$

$$\Rightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U_m(p)} = \frac{LJ p^2 + RJ p + K_c K_e}{K_c}$$

$$\Rightarrow H_m(p) = \frac{1}{K_e} \frac{1}{\frac{LJ}{K_c K_e} p^2 + \frac{RJ}{K_c K_e} p + 1}$$

gain statique : 1  
classe : 0  
ordre : 2

#### Exercice 3 : PORTES RETRACTABLES

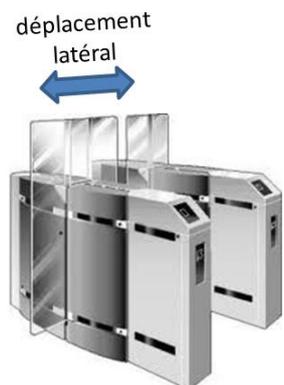
Des essais sont réalisés sur un système de portes en verre rétractables permettant de filtrer et sécuriser, à l'aide de badge, l'accès aux bureaux d'une administration ou d'une entreprise.

Le système, encore en phase de validation, est soumis à différents essais correspondant à différents réglages.

Pour chacun d'entre eux, l'évolution de la distance parcourue latéralement par la porte par rapport à la position de départ  $x_c(0^-) = 0 \text{ m}$  est mesurée en fonction du temps en seconde.

Pour chacun de ces essais, la consigne de déplacement latéral imposée est de  $x_c(0^+) = x_{c0} = 1 \text{ m}$ .

Les réponses  $x(t)$  obtenus sont présentés ci-après.



**Question 1 :** Évaluer, dans chacun des cas et en utilisant les critères proposés, les performances du système de portes rétractables.

**Question 2 :** Donner le réglage qui permet d'avoir le système le plus précis. Donner aussi celui qui permet d'avoir le système le plus rapide.

**Question 3 :** Indiquer les risques liés au fait d'avoir une valeur du 1<sup>er</sup> dépassement trop élevée sur un tel système.

**Réglage N°1**

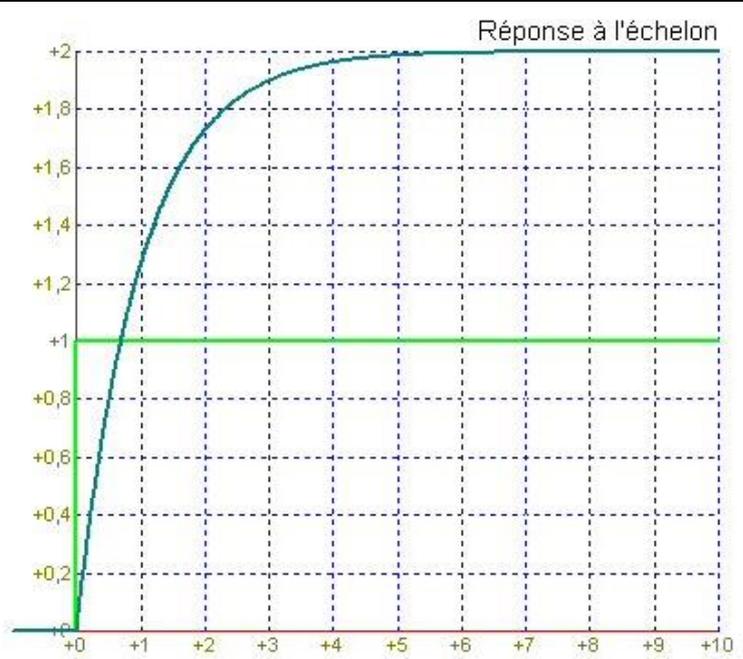
1<sup>er</sup> dépassement absolu :

1<sup>er</sup> dépassement relatif :

Temps de réponse à 5% :

Erreur statique :

Erreur statique relative :



**Réglage N°2**

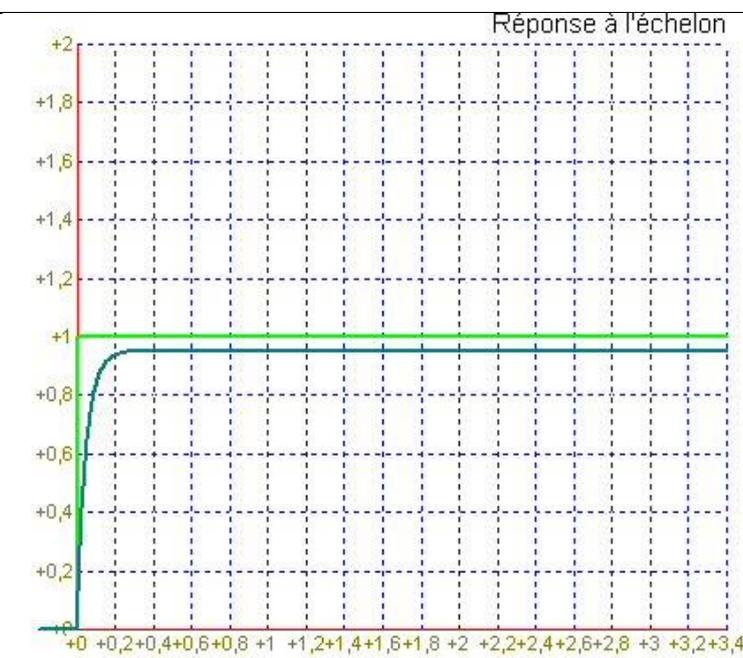
1<sup>er</sup> dépassement absolu :

1<sup>er</sup> dépassement relatif :

Temps de réponse à 5% :

Erreur statique :

Erreur statique relative :



**Réglage N°3**

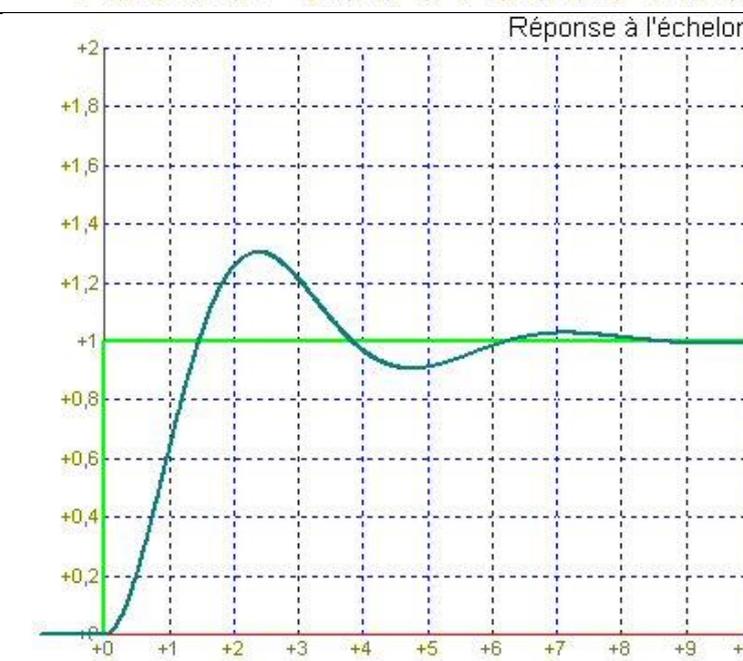
1<sup>er</sup> dépassement absolu :

1<sup>er</sup> dépassement relatif :

Temps de réponse à 5% :

Erreur statique :

Erreur statique relative :

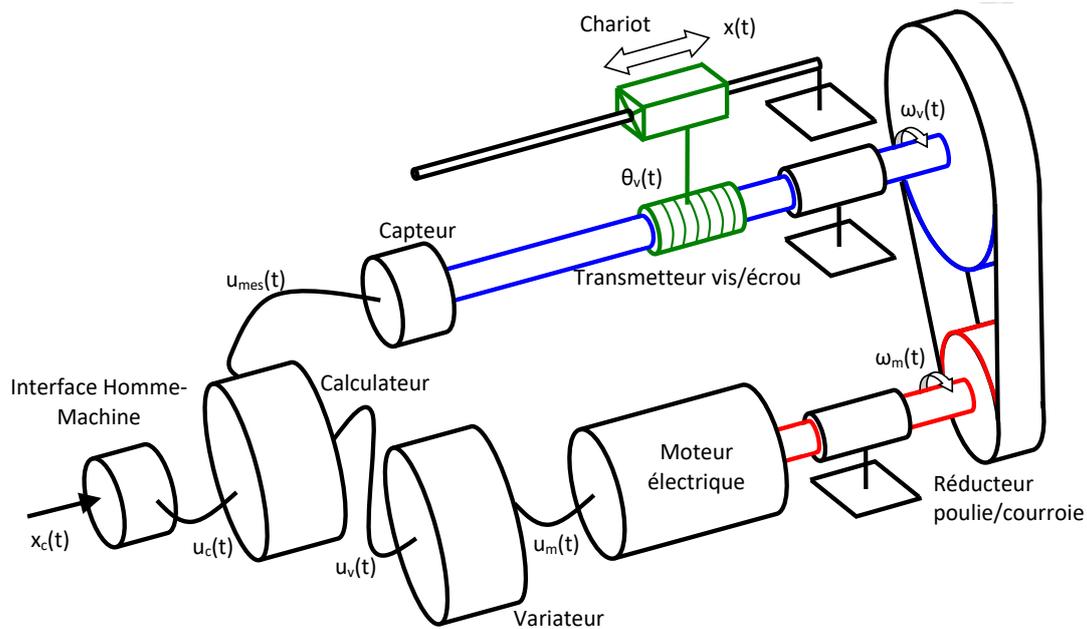
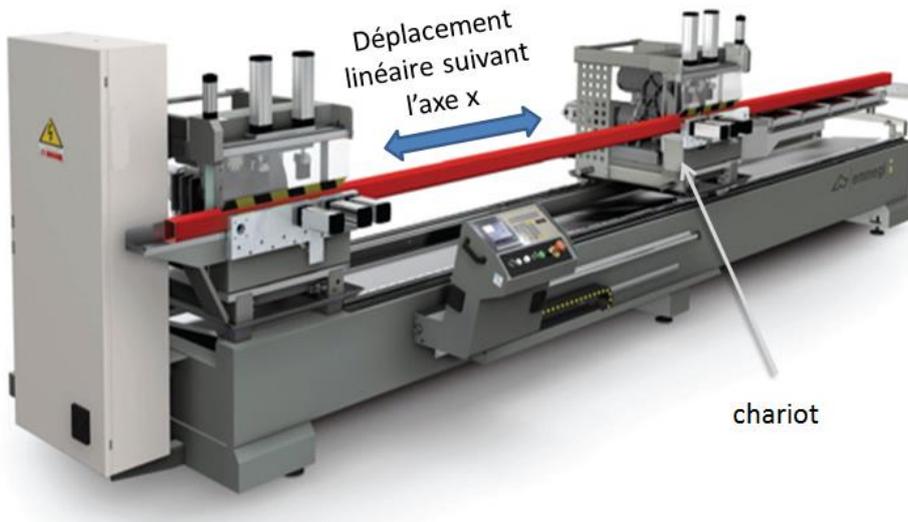


# Déterminer le modèle de connaissance d'un système asservi

## Exercice 4 : AXE ASSERVI DE MACHINE-OUTIL

L'étude porte sur un axe linéaire asservi que l'on peut retrouver sur des machines-outils à commande numérique.

<https://sciencesindustrielles.com/glossary/usinage>



La chaîne de puissance est constituée :

- d'un variateur (pré-actionneur électrique), contrôlant la tension d'alimentation du moteur, notée  $u_m(t)$  en V, à partir d'un signal de commande numérique, notée  $u_v(t)$  en V ;
- d'un moteur électrique de vitesse angulaire  $\omega_m(t)$  en rad/s ;
- d'un réducteur de vitesse poulie-courroie de vitesse angulaire de sortie  $\omega_v(t)$  en rad/s ;
- d'un transmetteur vis-écrou qui transforme le mouvement de rotation de la vis (position angulaire  $\theta_v(t)$  en rad) en un mouvement de translation du chariot (position linéaire  $x(t)$  en mm).

La chaîne d'information est constituée :

- d'une interface Homme-Machine traduit la consigne de position  $x_c(t)$  en mm, en une tension image  $u_c(t)$  en V.
- d'un codeur incrémental mesure la position angulaire de la vis  $\theta_v(t)$  en tour et en informe le calculateur avec la grandeur  $u_{mes}(t)$  en V. Cette tension image de  $\theta_v(t)$  est également proportionnelle à  $x(t)$ .

- d'un calculateur compare ensuite cette mesure  $u_{mes}(t)$  avec l'image de la consigne de position  $u_c(t)$ , puis corrige l'image de l'erreur  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$  pour élaborer un signal de commande en tension  $u_v(t)$  en V pour le variateur.

**Question 1 :** Le système est-il un système asservi ? Si oui, quelle grandeur est asservie ? Un système bouclé est-il nécessairement asservi ?

### Modèles de connaissance des composants

Le correcteur est un amplificateur. Il est donc modélisé par un gain statique  $K_c$ .

Le variateur fournit une tension proportionnelle à une entrée numérique codée sur  $n_{bit}$ . Il est modélisé par un gain statique  $K_v$ .

Le moteur électrique est modélisé par :  $\tau_m \frac{d\omega_m}{dt}(t) + \omega_m(t) = K_m u_m(t)$ .

Le réducteur de vitesse poulie-courroie a un rapport de réduction  $r < 1$ .

Le pas du transmetteur vis-écrou est noté  $pas$  (en mm).

Le codeur incrémental délivre un nombre d'impulsions  $n_{codeur}$  par tour. Il est noté  $K_{cap}$ .

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles, et que toutes les constantes sont positives.

**Question 2 :** Déterminer la fonction de transfert d'une intégration.

**Question 3 :** Déterminer la fonction de transfert du système vis-écrou.

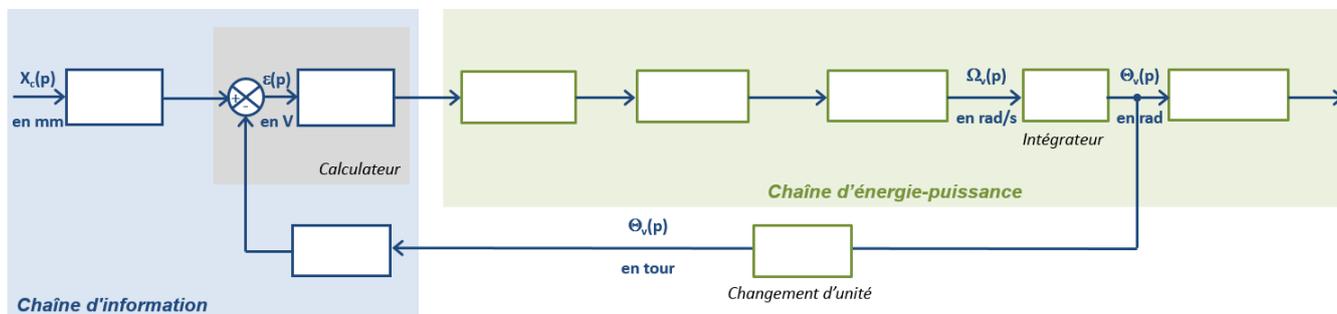
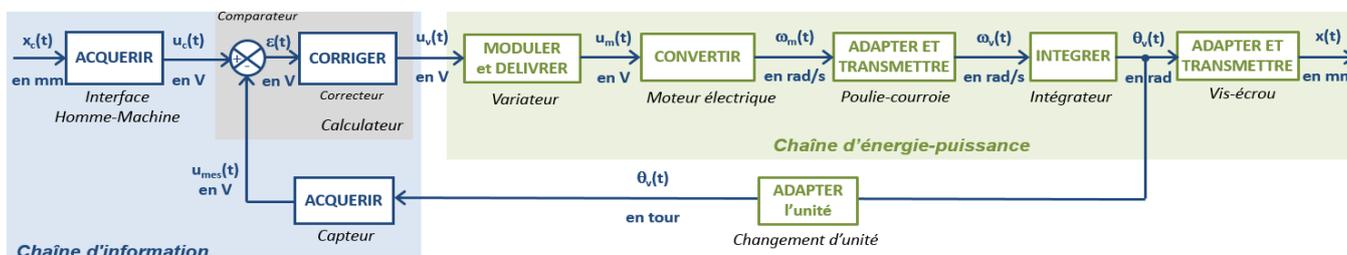
**Question 4 :** À l'aide de la description ci-dessus, déterminer les fonctions de transfert de chaque constituant (sauf l'IHM), puis compléter le second schéma-bloc page suivante en faisant apparaître ces dernières à l'intérieur des blocs ainsi que les flux transmis d'un bloc à l'autre.

**Question 5 :** Déterminer la fonction de transfert de cet asservissement (Ne pas remplacer  $K_{IHM}$ ) et la mettre sous forme canonique (Vous utiliserez 3 couleurs pour  $K_{IHM}$ ,  $\frac{K_{cap}}{2\pi}$  et  $\frac{pas}{2\pi}$ ).

**Question 6 :** Conclure sur les performances de précision. Que vaut le gain statique pour un système précis ?

**Question 7 :** Redéterminer la fonction de transfert de l'interface homme-machine  $K_{IHM}$  à l'aide d'un raisonnement sur la proportionnalité des flux que l'on souhaite.

**Question 8 :** Sur quel constituant intervenir pour améliorer la performance de rapidité ?

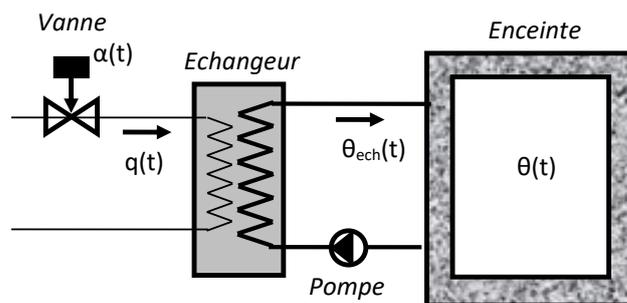


## Exercice 5 : ENCEINTE CHAUFFANTE

Le système représenté ci-contre est chargé de maintenir constante la température d'une enceinte. Le chauffage est assuré par un échangeur thermique.

Un fluide à température élevée traverse l'échangeur avec un débit  $q(t)$  contrôlé par une vanne d'angle d'ouverture  $\alpha(t)$ .

Une pompe de débit constant impose une circulation d'air de l'échangeur vers l'enceinte. L'air chauffé en sortie de l'échangeur, de température  $\theta_{ech}(t)$  se mélange avec l'air présent dans l'enceinte de température  $\theta(t)$ .



On donne les modèles de connaissance suivants :

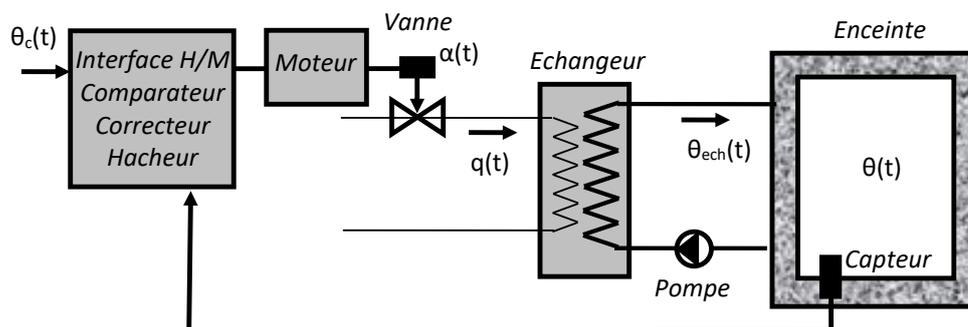
- loi de fonctionnement de la vanne avec  $\alpha(t)$  en rad et  $q(t)$  en  $m^3/s$  :  $q(t) = K_{van} \alpha(t)$
- loi de transfert de chaleur dans l'échangeur avec  $\theta_{ech}(t)$  en  $^\circ$  et  $q(t)$  est en  $m^3/s$  :  $\theta_{ech}(t) + \tau_{ech} \frac{d\theta_{ech}}{dt}(t) = K_{ech} q(t)$
- loi de transfert de chaleur dans l'enceinte avec  $\theta(t)$  et  $\theta_{ech}(t)$  en  $^\circ$  :  $\theta(t) + \tau_{enc} \frac{d\theta}{dt}(t) = K_{enc} \theta_{ech}(t)$

On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles. L'entrée du système est l'angle d'ouverture de la vanne  $\alpha(t)$  en rad et la sortie, la température de l'enceinte  $\theta(t)$ .

*Déterminer les fonctions de transfert de la vanne, de l'échangeur et de l'enceinte.*

**Question 1 :** Dessiner la portion de schéma-bloc représentant le système et faisant intervenir uniquement les composants précédemment définis.

Afin de réguler la température de l'enceinte, on choisit d'asservir cette température en motorisant la vanne.



Un capteur de gain  $K_{cap}$  installé dans l'enceinte, mesure la température  $\theta(t)$  en  $^\circ$  et la traduit en une tension  $u_{mes}(t)$  en V.

La tension  $u_{mes}(t)$  en V est comparée à la tension image de consigne  $u_c(t)$  en V issue d'une interface homme-machine. L'image de l'erreur  $\varepsilon(t) = u_c(t) - u_{mes}(t)$  est corrigée et traduite en une tension de commande  $u_v(t)$  en V pour le hacheur. La fonction de transfert du correcteur est  $\frac{U_v(p)}{\varepsilon(p)} = 1 + \tau_c p$ . Remarque  $\tau_c$  sera choisi égal à  $\tau_{enc}$ .

Le hacheur de gain  $K_v$  fournit la tension d'alimentation du moteur  $u_m(t)$  en V. Le moteur agit sur l'angle d'ouverture de la vanne. La fonction de transfert du moteur est  $\frac{\alpha(p)}{U_m(p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$ .

**Question 2 :** Déterminer la structure du schéma-bloc modélisant cet asservissement, en identifiant les différents composants (nom sous les blocs) et en précisant leur fonction de transfert à l'intérieur des blocs, ainsi que les grandeurs avec leur unité transmises d'un bloc à l'autre.

**Question 3 :** En déduire sous forme canonique la fonction de transfert globale modélisant cet asservissement.

**Question 4 :** Conclure sur la performance de précision.

## Exercice 6 : THEOREME DE LA VALEUR FINALE

**Question 1 :** Déterminer la valeur finale de la réponse à une impulsion, un échelon  $E_0$  et une rampe  $V_0$  des fonctions :

$$H_1(p) = K \qquad H_2(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \qquad H_3(p) = \frac{1}{p} \frac{K}{1 + \tau p}$$

## Exercice 7 : COPIE D'ÉLÈVE

**Question 1 :** Corriger les 3 erreurs suivantes

*Hyp :* On néglige l'inductance.

$$\begin{aligned} \Omega_m(p) &= \frac{1}{f + Jp} C_m(p) = \frac{1}{f + Jp} K_c I(p) = \frac{1}{f + Jp} K_c \frac{1}{R + p} (U(p) - E(p)) = \frac{1}{f + Jp} K_c \frac{1}{R + p} (U(p) - K_e \Omega_m(p)) \\ &\Leftrightarrow (f + Jp)(R + p)\Omega_m(p) + K_e \Omega_m(p) = K_c U(p) \\ &\Leftrightarrow \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{\frac{C_m(p)}{I(p)}}{(f + Jp)(R + p) + K_e} \end{aligned}$$

**Question 2 :** Corriger les 4 erreurs suivantes

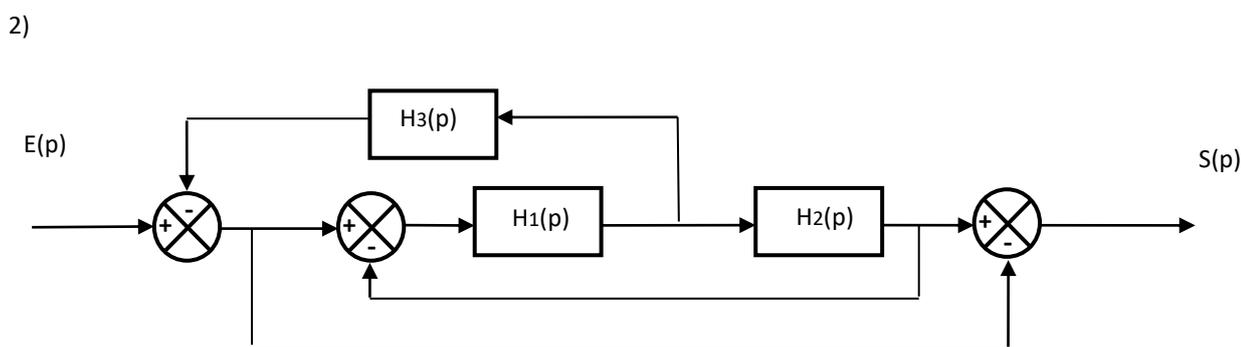
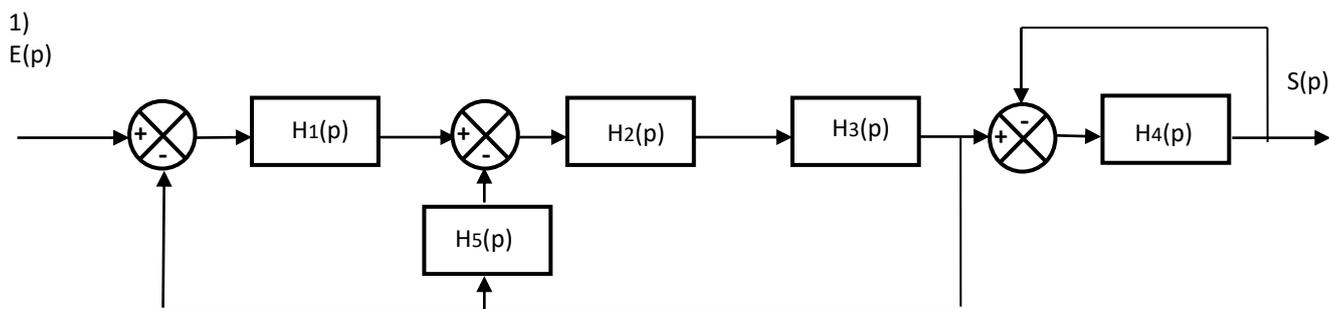
On considère un MCC soumis à un échelon de tension.

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale.

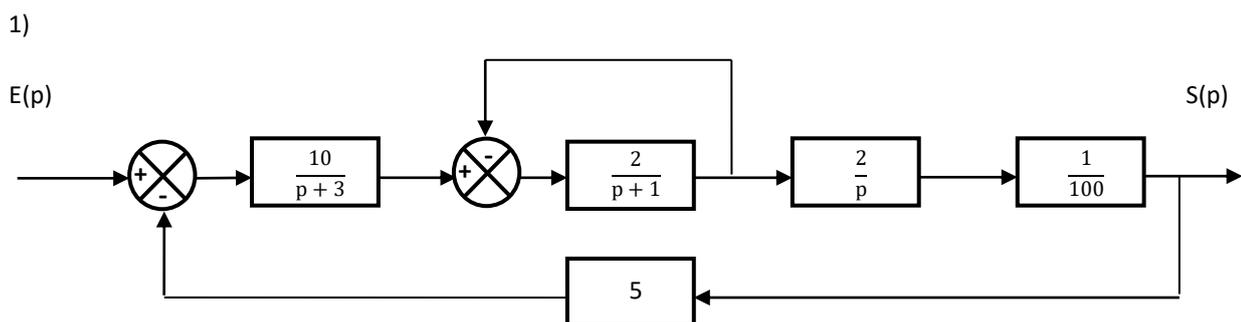
$$\omega_\infty = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} H_m(p) U_m(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{K_e} \frac{1}{\frac{LJ}{K_c K_e} p^2 + \frac{RJ}{K_c K_e} p + 1} U_0 = \frac{U_0}{K_e} \text{ rad/s}$$

## Exercice 8 : SCHEMAS-BLOCS

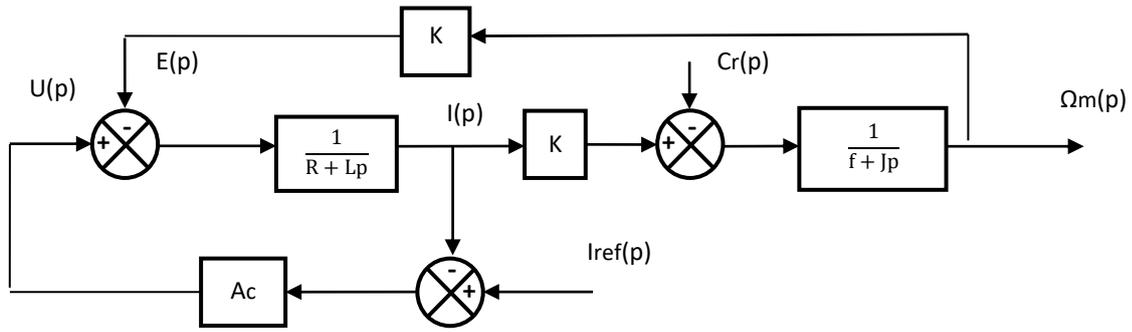
**Question 1 :** Déterminer les fonctions de transfert des schémas-blocs suivants. Vous noterez H au lieu de H(p). (On ne peut pas mettre H(p) sous forme canonique car on n'a pas leur expression)



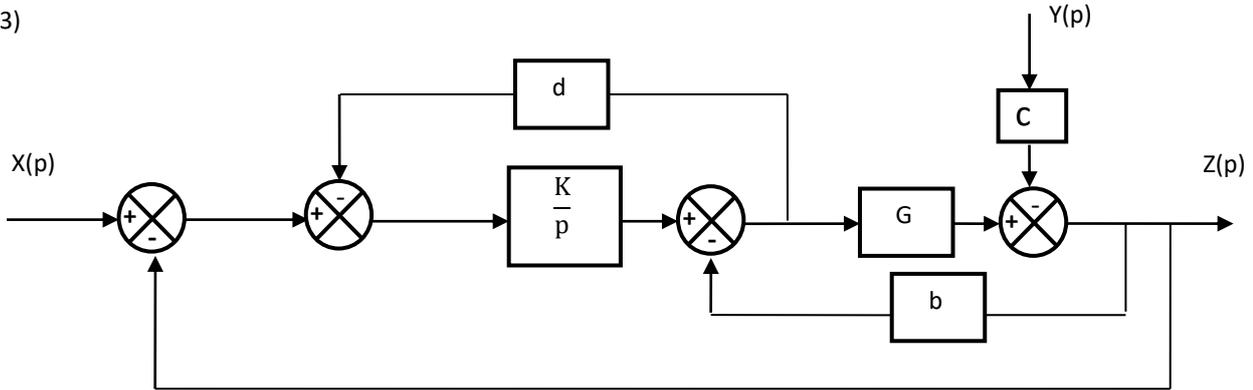
**Question 2 :** Déterminer les fonctions de transfert des schémas-blocs suivants. Les mettre sous forme canonique. Déterminer le gain, l'ordre et la classe.



2) Moteur asservi en courant. (D'après banque PT)

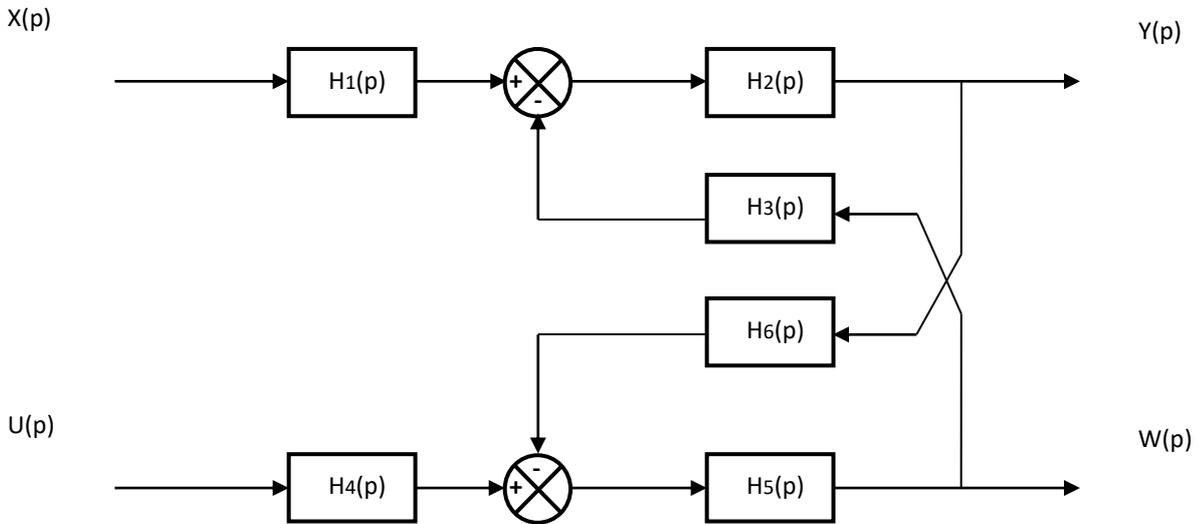


3)



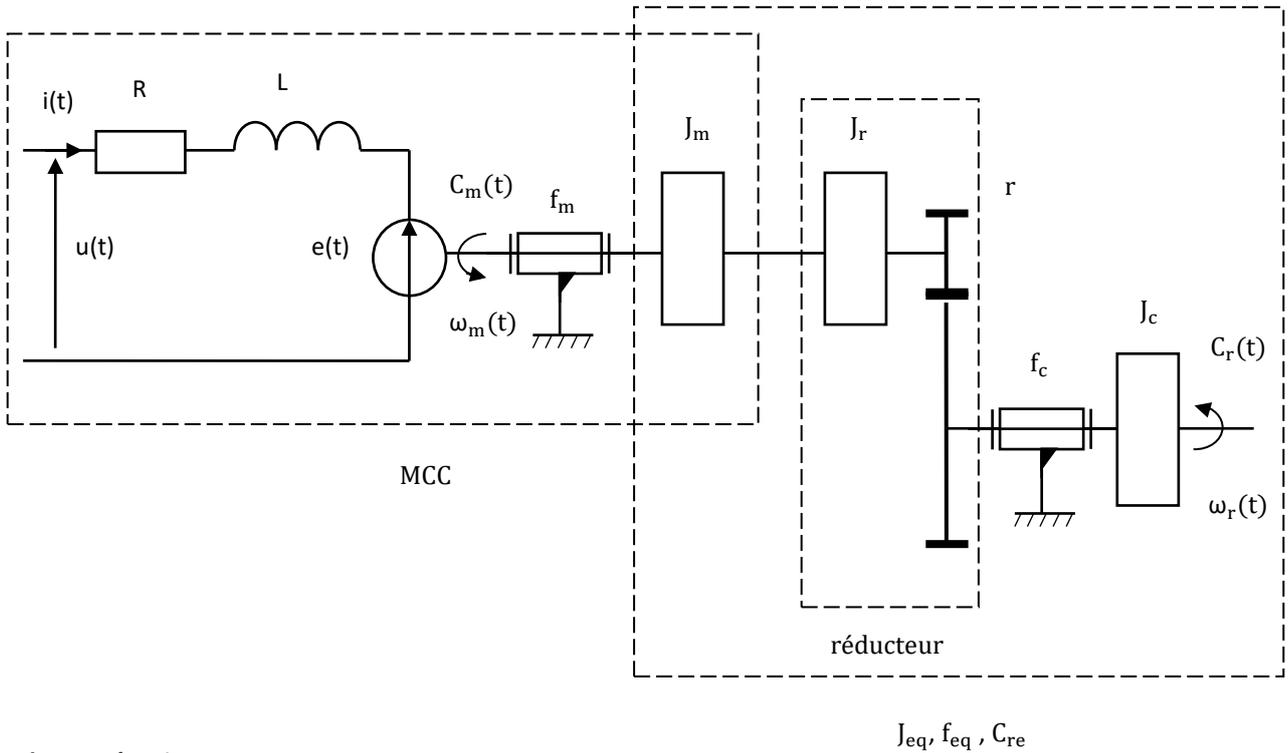
**Question 3 :** Déterminer les fonctions de transfert du schéma-bloc suivant. Vous noterez H au lieu de  $H(p)$ .

1) Il est parfois moins cher d'acheter 2 petits moteurs, qu'un seul gros. On a alors une motorisation en parallèle :



## Exercice 9 : MODELE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU

On s'intéresse à une chaîne de puissance composée d'un motoréducteur entraînant une charge.



### Grandeurs mécaniques :

- $\omega_m(t)$  : vitesse angulaire du moteur [rad/s]
- $J_m, J_r, J_c$  : moment d'inerties respectifs du moteur, du réducteur et de la charge [kg m<sup>2</sup>]
- $f_m, f_r, f_c$  : coef de frottements visqueux respectifs du moteur, du réducteur et de la charge [Nm/(rad/s)]
- $C_r(t)$  : couple résistant appliqué au niveau de la charge [Nm]
- $r$  : rapport de réduction du réducteur de vitesse
- $J_{eq}$  : moment d'inertie équivalent de la chaîne cinématique ramenée à l'arbre moteur [kg m<sup>2</sup>]
- $f_{eq}$  : coef de frottements visqueux équivalent de la chaîne cinématique ramené à l'arbre moteur [Nm/(rad/s)]
- $C_{re}(t)$  : couple résistant équivalent ramené à l'arbre moteur [Nm]

### Grandeurs électriques :

- $u(t)$  : tension de commande [V], c'est la tension aux bornes du moteur.
- $i(t)$  : courant d'induit [A]
- $e(t)$  : force contre-électromotrice [V], c'est la tension aux bornes du rotor.
- $K_t$  : constante de couple [Nm/A]
- $K_e$  : constante de force contre-électromotrice [V/(rad/s)]
- $R$  : résistance d'induit [ $\Omega$ ]
- $L$  : inductance d'induit [H]

$J_{eq}, f_{eq}, C_{re}$

On donne les 4 équations du MCC :

**Equation électrique :**

Loi des mailles et loi d'Ohm :

$$u(t) = R i(t) + L \frac{di}{dt}(t) + e(t)$$

**Equations de couplage électromagnétique :**

Maxwell-Faraday :

$$e(t) = K_e \omega_m(t)$$

Couple moteur engendrée par la Force de Laplace :

$$C_m(t) = K_t i(t)$$

**Equation mécanique :**

Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'arbre moteur :

$$C_m(t) - C_{re}(t) = J_{eq} \frac{d\omega_m}{dt}(t) + f_{eq} \omega_m(t)$$

A l'instant initial :

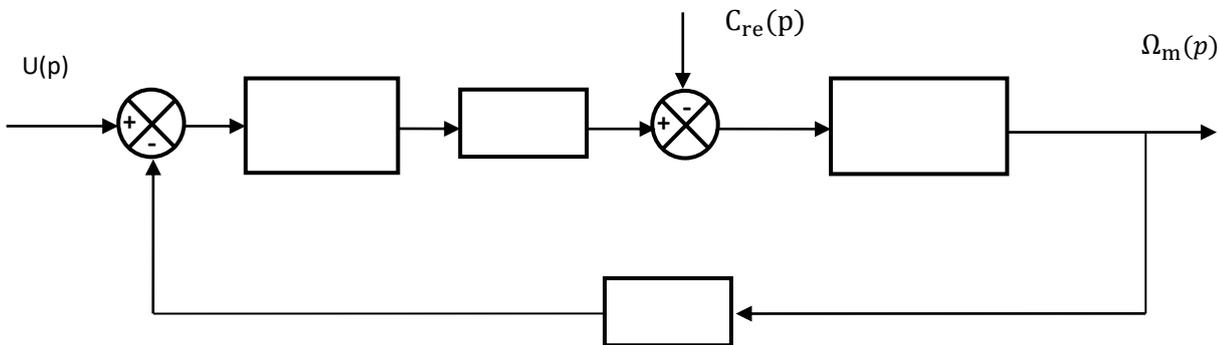
$$i(0^-) = 0 \text{ A}$$

$$\omega_m(0^-) = 0 \text{ rad/s}$$

**Question 1 :** Expliquer brièvement le nom de chacune des quatre équations et ce qu'elles représentent.

**Question 2 :** En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 4 équations du moteur. On notera que  $\Omega$  est la majuscule de  $\omega$ .

**Question 3 :** Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :



**Question 4 :** Ce système est-il asservi ? (page 14 du cours)

**Question 5 :** Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?

On pose  $\Omega_m(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)C_{re}(p)$

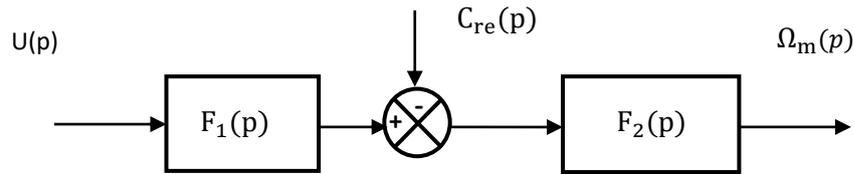
**Question 6 :** Déterminer  $H_1(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} \right|_{C_{re}(p)=0}$ . Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.

**Question 7 :** Déterminer  $H_2(p) = \left. \frac{\Omega_m(p)}{C_{re}(p)} \right|_{U(p)=0}$ . Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.

**Question 8 :** Montrer que  $\Omega_m(p) = \frac{K_t}{1 + \frac{R J_{eq} + L f_{eq}}{K_e K_t + R f_{eq}} p + \frac{L J_{eq}}{K_e K_t + R f_{eq}} p^2} U(p) - \frac{\frac{R}{K_e K_t + R f_{eq}} (1 + \frac{L}{R} p)}{1 + \frac{R J_{eq} + L f_{eq}}{K_e K_t + R f_{eq}} p + \frac{L J_{eq}}{K_e K_t + R f_{eq}} p^2} C_{re}(p)$ , préciser le théorème utilisé.

La fonction de type  $H_1(p)$  correspond au fonctionnement de type suiveur (consigne variable) du système, alors que la fonction  $H_2(p)$  correspond au fonctionnement de type régulateur (consigne constante).

**Question 9 :** Ecrire l'équation précédente sous la forme  $\Omega_m(p) = F_2(p) (F_1(p)U(p) - C_{re}(p))$  et compléter le schéma suivant :



On vérifie que les deux fonctions ont le même dénominateur, c'est de lui que dépend la stabilité du système.

**Question 10 :** En suivant une démarche d'identification de  $H_1(p)$  avec un deuxième ordre de classe 0 de la forme

$$\frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} \text{ montrer que :}$$

$$\begin{cases} K = \frac{K_t}{K_e K_t + R f_{eq}} \\ z = \frac{1}{2} \frac{R J_{eq} + L f_{eq}}{\sqrt{J_{eq} L (K_e K_t + R f_{eq})}} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{K_e K_t + R f_{eq}}{J_{eq} L}} \end{cases} \begin{array}{l} K \text{ est le gain statique en (rad/s)/V} \\ z \text{ est le facteur d'amortissement} \\ \omega_0 \text{ est la pulsation propre en rad/s} \end{array}$$

Soit  $T_e = \frac{L}{R}$  : la constante de temps électrique

et  $T_m = \frac{R J_{eq}}{K_e K_t + R f_{eq}}$  : la constante de temps mécanique

**Hypothèse :** - On suppose que  $T_e \ll T_m$ , et donc on néglige l'inductance  $L = 0 \text{ mH}$  (la tension aux bornes de l'inductance est faible vis-à-vis des tensions électriques présentes dans le montage).

- On néglige le frottement  $f_{eq} = 0 \text{ Nm/(rad/s)}$  (le couple dû aux frottements visqueux est très faible devant le couple électromagnétique).

- Le champ magnétique généré par le stator est réalisé par un aimant permanent  $K_e = K_t = K$ .

Le dénominateur de la fonction de transfert peut alors se mettre sous la forme  $(1 + T_e p)(1 + T_m p) = 1 + (T_m + T_e) p + T_m T_e p^2 \approx 1 + T_m p + T_m T_e p^2 \approx 1 + T_m p$  au vu des valeurs numériques. On approxime alors le moteur par une fonction de transfert du 1er ordre.

**Question 11 :** En utilisant les hypothèses simplificatrices, montrer que  $\Omega_m(p) = \frac{1}{1 + T_m p} U(p) - \frac{R}{1 + T_m p} C_{re}(p)$

**Question 12 :** Donner les unités de  $K_e$  et  $K_t$ . Montrer que  $K_e$  et  $K_t$  ont la même unité, pour ce faire, on pourra écrire les unités d'une puissance électrique, puis les unités d'une puissance mécanique de rotation.

On soumet le moteur à courant continu PARVEX RX 630 E à un échelon de  $U_0 = 24 \text{ V}$ . On néglige la perturbation  $C_{re}(p) = 0$

ainsi

$$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_e p)(1 + T_m p)} U(p) \approx \frac{K_m}{1 + T_m p} U(p)$$

$$K_e = 52 \text{ V/1000 tr/min} = 0,5 \text{ V/rad/s}; \quad K_t = 0,5 \text{ Nm/A}; \quad L = 2,6 \text{ mH}; \quad J_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2; \quad R = 2,5 \Omega$$

$$\text{Réducteur : } k = 15; \quad J_r = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^2$$

$$\text{Charge : } J_c = 20 \text{ kg.m}^2$$

$$J_{eq} = 9,4 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2; \quad f_{eq} = 0,01 \text{ Nm/(rad/s)}$$

**Question 13 :** Calculer  $T_e$  et  $T_m$ . A-t-on  $T_e \ll T_m$  ?

Pour une fonction de transfert du 1<sup>er</sup> ordre,  $t_{r5\%}$  est le triple de la constante de temps, et donc ici  $t_{r5\%} = 3T_m$ .

**Question 14 :** Calculer  $K_m$  et  $t_{r5\%}$ . (page 25 du cours)

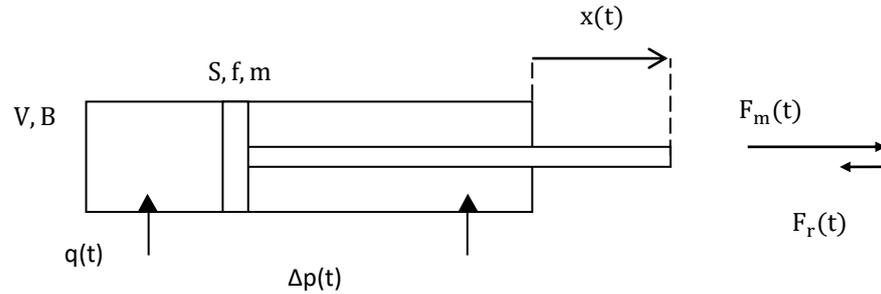
**Question 15 :** A l'aide du théorème de la valeur finale (page 13 et 14) déterminer  $\omega_{m\infty}$ .

**Question 16 :** Tracer  $\omega_m(t)$ . Préciser tous les points particuliers et leurs valeurs numériques. (page 25 du cours)

**Question 17 :** Evaluer la performance de précision du MCC.

## Exercice 10 : MODELE D'UN VERIN

On s'intéresse à une chaîne d'énergie composée d'un vérin hydraulique linéaire à simple effet entraînant une charge.



### Grandeurs mécaniques :

$S$	: section utile du piston [ $m^2$ ]
$x(t)$	: position du piston [ $m$ ]
$F_m(t)$	: force motrice de la tige [ $m$ ]
$F_r(t)$	: force résistante de la charge [ $m$ ]
$f$	: coefficient de frottement visqueux [ $N/(m/s)$ ]
$m$	: masse de la tige du vérin [ $kg$ ]

### Grandeurs hydrauliques :

$q(t)$	: débit volumique [ $m^3/s$ ]
$V$	: volume total du fluide dans le vérin [ $m^3$ ]
$B$	: coefficient de compressibilité [ $Pa$ ]
$\Delta p(t)$	: différence de pression entre les orifices d'admission et de refoulement [ $Pa$ ]

On donne les 3 équations du vérin hydraulique :

### Equations hydraulique :

Principe de conservation de la masse dans un fluide compressible :

$$q(t) = S \frac{dx}{dt}(t) + \frac{V}{2B} \frac{d\Delta p}{dt}(t)$$

Relation entre la force et la pression :

$$F_m(t) = S \Delta p(t)$$

### Equation mécanique :

Principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige du vérin :

$$F_m(t) - F_r(t) - f \frac{dx}{dt}(t) = m \frac{d^2x}{dt^2}(t)$$

### A l'instant initial :

$$x(0^-) = 0 \text{ m}$$

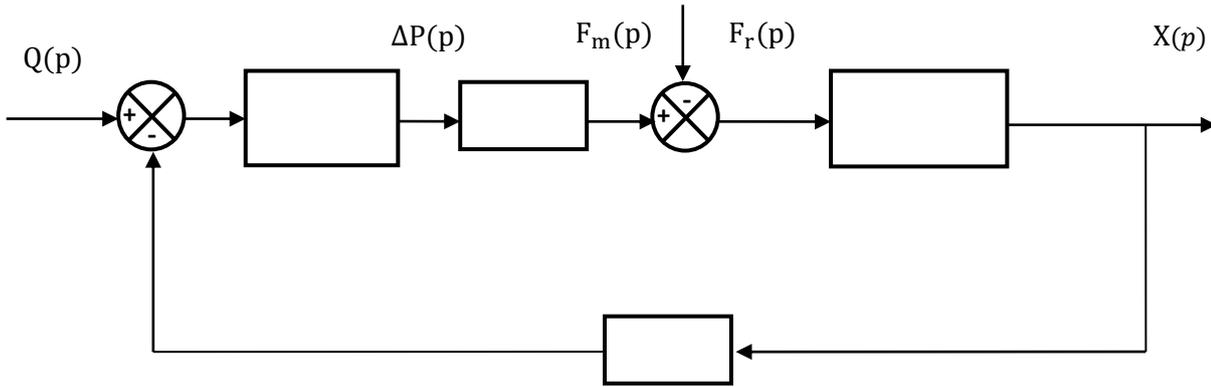
$$\Delta p(0^-) = 0 \text{ Pa}$$

**Question 1 :** Expliquer brièvement le nom de chacune des trois équations et ce qu'elles représentent.

**Question 2 :** Quelle est la différence entre un vérin simple effet et double effet ?

**Question 3 :** En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 3 équations du vérin.

**Question 4 :** Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :



**Question 5 :** Ce système est-il asservi ?

**Question 6 :** Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?

On pose  $X(p) = H_3(p)Q(p) + H_4(p)F_r(p)$

**Question 7 :** Déterminer  $H_3(p) = \left. \frac{X(p)}{Q(p)} \right|_{F_r(p)=0}$ . Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.

**Question 8 :** Déterminer  $H_4(p) = \left. \frac{X(p)}{F_r(p)} \right|_{Q(p)=0}$ . Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.

**Question 9 :** Montrer que  $X(p) = \frac{1}{s} \frac{1}{p \left( 1 + \frac{v_f}{2B} s^2 p + \frac{v_m}{2B} s^2 p^2 \right)} Q(p) - \frac{\frac{v}{2B} s^2}{1 + \frac{v_f}{2B} s^2 p + \frac{v_m}{2B} s^2 p^2} F_r(p)$ , préciser le théorème utilisé.

Hypothèse : - On suppose que fluide est incompressible  $B \rightarrow \infty$ .

**Question 10 :** En utilisant l'hypothèse simplificatrice, montrer que  $X(p) = \frac{1}{s p} Q(p)$

## Prévoir la réponse à un échelon des systèmes du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>nd</sup> ordre

### Exercice 11 : LE BIONIC BAR DU PAQUEBOT HARMONY

(Support proche du Robot Erric, TP Mines-Pont et X-ENS PSI)



Meet two robotic bartenders who know how to shake up your night out. They can mix, muddle, and stir it up too. With moves as fluid as the Pimm's in your cup, they can create an almost endless combination of cocktails, whether it's a classic Manhattan or a custom order of your own design. Just order by app on the nearby tablets and watch your bionic mixologist do its thing. Designed and powered by the minds at Makr Shkr, the Bionic Bar® is making history at sea.

[https://sciencesindustrielles.com/TPOpale/Erric/co/Robot\\_Erric\\_1.html](https://sciencesindustrielles.com/TPOpale/Erric/co/Robot_Erric_1.html)

La CdCF annonce les performances suivantes :

Critères	Ecart statique relatif	Ecart de poursuite	Rapidité
Niveaux	$e_{r\infty\%} \leq 10\%$	$e_{rv\infty\%} \leq 20 \text{ mm}$	$t_{r5\%} \leq 15\text{ms}$



Le positionnement linéaire d'un robot est modélisé par sa fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{95}{100 + p}$$

$x_c(t)$  représente la consigne de position en mm suivant l'axe linéaire.

$x(t)$  représente la position réelle du robot en mm suivant l'axe linéaire.

À  $t = 0 \text{ s}$ ,  $x_c(0) = 0 \text{ mm}$  et  $x(0) = 0 \text{ mm}$ . Le robot ne bouge pas.

À  $t = 0,01 \text{ s}$ , une variation de consigne de  $x_{c0} = +100 \text{ mm}$  en échelon est envoyée.

**Question 1 :** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.

**Question 2 :** Évaluer la performance de rapidité de ce système.

**Question 3 :** Évaluer la performance de précision de ce système.

**Question 4 :** Tracer la réponse indicielle en faisant apparaître les points caractéristiques.

On s'intéresse maintenant à une entrée en rampe avec une amplitude  $V_0 = 30 \text{ mm/s}$ .

**Question 5 :** En utilisant le théorème de la valeur finale, évaluer la performance de précision de ce système en calculant l'erreur de traînage  $e_{r\infty}$ .

**Question 6 :** Tracer la réponse à cette rampe.

Un client du bar parvient à accéder au plan de travail et tape sur l'extrémité du robot.

**Question 7 :** Comment peut-on modéliser cette sollicitation extérieure ?

**Question 8 :** Sans faire de calculs, tracer l'allure de la réponse à cette sollicitation.

## Exercice 12 : CAMERA



La camera PTZ étanche IP68 ZOOM 28X existe en deux versions : noir et camouflage Otan.

Cette camera est dotée d'un socle aimanté ce qui permet de la positionner sur un véhicule.

Elle est commandée en position angulaire à l'aide de deux moteurs à courant continu.

Le CdCF annonce les performances suivantes :

Critères	Ecart statique relatif	Stabilité	Rapidité
Niveaux	$e_{r\infty\%} \leq 2\%$	$D_{1\%} \leq 15\%$	$t_{r5\%} \leq 0,4 \text{ s}$

Le comportement de la caméra en orientation suivant l'axe vertical, est modélisé par la fonction de transfert :

$$\frac{\theta(p)}{\theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2}$$

$\theta_c(t)$  représente l'angle de consigne en ° par rapport au plan horizontal ;

$\theta(t)$  représente l'angle atteint en ° par rapport au plan horizontal.

**Question 1 :** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.

**Question 2 :** En déduire, si sa réponse à un échelon est oscillatoire ou non oscillatoire. Si nécessaire, indiquer la valeur de la pseudo-période notée  $T_p$ .

**Question 3 :** Évaluer la performance de rapidité de ce système.

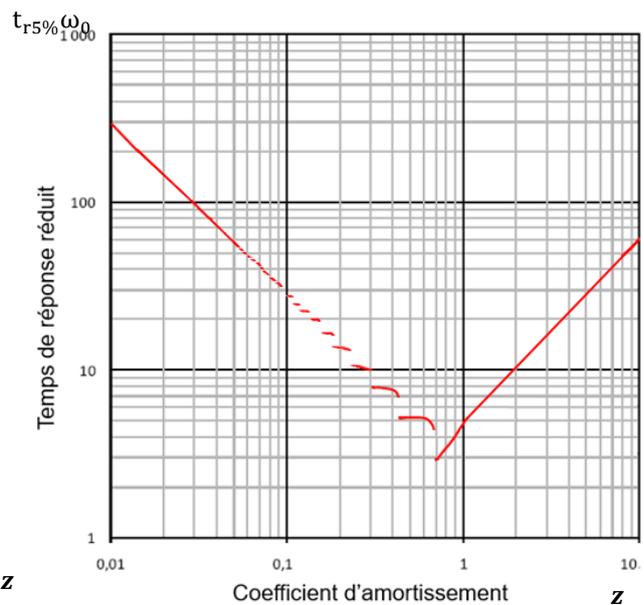
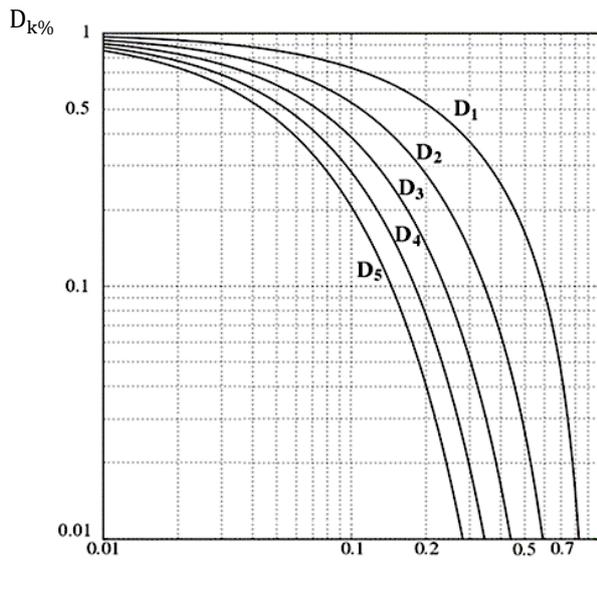
On suppose  $\theta_c(0) = \theta(0) = 0^\circ$ .

À  $t = 0$  s, on soumet le système à une entrée en échelon  $\theta_c(t) = 20^\circ$ .

**Question 4 :** Donner, dans ce cas, le nombre de dépassement d'amplitude supérieure à 1% de la réponse  $\theta(t)$ . Indiquer, pour chacun d'eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.

**Question 5 :** Donner l'erreur statique du système. Conclure sur sa précision à un échelon.

**Question 6 :** Tracer l'allure de la réponse  $\theta(t)$  en précisant les points caractéristiques.



### Exercice 13 : COPIE D'ÉLÈVE

**Question 1 :** Corriger les 9 erreurs suivantes.

On identifie avec un 2<sup>nd</sup> ordre de classe 0 de la forme  $\frac{K}{\omega_0^2 p^2 + \frac{2z}{\omega_0} p + 1}$

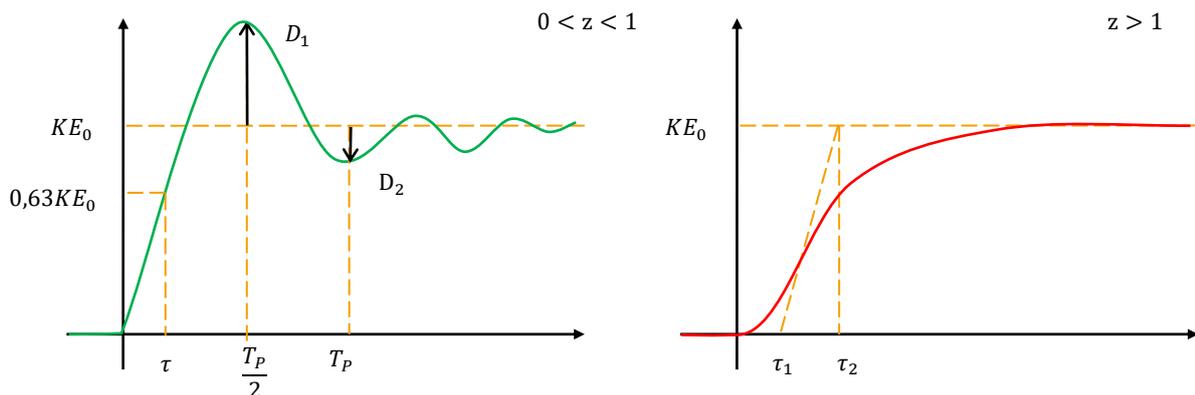
$$\begin{cases} \frac{2z}{\omega_0} = \frac{RJ}{2K_c K_e} \\ \frac{1}{\omega_0^2} = \frac{LJ}{2K_c K_e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{RJ}{2K_c K_e} \omega_0 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2K_c K_e}{LJ}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{0,03.3600}{22.22} 19,3 \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2.22.22}{7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 3600}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z \approx 1 \\ \omega_0 = 19,334 \end{cases}$$

On a donc un régime permanent. Avec l'abaque, on lit graphiquement :

$$t_{r5\%} \approx \frac{8}{\omega_0} \approx \frac{8}{19,3} \approx \frac{1}{2} \text{ s}$$

Le critère de rapidité du CdCF est donc respecté.

**Question 2 :** Corriger les 8 erreurs suivantes.



## Exercice 14 : CHARIOT AUTONOME D'AMAZON



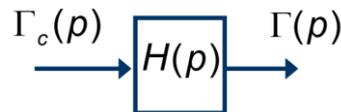
Amazon pèse 22% des dépenses on line en France, sur un marché de 40,3 M€. L'entreprise doit son essor économique à sa robotisation et son automatisation extrême ainsi qu'à son service client. Son principale concurrent français, Rakuten (anciennement C Discount) pèse lui 10%.

Des colis livrés par Amazon sont déplacé par des chariots autonomes.

[https://sciencesindustrielles.com/TPOpale/Chariot%20filoguid%c3%a9/co/Chariot\\_filoguide\\_1.html](https://sciencesindustrielles.com/TPOpale/Chariot%20filoguid%c3%a9/co/Chariot_filoguide_1.html)

Pour limiter les effets dynamiques qui pourraient endommager le contenu des colis, on désire contrôler l'accélération  $\gamma(t)$  d'un point du colis à partir d'une consigne d'accélération  $\gamma_c(t)$ .

On pose  $\Gamma(p)$  la transformée de Laplace de l'accélération  $\gamma(t)$ . On représente le système par la fonction de transfert  $H(p)$  :



On suppose  $\gamma_c(0) = \gamma(0) = 0 \text{ m.s}^{-2}$ .

À  $t = 0 \text{ s}$ , une consigne d'accélération en échelon  $\gamma_c(t) = 200 \text{ m.s}^{-2}$  est appliquée.

Le CdCF annonce les performances suivantes :

Critères	Ecart statique relatif	Stabilité	Rapidité
Niveaux	$e_{r\infty\%} = 0\%$	$D_{1\%} \leq 5\%$	$t_{r5\%} \leq 1,5\text{s}$

### Premier réglage

Suite à un premier réglage, le comportement du système est modélisé par  $\frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} = \frac{a_1}{1+b_1 p}$ .

Avec  $a_1 = 0,95$  et  $b_1 = 0,7 \text{ s}$ .

**Question 1 :** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.

**Question 2 :** Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.

**Question 3 :** Évaluer la performance de précision de ce réglage.

**Question 4 :** Tracer l'allure de  $\gamma(t)$  en précisant les points caractéristiques.

### Deuxième réglage

Suite au deuxième réglage, le comportement du système est modélisé par  $\frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} = \frac{a_2}{1+b_2 p+c_2 p^2}$ .

Avec  $a_2 = 0,98$ ;  $b_2 = 1 \text{ s}$  et  $c_2 = 0,2 \text{ s}^2$ .

**Question 5 :** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.

**Question 6 :** Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.

**Question 7 :** Évaluer la performance de précision de ce réglage.

**Question 8 :** Tracer l'allure de  $\gamma(t)$  en précisant les points caractéristiques, sur le même graphe que celui de premier réglage.

**Question 9 :** Conclure en comparant au premier réglage.

### Troisième réglage

Suite au troisième réglage, le comportement du système est modélisé par  $\frac{\Gamma(p)}{\Gamma_c(p)} = \frac{a_3}{1+b_3 p+c_3 p^2}$ .

Avec  $a_3 = 1$ ;  $b_3 = 0,62 \text{ s}$  et  $c_3 = 0,2 \text{ s}^2$ .

**Question 10 :** Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce réglage.

**Question 11 :** Évaluer la performance de rapidité de ce réglage.

**Question 12 :** Évaluer la performance de précision de ce réglage.

**Question 13 :** Tracer l'allure de  $\gamma(t)$  en précisant les points caractéristiques, sur le même graphe que celui des autres réglages.

**Question 14 :** Conclure en comparant aux deux autres réglages.

Dans un système, les réglages permettent d'améliorer les performances.

En général, on ne peut pas optimiser un critère de performance sans en dégrader un autre.

On cherchera donc à trouver le meilleur compromis entre précision, rapidité et stabilité en fonction des attentes du cahier de charges du système.