TD05 PERFORMANCES DES SYSTEMES ASSERVIS

Stabilité des systèmes

Exercice 1 : **STABILITE DES SYSTEMES ELEMENTAIRES**

Énoncer les conditions nécessaires et suffisantes de stabilité pour les systèmes suivants :

Question 1 : *Système du premier ordre défini par la fonction de transfert*

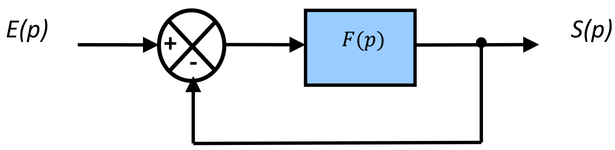
$$F(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

Question 2 : *Système du deuxième ordre défini par la fonction de transfert*

$$F(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0} p + \frac{1}{{\omega_0}^2} p^2}$$

Exercice 2 : **FTBO ET FTBF**

Soit un système asservi décrit par un schéma-bloc à retour unitaire.



Déterminer le la FTBF à partir des FTBO suivantes :

Question 1 : $F_0(p) = K$

Question 2 : $F_1(p) = \frac{K}{1+ap}$

Question 3 : $F_2(p) = \frac{K}{1+ap+bp^2}$

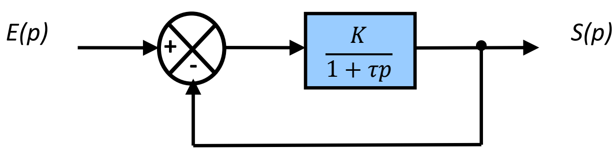
Question 4 : $F_3(p) = \frac{1}{p}\frac{K}{1+ap+bp^2}$

Question 5 : $F_4(p) = \frac{K}{1+ap+bp^2+cp^3}$

Question 6 : *Illustrer ces 3 résultats dans le plan de Black,* $G_{dB}(\omega) = f\big(\varphi(\omega)\big)$.

Exercice 3 : **COPIE D'ELEVE**

Soit un système asservi décrit par un schéma-bloc à retour unitaire soumis à un échelon d'amplitude E_0.



Question 1 : *Trouver l'erreur suivante :*

D'après le tableau de l'écart statique, la FTBO est de classe 0 et est soumis à un échelon, donc :

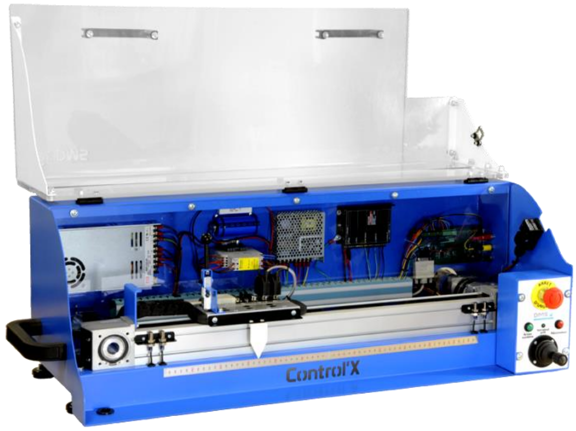
$$e_{r\infty} = \frac{E_0}{1 + K}$$

D'autre part, on a :

$$e_{r\infty} = E_0 - s_\infty = E_0(1 - K)$$

Exercice 4 : **STABILITE D'UN PENDULE**

(d'après TP CCP PSI Control'X)



Le système Control'X est un axe linéaire didactisé issu d'un véritable système industriel multiaxes de "Pick and Place". Il permet le positionnement de pièces avec un haut niveau de performances. La partie matérielle du système Control'X est constituée :

- D'une chaîne de puissance composée d'une alimentation de puissance, d'un variateur de vitesse, d'un moteur à courant continu hautement dynamique couplé au chariot de l'axe via un réducteur et un système poulies-courroie.
- D'une chaîne d'information composée d'une carte d'acquisition, d'un encodeur incrémental et d'une génératrice tachymétrique montés dans l'axe du moteur, d'un encodeur de position magnétostrictif monté sur le chariot de l'axe, d'un capteur d'effort extérieur, d'un capteur optique de distance, d'un capteur de tension en entrée de variateur, de capteurs de courant et tension moteur.

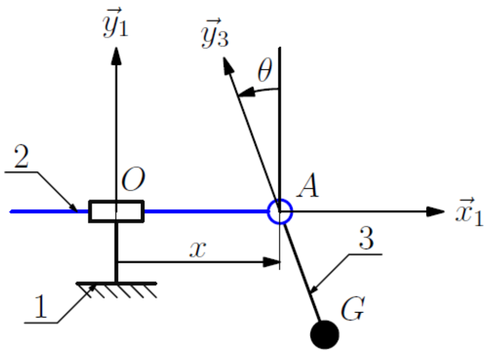
L'objectif de cet exercice est d'évaluer la stabilité d'un système après la linéarisation d'une loi entrée-sortie au voisinage d'un point de fonctionnement.

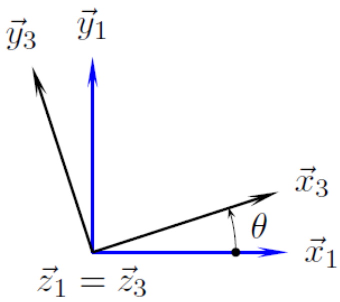
On considère pour cela un pendule constitué de trois solides :
- un bâti 1, auquel on associe un repère $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
- un coulisseau 2, en liaison glissière suivant $\vec{x}_1$ avec le bâti 1.

On lui associe le repère $(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, avec la position du point A repérée par le vecteur $\overrightarrow{OA} = x(t)\vec{x}_1$.
- un pendule 3, en liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_1)$ avec le coulisseau 2.

On lui associe le repère $(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ en choisissant $\vec{z}_3$ confondu à chaque instant avec $\vec{z}_1$ et on pose l'angle $\theta\ (t) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$.

Ce pendule est de masse notée m, supposée concentrée en son centre de masse G dont la position est caractérisée par $\overrightarrow{AG} = \vec{y}_3$.



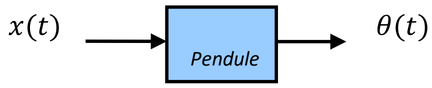


Concernant les actions mécaniques :
- le champ de pesanteur est caractérisé par le vecteur $\vec{g} = -\mathrm{g}\,\vec{y}_1$;
- on prend en compte les frottements visqueux au niveau de la liaison pivot entre 2 et 3.

Leur influence est modélisée par un couple caractérisé par

$$\vec{M}(A, 2 \rightarrow 3).\vec{z}_1 = -\mu\,\vec{\Omega}(3/2).\vec{z}_1$$

On considère le système d'entrée $x(t)$ et de sortie $\theta(t)$.



Question 1 : *Déterminer l'équation différentielle liant les deux paramètres cinématiques.*

Question 2 : *Vérifier que les positions $\theta = 0$ et $\theta = \pi$ correspondent à des positions d'équilibre du pendule par rapport au coulisseau.*

Question 3 : *Pour chacune de ces deux positions d'équilibre :*

- linéariser l'équation différentielle du mouvement au voisinage de la position d'équilibre ;
- transposer l'équation linéarisée dans le domaine symbolique en utilisant la transformée de Laplace;
- écrire la fonction de transfert liant $\Theta(p)$ à $X(p)$;
- conclure quant à la stabilité du système d'entrée $x(t)$ et de sortie $\theta(t)$.

Exercice 5 : **SUSPENSION DE MOTO**

Mise en situation

On s'intéresse a une suspension de la moto Motoroid de Yamaha https://youtu.be/4Lx0ZJGgsFs

Il s'agit d'une moto électrique, elle a la particularité de pouvoir rester en équilibre sur 2 roues grâce à sa cinématique et d'être capable de reconnaissance d'image avec intelligence artificielle.

Sa suspension relie le siège et son pilote à la roue arrière de la moto. Les oscillations du sol doivent être absorbées par cette suspension, ce qui nécessite un réglage correct de l'amortisseur de la moto.

Sur une large partie de sa gamme Yamaha a adopté une transmission finale par cardans. Cette transmission si elle présente l'avantage d'un entretien réduit pose le problème de son hétérocinétisme.

Le modèle simplifié proposé pour cette suspension est constitué :

- d'un bâti 0 munit d'une base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ supposé galiléen ;
- d'un châssis 1 ;
- du siège 2 de masse m de **300 kg**, en liaison glissière avec 1 ;
- d'un ressort d'une raideur k de **35,7 kN/m** ;
- d'un amortisseur de coefficient de frottement visqueux c de **1700 N/(m/s)**.

La fonction globale est de limiter les chocs et vibrations sur le cadre et minimiser les variations soudaines de l'assiette.

Question 1 : *Expliquer en une phrase le fonctionnement d'un amortisseur et d'un joint de cardan.*

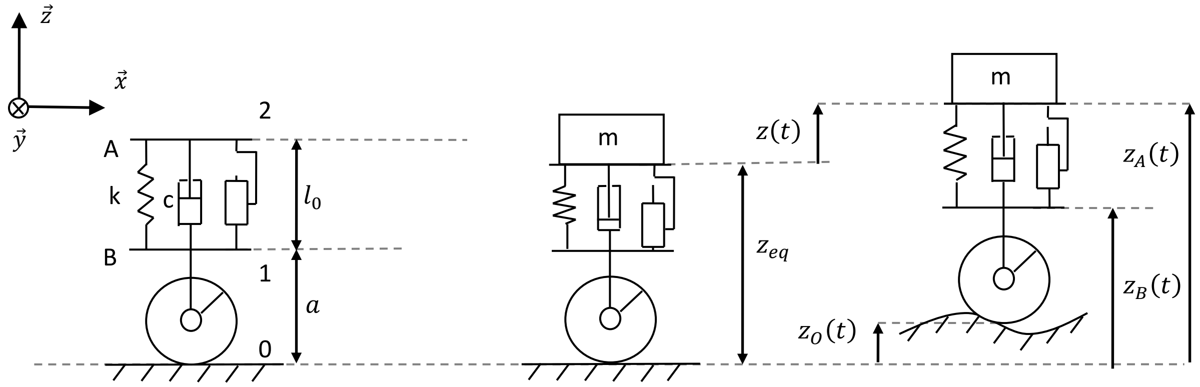
On cherche à étudier les paramètres qui influent sur la résonance de la suspension.

Question 2 : *Donner l'entrée et la sortie du système.*

Question 3 : *Donner l'ordre du système, justifier technologiquement cet ordre.*

Modélisation

Nous allons modéliser la suspension de moto par un système masse-ressort-amortisseur.



Suspension non chargée à l'équilibre

Suspension chargée à l'équilibre

Suspension chargée hors état d'équilibre

Dans la configuration 1, le système ressort-amortisseur n'est pas chargé.

Dans la configuration 2, le système ressort-amortisseur s'est abaissé avec la masse du châssis jusqu'à atteindre une position z_{eq}.

Dans la configuration 3, le système masse-ressort-amortisseur est soumis à une entrée variable.

La masse est soumise à :

- l'action de l'amortisseur $\overrightarrow{F_a} = -c\left(\dot{z}_A(t) - \dot{z}_B(t)\right)\vec{z}$; (force proportionnelle à la vitesse)
- l'action du ressort $\overrightarrow{F_r} = -k(z_A(t) - z_B(t) - l_0)\vec{z}$; (force proportionnelle au déplacement)
- l'action de la glissière parfaite $\vec{R}(1 \to 2)$ avec $\vec{R}(1 \to 2) \cdot \vec{z} = 0$;
- l'action de la pesanteur $\vec{P} = -mg\,\vec{z}$.

Question 4 : *En suivant une démarche rigoureuse, appliquer le théorème de la résultante statique (TRS) à la masse dans la configuration 2, au repos. Montrer que la position d'équilibre est* $z_{eq} = a + l_0 - \frac{mg}{k}$.

Question 5 : *En suivant une démarche rigoureuse, appliquer le théorème de la résultante dynamique (TRD) à la masse dans la configuration 3, lorsque le système n'est pas à l'équilibre. Après simplification, montrer que l'on a la relation :*

$$m\,\ddot{z}(t) + h\,\dot{z}(t) + k\,z(t) = c\,\dot{z}_O(t) + k\,z_O(t)$$

Question 6 : *On suppose les conditions initiales nulles, écrire la fonction de transfert de la suspension* $\frac{Z(p)}{Z_O(p)}$ *sous forme canonique.*

Question 7 : *Déterminer les paramètres caractéristiques K, z, ω_0 et τ de cette fonction de transfert.*

Question 8 : *Calculer les pulsations de cassures. Et tracer sur le document réponse le diagramme de Bode asymptotique avec les valeurs numériques données.*

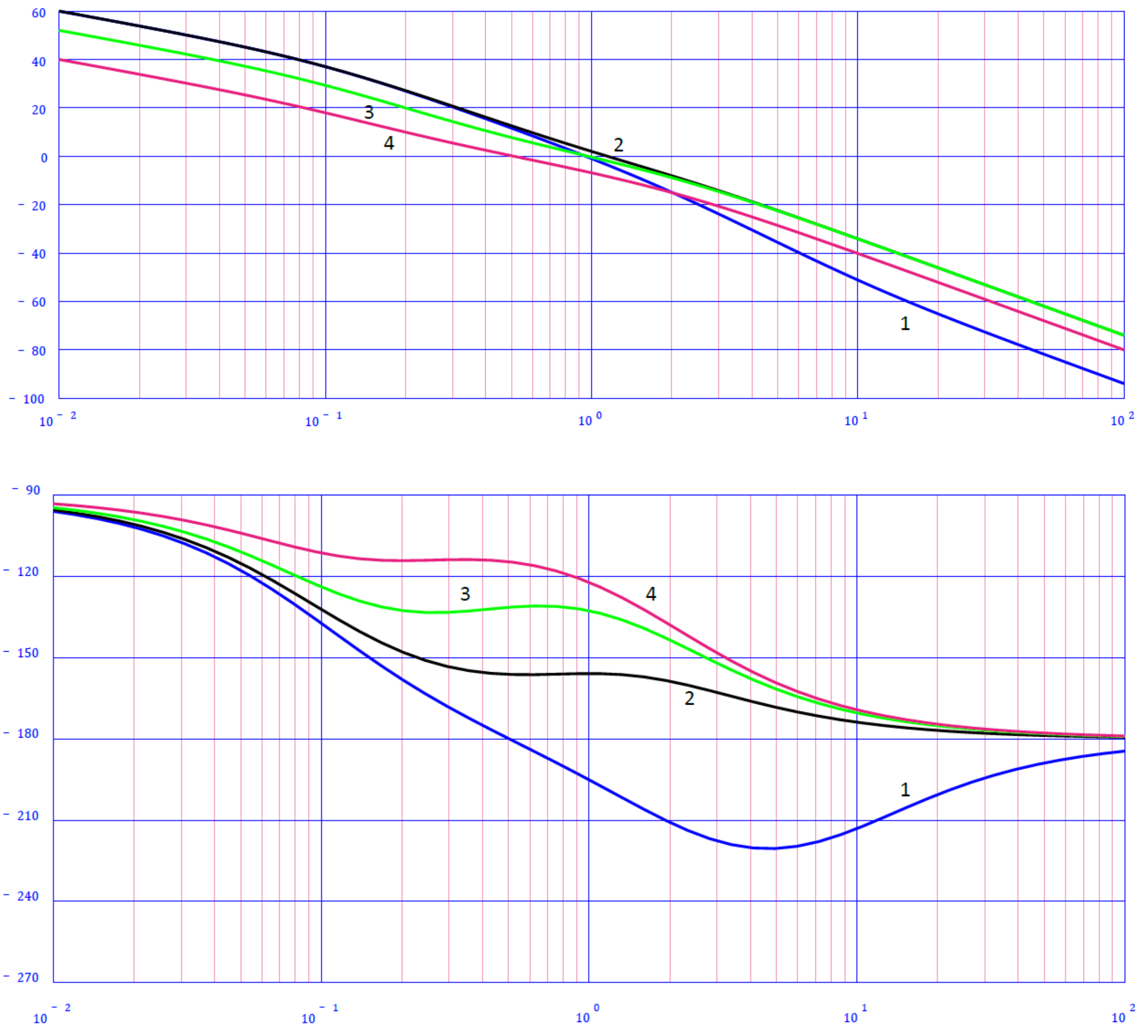
Question 9 : *Indiquer à quel type de filtre correspond le système.*

Question 10 : *Déterminer la bande passante à -3dB.*

Déterminer une marge de phase et une marge de gain

Exercice 6 : **MARGES DE STABILITE**

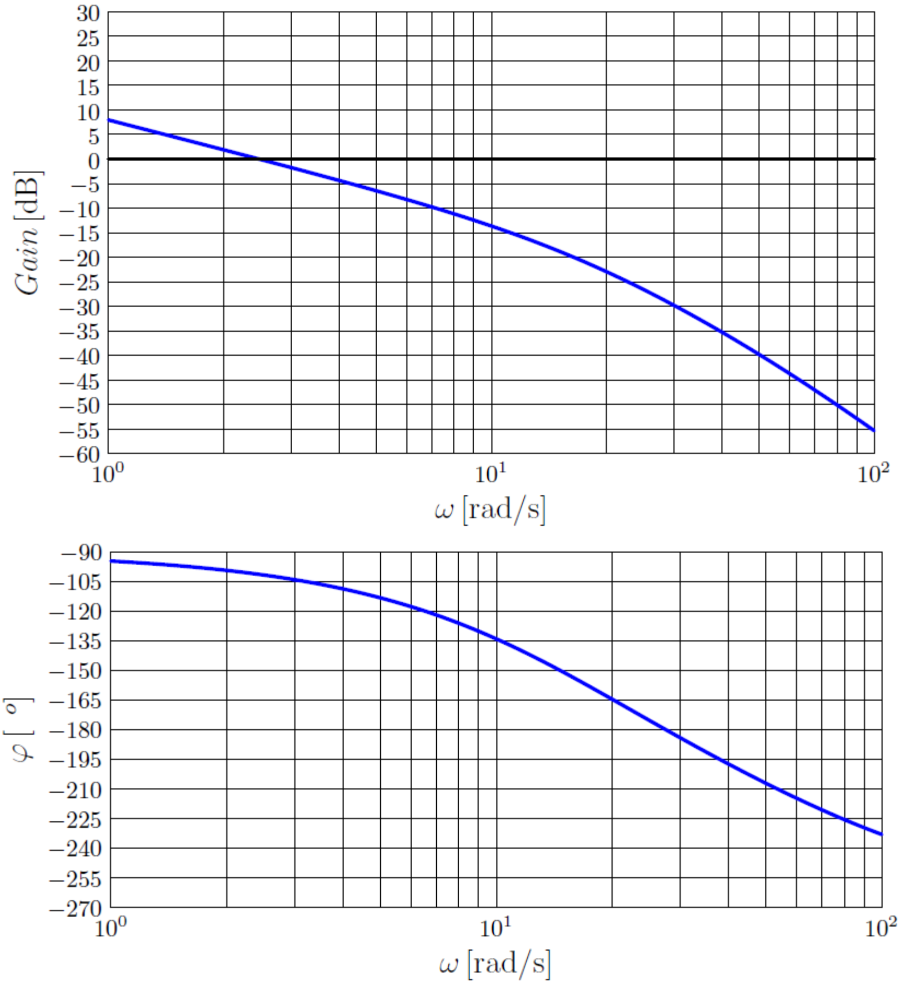
Question 1 : *Déterminer les marges de phases et les marges de gains des courbes suivantes.*



Régler un correcteur proportionnel

Exercice 7 : **MARGES DE STABILITE ET CORRECTEUR P**

Soit $F(p)$ la FTBO d'un système bouclé à retour unitaire d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$. Les diagrammes de BODE de $F(p)$ sont représentés ci-dessous.



Diagrammes de BODE de la FTBO

Question 1 : *Tracer le schéma-bloc du système asservi.*

Question 2 : *Déterminer les marges de phase et de gain du système, puis conclure quant à sa stabilité.*

On décide d'ajouter au système un correcteur série de type proportionnel. On note K le gain de ce correcteur.

Question 3 : *Déterminer la valeur de K permettant d'obtenir une marge de gain $M_G = 12\ dB$.*

Question 4 : *Déterminer la nouvelle marge de phase du système et conclure quant à sa stabilité.*

Question 5 : *En précisant la méthode permettant de le calculer, déterminer l'écart statique ε_s du système corrigé pour une entrée indicielle.*

Exercice 8 : **AXE DE ROBOT**

La commande d'axe d'un robot est décrite par le schéma-bloc ci-dessous.

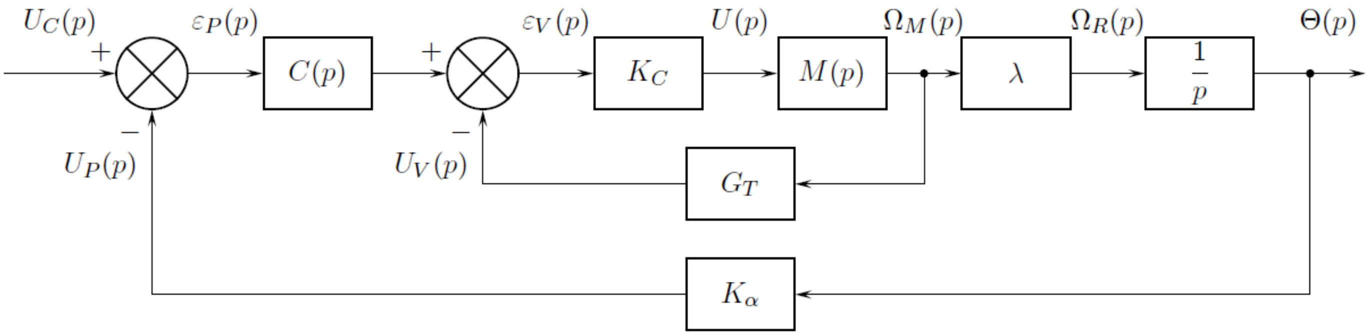


Schéma bloc de la commande d'un axe de robot

avec :

- $C(p)$: fonction de transfert du correcteur
- $M(p) = \frac{k}{RJp+k^2}$: modélisation du moteur à courant continu

— R : résistance totale $[\Omega]$
— J : moment d'inertie équivalent ramené sur l'axe de rotation $[kg.m^2]$
— k : constante de couple [N.m/A] et constante de vitesse $[V/(rad/s)]$

- λ : rapport de réduction
- G_T : gain de la génératrice tachymétrique $[V/(rad/s)]$
- K_C : gain de l'amplificateur de puissance
- K_α : gain du capteur de position $[V/rad]$

Afin d'assurer une mise en position correcte, on ne veut aucun écart de position. Quant à l'écart de traînage il est limité à 1%.

Question 1 : *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, notée $B(p)$, de cette commande d'axe.*

Question 2 : *Conclure sur la possibilité de pouvoir respecter les critères imposés par le cahier des charges en termes de précision avec un correcteur proportionnel.*

Exercice 9 : **ASSERVISSEMENT DE VITESSE**

On propose le schéma-bloc d'un asservissement d'un dispositif régulant la vitesse ω d'un moteur perturbé par un couple résistant $c_r(t)$.

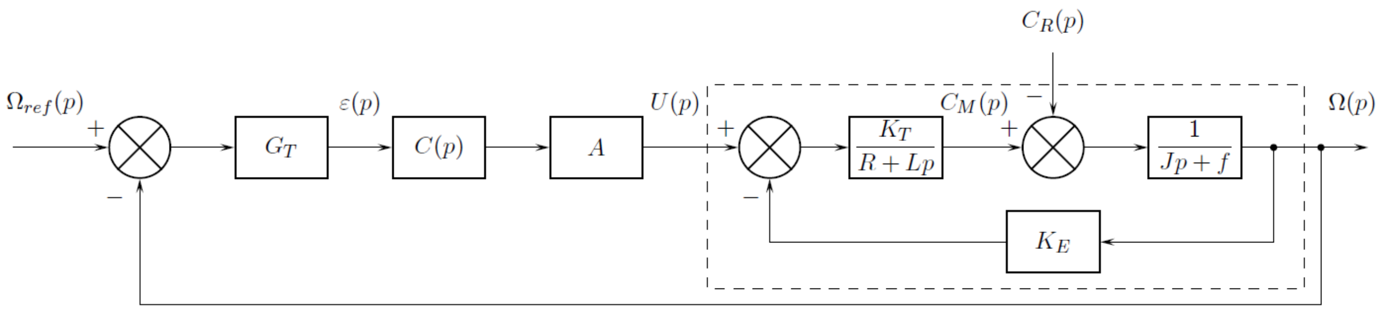


Schéma bloc de l'asservissement de vitesse

Où :

- G_T : gain de la génératrice tachymétrique et du transducteur de consigne, avec $G_T = 0{,}08\, V/(rad/s)$
- $C(p)$: fonction de transfert du correcteur
- A : gain de l'amplificateur avec A = 30
- K_T : constante de couple du moteur
- K_E : constante de force contre électromotrice du moteur
- R : résistance de l'induit
- L : inductance de l'induit
- J : moment d'inertie du rotor par rapport à son axe de rotation
- f : paramètre de frottement visqueux

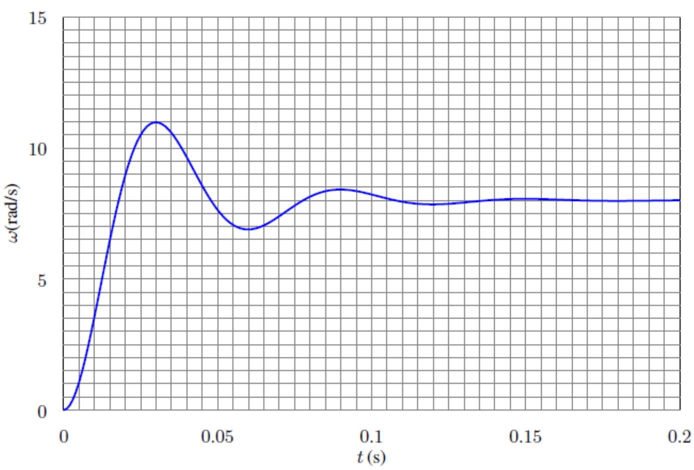


FIGURE 4 – Réponse à un échelon de consigne : 10 rad/s

La figure 4 fournit la réponse indicielle du dispositif non perturbé avec un correcteur proportionnel de gain $K = 1$.

Question 1 : *Déterminer l'erreur statique et l'erreur statique relative en régime permanent.*

Question 2 : *A partir de la réponse, déterminer le gain de la FTBO.*

Question 3 : *On souhaite une erreur statique relative inférieure à 1 % ; quelle valeur doit-on donner au gain du correcteur ? Quel problème peut poser la valeur du gain ainsi déterminée ?*

On considère à présent une perturbation en échelon d'amplitude $C_{R0} = 100\ Nm$.

Question 4 : *La perturbation provoque-t-elle une erreur supplémentaire en régime permanent ? donner sa valeur.*

Question 5 : *Quelle proposition peut-on faire pour améliorer la précision de cet asservissement de vitesse ?*

Exercice 10 : **COMMANDE DE GOUVERNE**

Le dispositif étudié régule la position angulaire d'une gouverne de profondeur d'avion. Il est schématisé sur la figure 1 ci-dessous :

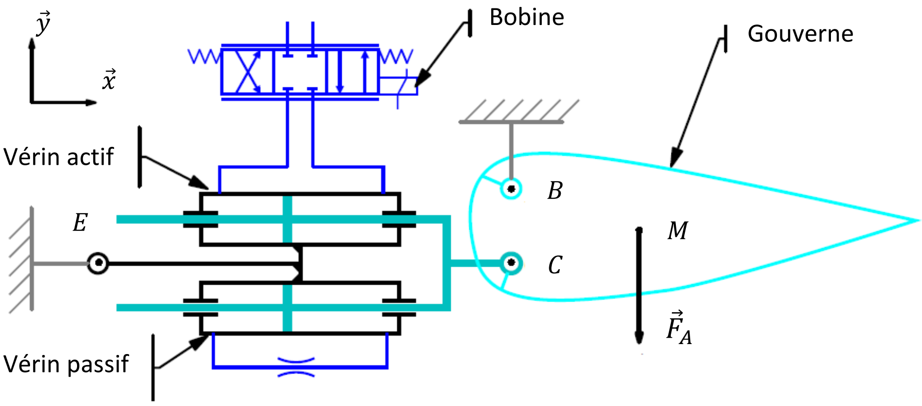


FIGURE 1 – Gouverne en position horizontale

La rotation de cette gouverne est assurée par le déplacement x de la tige d'un vérin hydraulique actif provoqué par un débit q. Un vérin passif est chargé de l'amortissement du mouvement.

Cette mise en position est perturbée par des effets aérodynamiques, modélisés par la force F_A.

Pour être dans le cadre des systèmes linéaires, on se place autour d'un point de fonctionnement, celui de la figure proposée.

À partir de l'équation de débit du vérin actif et de l'équation obtenue par le théorème de l'énergie cinétique appliqué à l'ensemble $\{gouverne, vérins\}$, on peut tracer le schéma-bloc de la figure 2.

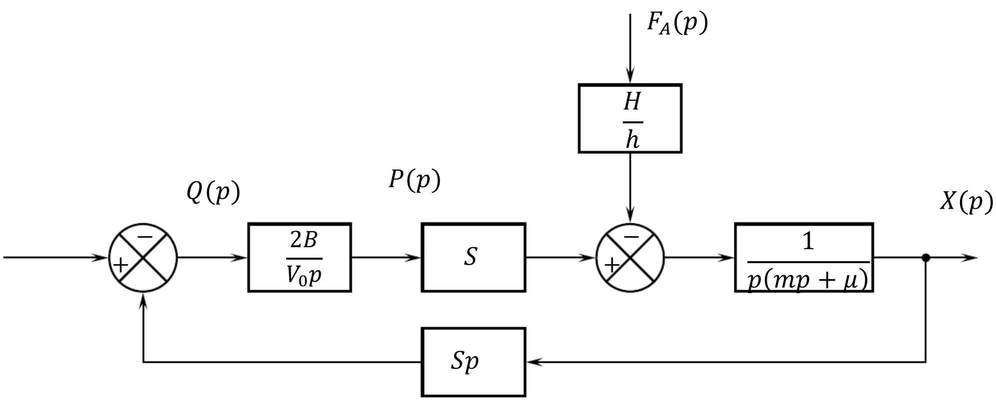


FIGURE 2 – Schéma-bloc de la commande non asservie de la position de la tige du vérin

Sur ce schéma-bloc sont notés :

- B : module de compressibilité du fluide
- V_0 : volume de la chambre du vérin
- S : section utile du vérin
- m : masse de la tige du vérin
- μ : paramètre d'amortissement visqueux
- $h = \overrightarrow{BC}.\vec{y}$
- $H = \overrightarrow{BM}.\vec{x}$

Question 1 : *Déterminer les fonctions de transfert $G(p)$ et $W(p)$ telles que le schéma proposé puisse se mettre sous la forme de la figure 3.*

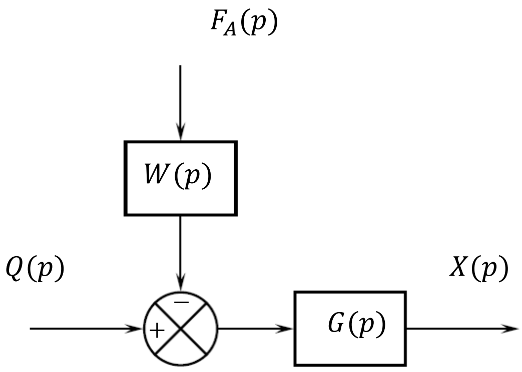


FIGURE 3 – Schéma-bloc équivalent

On réalise un asservissement de la position x de la tige tel que décrit sur la figure 4. Le débit est délivré par une servovalve commandée en courant. À partir de l'écart, un amplificateur proportionnel de gain C fournit le courant i d'alimentation de la bobine de la servovalve. La mesure de la position de la tige du vérin actif est réalisée par un capteur de gain K_M.

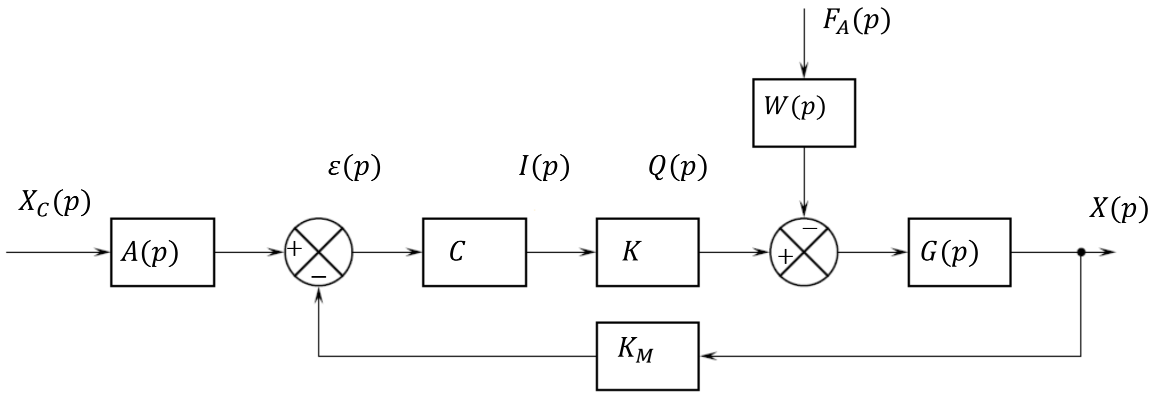


FIGURE 4 – Schéma-bloc de la commande asservie

Le cahier des charges impose en régime permanent :

- une erreur nulle pour une entrée de consigne en échelon ;
- un écart inférieur ou égal à $2mm$ si $x_c(t) = 0{,}1\, t$.

Question 2 : *Quel nom donner au bloc contenant $A(p)$ et quelle fonction de transfert faut-il y poser ? Justifier la réponse.*

Question 3 : *Montrer qu'en régime permanent, le signal de sortie n'est pas affecté par une perturbation en échelon de force d'amplitude F_0.*

En absence de perturbation, on peut modéliser l'asservissement de position par le schéma-bloc de la figure 5 ci-dessous.

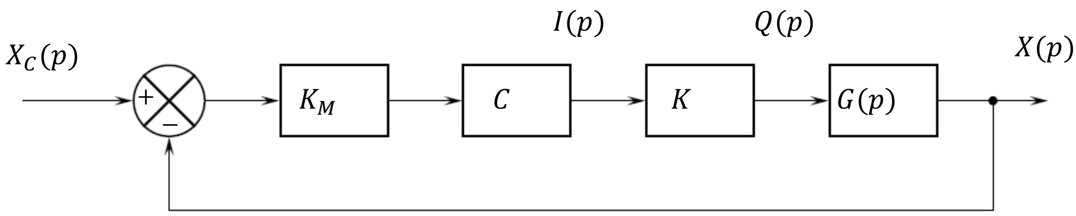


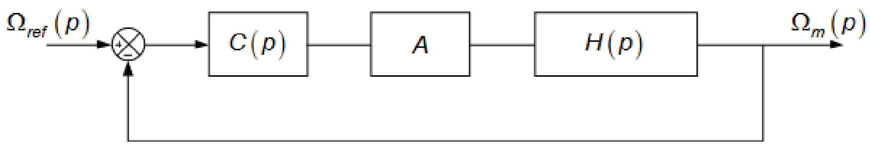
FIGURE 5 – Schéma-bloc sans perturbation

Question 4 : *Quelle expression doit prendre le gain de boucle afin de satisfaire aux exigences du cahier des charges concernant la précision ?*

Régler un correcteur intégral

Exercice 11 : **ASSERVISSEMENT EN VITESSE ANGULAIRE D'UN MOTEUR ELECTRIQUE**

L'asservissement de vitesse d'un moteur électrique est représenté par le schéma fonctionnel ci-dessous :



Le gain A du hacheur est de $A = 1\ V/(rad/s)$

La fonction de transfert du moteur est $H(p) = \frac{1}{(1+0{,}08p)(1+0{,}002p)}$

Le cahier des charges impose :

- une marge de phase de 45° ;
- une erreur en régime permanent nulle, vis-à-vis d'une consigne en échelon.

Objectif :
– évaluer les performances de cet asservissement ;
– régler les paramètres d'un correcteur permettant le respect des critères du cahier des charges.

Question 1 : *Déterminer les marges du système non corrigé.*

Question 2 : *Déterminer l'erreur en régime permanent du système non corrigé pour une consigne en échelon d'amplitude ω_{c0}.*

Question 3 : *Conclure.*

On utilise maintenant un correcteur $C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} = K_p \frac{1+T_i p}{T_i p}$ avec $T_i = \frac{K_p}{K_i}$.

Question 4 : *Quelle est la nature de ce correcteur ? Que peut-on attendre comme amélioration sur le système ?*

Question 5 : *Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce correcteur pour $K_p > 1$. Indiquer les caractéristiques :*

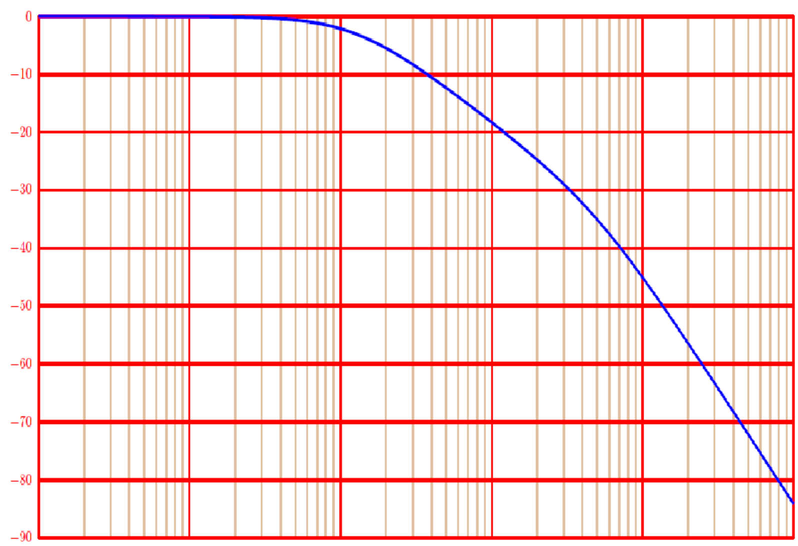
- *pentes des asymptotes ;*
- *expressions de la pulsation, du gain en dB et de la phase au point de cassure.*

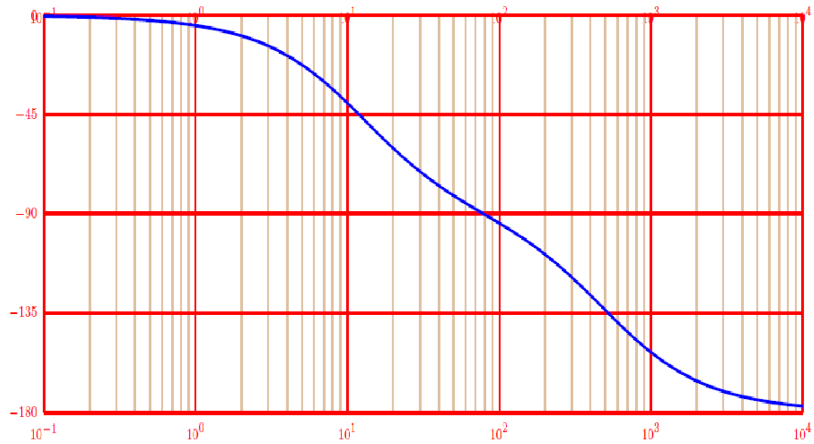
Compléter avec l'allure des courbes réelles.

Le lieu de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée est donné ci-après.

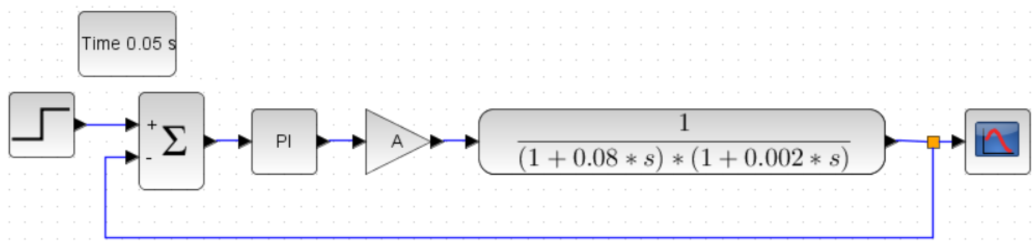
Question 6 : *Déterminer graphiquement puis analytiquement les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode du placement fréquentiel.*

Question 7 : *Déterminer les paramètres $K_p > 1$ et $K_i > 1$ du correcteur par la méthode de la compensation du pôle dominant.*

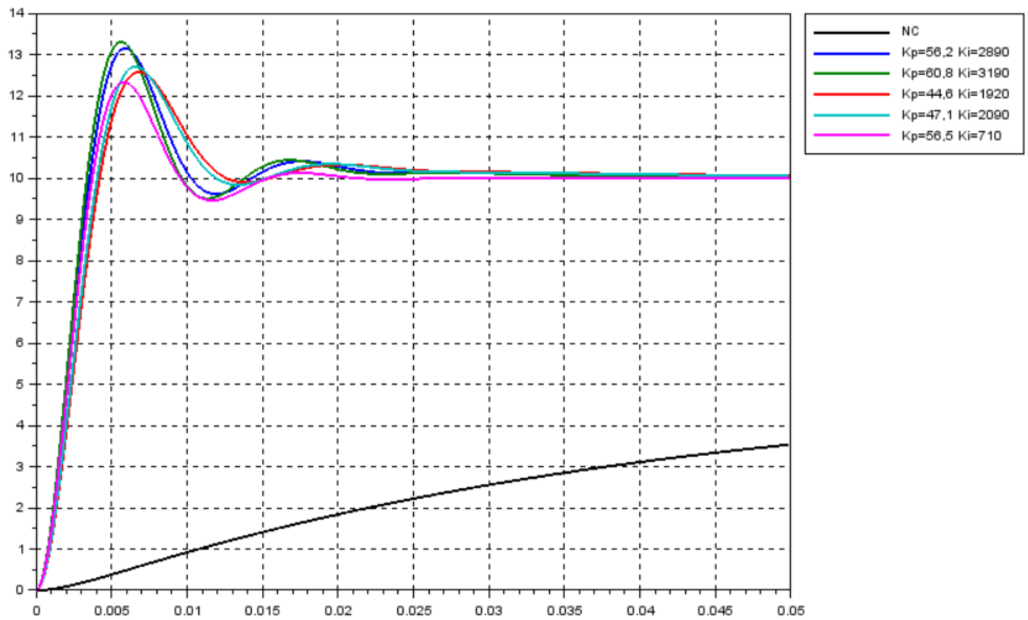




On construit le modèle causal du servomoteur :



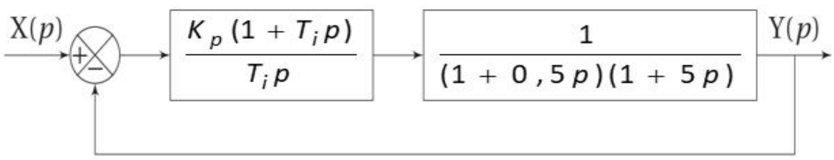
On donne la réponse temporelle du système non corrigé et des réglages précédant :



Question 8 : *Quel est le meilleur réglage.*

Exercice 12 : **REGLAGE D'UN CORRECTEUR PI**

Un système est corrigé par un correcteur de type P.I.



On suppose $K_p > 0$.

Pour le réglage du correcteur, on hésite entre $T_i = 0{,}5s$ et $T_i = 5s$.

Question 1 : *Déterminer la FTBF dans les deux cas, mettre sous forme canonique puis exprimer les paramètres caractéristiques des fonctions de transfert.*

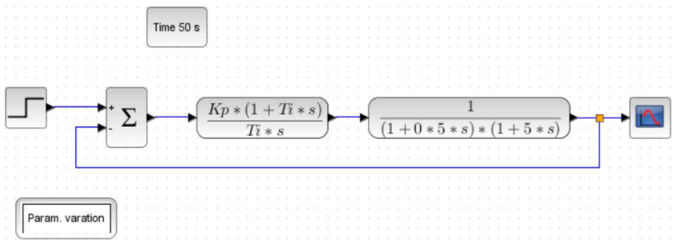
Réglage en commençant par la stabilité

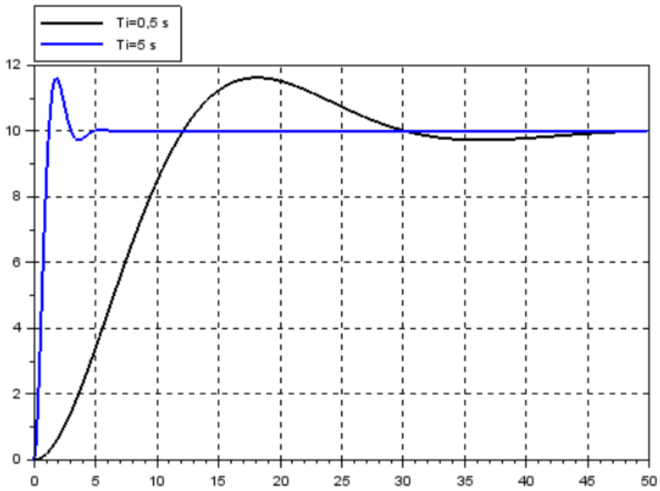
On souhaite un coefficient d'amortissement $z = 0{,}5$.

Question 2 : *Déterminer* K_p *pour chacun des cas.*

Question 3 : *Déterminer alors la largeur de la bande passante à -3dB pour chacun des cas.*

On donne la réponse temporelle pour un échelon d'amplitude 10 de ces 2 correcteurs ci-dessous :





Question 4 : *Conclure.*

Réglage en commençant par la rapidité

On souhaite une pulsation de coupure $\omega_{-3dB} = 1\ rad/s$.

Question 5 : *Déterminer* K_p *pour chacun des cas.*

Question 6 : *Déterminer alors le coefficient d'amortissement pour chacun des cas.*

Question 7 : *Conclure.*

Comparaison

Question 8 : *Conclure sur le réglage du correcteur PI.*

Régler un correcteur à avance de phase

Exercice 13 : **CORRECTEUR A AVANCE DE PHASE DU ROBOVOLC**

(D'après E3A PSI 2017)

On s'intéresse au véhicule Robovolc, un robot qui explore le flanc des volcans. Ce robot est capable de :

- s'approcher d'un cratère actif ;
- collecter des échantillons rocheux issus de rejets éruptifs ;
- collecter des échantillons gazeux ;
- collecter d'autres données physiques et chimiques.

Question 1 : *Tracer le diagramme de Bode asymptotique de la fonction* $H(p) = \frac{\delta\tau_B p+1}{\tau_B p+1}$ *avec* $\delta > 1$

Question 2 : *Quel est l'intérêt de ce correcteur à avance de phase ?*

Question 3 : *En utilisant une moyenne logarithmique entre* $\frac{1}{\delta\tau_B}$ *et* $\frac{1}{\tau_B}$ *montrer que la valeur maximale de la phase à lieu pour* $\omega_{maxi} = \frac{1}{\sqrt{\delta}.\tau_B}$

Question 4 : *Déterminer* δ *tel que* $\varphi(\omega_{maxi}) = 45°$

On étudie l'asservissement d'une MSAP, on donne la fonction suivante :

$$\mathrm{FTBO_{corr\Omega}(p)} = \mathrm{K_{pi}}\,\frac{\delta\,\tau_B\,p+1}{\delta.\tau_B\,p}\,\frac{B}{p(1+\tau_B p)}$$

Avec $\delta = 5{,}83$, $B = 45\ (rad/s)^2/A$, $\tau_B = 33{,}87\ ms$

Question 5 : *Déterminer* K_{pi} *tel que* $G_{dB}(\omega_{maxi}) = 0dB$*. Quel est l'intérêt ?*