TD04 SYSTEME ASSERVIS

Modéliser un SLCI et évaluer ses performances

Exercice 1 : **COPIE D'ELEVE**

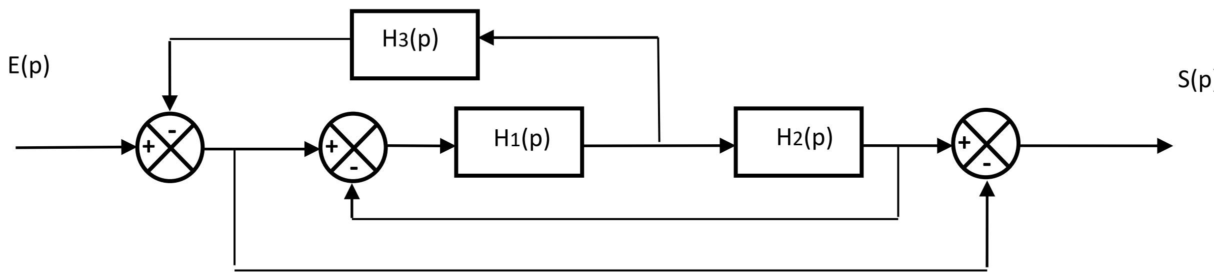
Question 1 : *Corriger les 4 erreurs suivantes*

Le système est stable. On peut donc appliquer le théorème de la valeur finale.

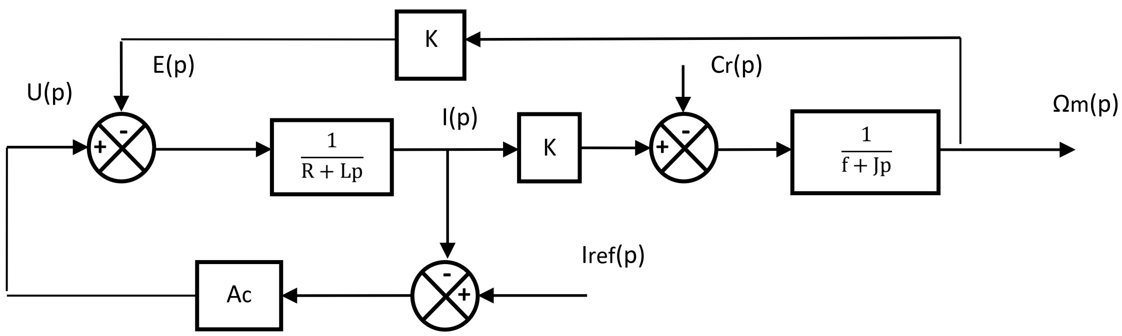
$$\omega_\infty = \lim_{t\to+\infty}\omega(t) = \lim_{p\to 0}\quad \omega(p) = \lim_{p\to 0}\quad \mathrm{H_m(p)U_m(p)} = \lim_{p\to 0}\quad \frac{1}{\mathrm{K_e}}\ \frac{1}{\frac{\mathrm{LJ}}{\mathrm{K_cK_e}}\mathrm{p}^2+\frac{\mathrm{RJ}}{\mathrm{K_cK_e}}\mathrm{p}+1}\ \mathrm{U_0} = \frac{\mathrm{U_0}}{\mathrm{K_e}}\ rad/s$$

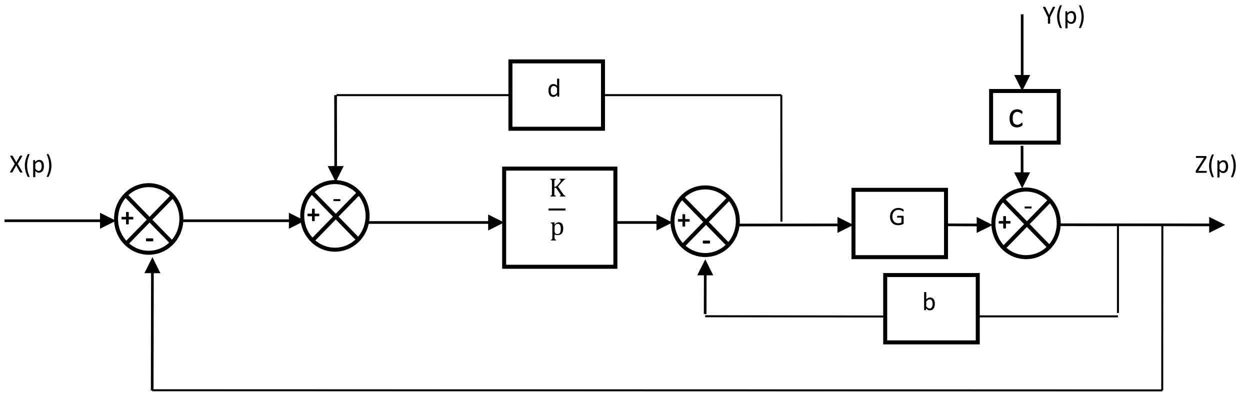
Exercice 2 : **SCHEMAS-BLOCS**

Question 1 : *Déterminer les fonctions de transfert des schémas-blocs suivants. Vous noterez H au lieu de H(p). (On ne peut pas mettre H(p) sous forme canonique car on n'a pas leur expression)*



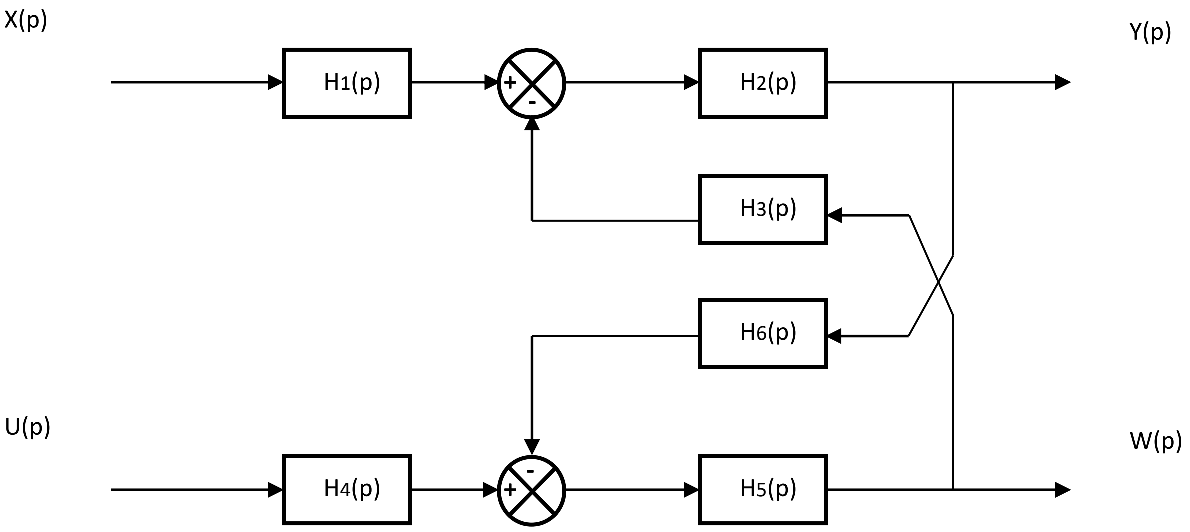
Question 2 : *Moteur asservi en courant. (D'après banque PT)*





Question 3 : *Déterminer les fonctions de transfert du schéma-bloc suivant. Vous noterez H au lieu de H(p).*

Il est parfois moins cher d'acheter 2 petits moteurs, qu'un seul gros. On a alors une motorisation en parallèle :



Prévoir la réponse à un échelon des systèmes du 1^er et du 2^nd ordre

Exercice 3 : **LE BIONIC BAR DU PAQUEBOT HARMONY**

(Support proche du Robot Ericc, TP Mines-Pont et X-ENS PSI)

Meet two robotic bartenders who know how to shake up your night out. They can mix, muddle, and stir it up too. With moves as fluid as the Pimm's in your cup, they can create an almost endless combination of cocktails, whether it's a classic Manhattan or a custom order of your own design. Just order by app on the nearby tablets and watch your bionic mixologist do its thing. Designed and powered by the minds at Makr Shakr, the Bionic Bar® is making history at sea.

La CdCF annonce les performances suivantes :

Critères	Ecart statique relatif	Ecart de poursuite	Rapidité
Niveaux	$e_{r\infty\%} \leq 10\%$	$e_{rv\infty\%} \leq 20\text{ mm}$	$t_{r5\%} \leq 15\text{ms}$

Le positionnement linéaire d'un robot est modélisé par sa fonction de transfert :

$$H(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{95}{100 + p}$$

$x_c(t)$ représente la consigne de position en mm suivant l'axe linéaire.
$x(t)$ représente la position réelle du robot en mm suivant l'axe linéaire.

À $t = 0s$, $x_c(0) = 0\ mm$ et $x(0) = 0\ mm$. Le robot ne bouge pas.
À $t = 0{,}01s$, une variation de consigne de $x_{c0} = +100\ mm$ en échelon est envoyée.

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.*

Question 2 : *Évaluer la performance de rapidité de ce système.*

Question 3 : *Évaluer la performance de précision de ce système.*

Question 4 : *Tracer la réponse indicielle en faisant apparaître les points caractéristiques.*

On s'intéresse maintenant à une entrée en rampe avec une amplitude $\mathrm{V_0} = 30\mathrm{mm/s}$.

Question 5 : *En utilisant le théorème de la valeur finale, évaluer la performance de précision de ce système en calculant l'erreur de traînage $e_{r\infty}$.*

Question 6 : *Tracer la réponse à cette rampe.*

Un client du bar parvient à accéder au plan de travail et tape sur l'extrémité du robot.

Question 7 : *Comment peut-on modéliser cette sollicitation extérieure ?*

Question 8 : *Sans faire de calculs, tracer l'allure de la réponse à cette sollicitation.*

Exercice 4 : **CAMERA**

La camera PTZ étanche IP68 ZOOM 28X existe en deux versions : noir et camouflage Ota
Cette camera est dotée d'un socle aimanté ce qui permet de la positionner sur un véhicule.
Elle est commandée en position angulaire à l'aide de deux moteurs à courant continu.

Le CdCF annonce les performances suivantes :

Critères	Ecart statique relatif	Stabilité	Rapidité
Niveaux	$e_{r\infty\%} \leq 2\%$	$D_{1\%} \leq\ 15\%$	$t_{r5\%} \leq\ 0{,}4\mathrm{s}$

Le comportement de la caméra en orientation suivant l'axe vertical, est modélisé par la fonction de transfert :

$$\frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)} = \frac{9800}{10000 + 600p + 35p^2}$$

$\theta_c(t)$ représente l'angle de consigne en ° par rapport au plan horizontal ;
$\theta(t)$ représente l'angle atteint en ° par rapport au plan horizontal.

Question 1 : *Déterminer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert de ce système.*

Question 2 : *En déduire, si sa réponse à un échelon est oscillatoire ou non oscillatoire. Si nécessaire, indiquer la valeur de la pseudo-période notée T_p.*

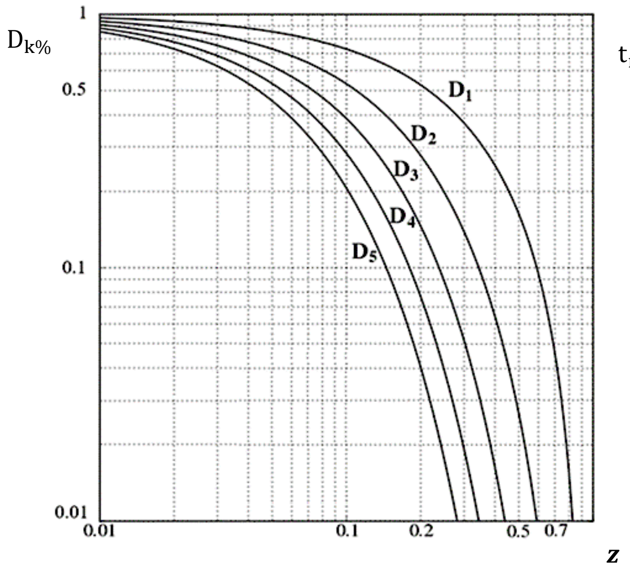
Question 3 : *Évaluer la performance de rapidité de ce système.*

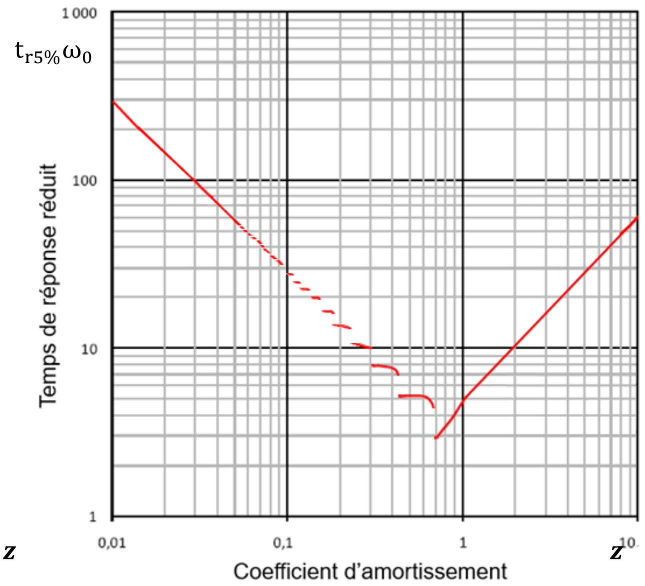
On suppose $\theta_c(0) = \theta(0) = 0°$.
À $t = 0\ s$, on soumet le système à une entrée en échelon $\theta_c(t) = 20°$.

Question 4 : *Donner, dans ce cas, le nombre de dépassement d'amplitude supérieure à 1% de la réponse $\theta(t)$. Indiquer, pour chacun d'eux, leur valeur relative et leur valeur absolue.*

Question 5 : *Donner l'erreur statique du système. Conclure sur sa précision à un échelon.*

Question 6 : *Tracer l'allure de la réponse $\theta(t)$ en précisant les points caractéristiques.*





Exercice 5 : **COPIE D'ELEVE**

Question 1 : *Corriger les 7 erreurs suivantes.*

On identifie avec un 2nd ordre de classe 0 de la forme $\frac{K}{\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2+\frac{2z}{\omega_0}p+1}$

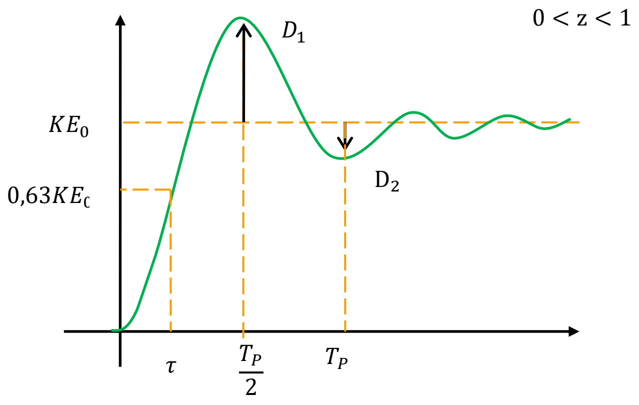
$$\begin{cases} \dfrac{2z}{\omega_0} = \dfrac{RJ}{2K_cK_e} \\ \dfrac{1}{\omega_0{}^2} = \dfrac{LJ}{2K_cK_e} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \dfrac{RJ}{2K_cK_e}\omega_0 \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{2K_cK_e}{LJ}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \dfrac{0{,}03.3600}{22.22}19{,}3 \\ \omega_0 = \sqrt{\dfrac{2.22.22}{7{,}2.10^{-4}.3600}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z \approx 1 \\ \omega_0 = 19{,}334 \end{cases}$$

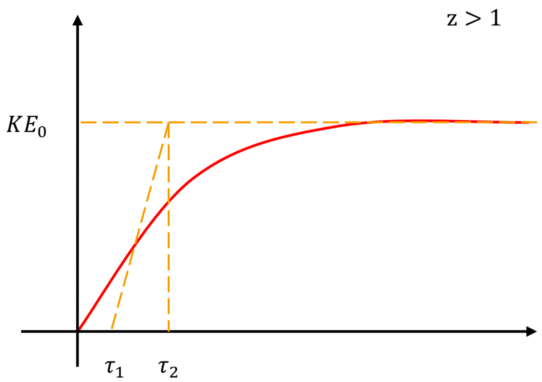
On a donc un régime permanent. Avec l'abaque, on lit graphiquement :

$$t_{r5\%} \approx \frac{8}{\omega_0} \approx \frac{5}{19{,}3} \approx \frac{1}{4}s$$

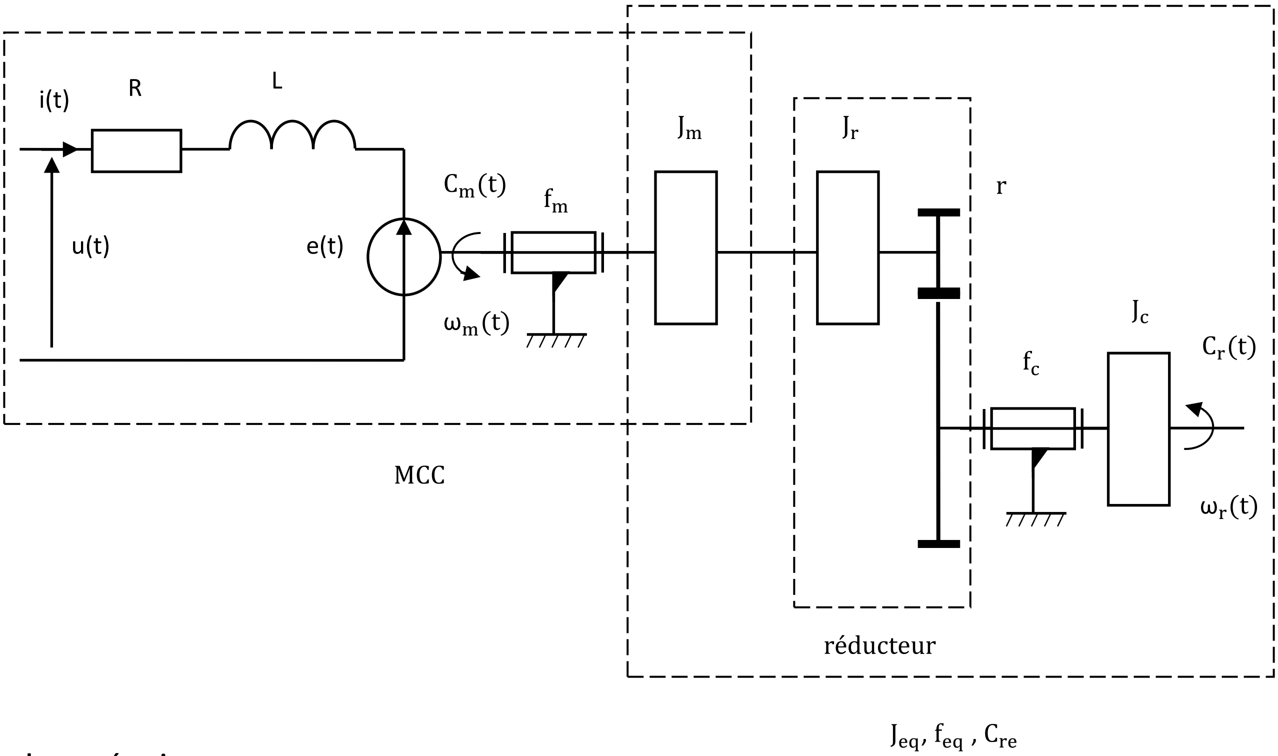
Le critère de rapidité du CdCF est donc respecté.

Question 2 : *Corriger les 7 erreurs suivantes.*





On s'intéresse à une chaine de puissance composée d'un motoréducteur entraînant une charge.



Grandeurs mécaniques :

$\omega_m(t)$	: vitesse angulaire du moteur [rad/s]
J_m, J_r, J_c	: moment d'inerties respectifs du moteur, du réducteur et de la charge [kg m²]
f_m, f_r, f_c	: coef de frottements visqueux respectifs du moteur, du réducteur et de la charge [Nm/(rad/s)]
$C_r(t)$	: couple résistant appliqué au niveau de la charge [Nm]
r	: rapport de réduction du réducteur de vitesse
J_{eq}	: moment d'inertie équivalent de la chaîne cinématique ramenée à l'arbre moteur [kg m²]
f_{eq}	: coef de frottements visqueux équivalent de la chaîne cinématique ramené à l'arbre moteur [Nm/(rad/s)]
$C_{re}(t)$	: couple résistant équivalent ramené à l'arbre moteur [Nm]

Grandeurs électriques :

u(t)	: tension de commande [Nm]
i(t)	: courant d'induit [A]
e(t)	: force contre-électromotrice [V]
K_t	: constante de couple [Nm/A]
K_e	: constante de force contre-électromotrice [V/(rad/s)]
R	: résistance d'induit [Ω]
L	: inductance d'induit [H]

On donne les 4 équations du MCC :

Equation électrique :

Loi des mailles et loi d'Ohm :

$$u(t) = R\ i(t) + L\frac{di}{dt}(t) + e(t)$$

Equations de couplage électromagnétique :

Maxwell-Faraday :

$$e(t) = K_e\ \omega_m(t)$$

Couple moteur engendrée par la Force de Laplace :

$$C_m(t) = K_t\ i(t)$$

Equation mécanique :

Principe fondamental de la dynamique appliqué à l'arbre moteur :

$$C_m(t) - C_{re}(t) = J_{eq}\frac{d\omega_m}{dt}(t) + f_{eq}\omega_m(t)$$

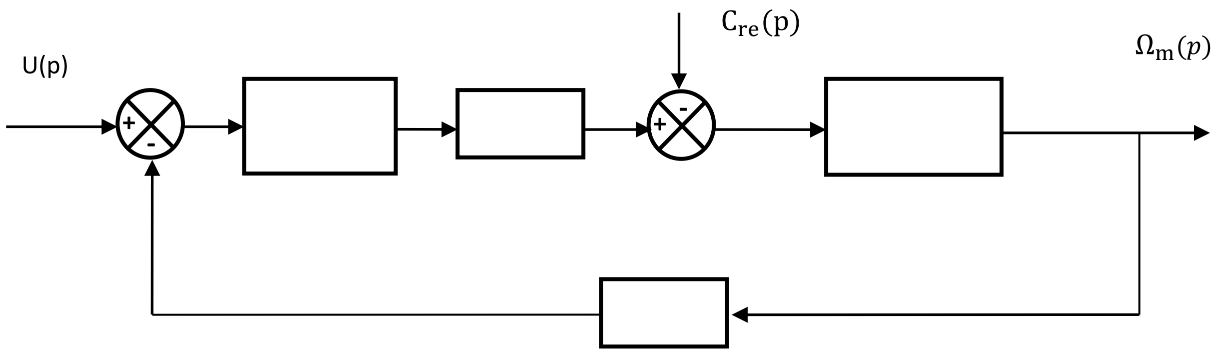
<u>A l'instant initial :</u>

$i(0^-) = 0$ A
$\omega_m(0^-) = 0$ rad/s

Question 1 : *Expliquer brièvement le nom de chacune des quatre équations et ce qu'elles représentent.*

Question 2 : *En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 4 équations du moteur. On notera que Ω est la majuscule de ω.*

Question 3 : *Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :*



Question 4 : *Ce système est-il asservi ? (page 14 du cours)*

Question 5 : *Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?*

On pose $\Omega_\mathrm{m}(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)\mathrm{C_{re}}(p)$

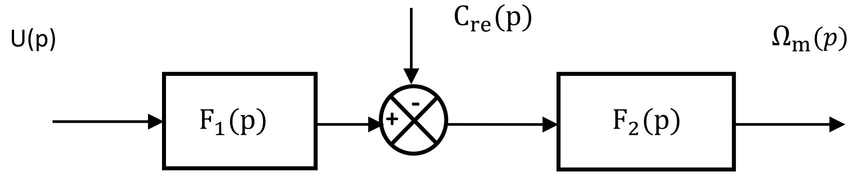
Question 6 : *Déterminer $H_1(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{U(p)}\right|_{C_{re}(p)=0}$. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

Question 7 : *Déterminer $H_2(p) = \left.\frac{\Omega_m(p)}{C_{re}(p)}\right|_{U(p)=0}$. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

Question 8 : *Montrer que $\Omega_m(p) = \frac{\frac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}}}{1+\frac{RJeq+Lfeq}{K_eK_t+Rf_{eq}}p+\frac{LJeq}{K_eK_t+Rf_{eq}}p^2}U(p) - \frac{\frac{R}{K_eK_t+Rf_{eq}}\left(1+\frac{L}{R}p\right)}{1+\frac{RJeq+Lfeq}{K_eK_t+Rf_{eq}}p+\frac{LJeq}{K_eK_t+Rf_{eq}}p^2}C_{re}(p)$, préciser le théorème utilisé.*

La fonction de type $H_1(p)$ correspond au fonctionnement de type suiveur (consigne variable) du système, alors que la fonction $H_2(p)$ correspond au fonctionnement de type régulateur (consigne constante).

Question 9 : *Ecrire l'équation précédente sous la forme* $\Omega_m(p) = F_1(p)\ (F_2(p)U(p) - C_{re}(p))$ *et compléter le schéma suivant :*



On vérifie que les deux fonctions ont le même dénominateur, c'est de lui que dépend la stabilité du système.

Question 10 : *En suivant une démarche d'identification de* $H_1(p)$ *avec un deuxième ordre de classe 0 de la forme* $\frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{1}{\omega_0{}^2}p^2}$ *montrer que :*

$$\begin{cases} K = \frac{K_t}{K_eK_t+Rf_{eq}} \\ z = \frac{1}{2}\frac{RJ_{eq}+Lf_{eq}}{\sqrt{J_{eq}\mathrm{L}(K_eK_t+Rf_{eq})}} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{K_eK_t+Rf_{eq}}{J_{eq}\mathrm{L}}} \end{cases}$$

$K\ est\ le\ gain\ statique$ en (rad/s)/V
$z\ est\ le\ facteur\ d'amortissement$
$\omega_0\ est\ la\ pulsation\ propre$ en rad/s

Soit $T_e = \frac{L}{R}$: la constante de temps électrique

et $T_m = \frac{RJ_{eq}}{K_eK_t+Rf_{eq}}$: la constante de temps mécanique

Hypothèse : - On suppose que $T_e \ll T_m$, et donc on néglige l'inductance $\mathrm{L} = 0\ mH$ (la tension aux bornes de l'inductance est faible vis-à-vis des tensions électriques présentes dans le montage).

- On néglige le frottement $f_{eq} = 0\ \mathrm{Nm/(rad/s)}$ (le couple dû aux frottements visqueux est très faible devant le couple électromagnétique).

- Le champ magnétique généré par le stator est réalisé par un aimant permanent $K_e = K_t = K$.

Le dénominateur de la fonction de transfert peut alors se mettre sous la forme $(1 + T_e\,p)(1 + T_m\,p) = 1 + (T_m + T_e)\,p + T_mT_e\,p^2 \approx 1 + T_m\,p + T_mT_e\,p^2 \approx 1 + T_m\,p$ au vu des valeurs numériques. On approxime alors le moteur par une fonction de transfert du 1er ordre.

Question 11 : *En utilisant les hypothèses simplificatrices, montrer que* $\Omega_m(p) = \frac{\frac{1}{K}}{1+T_m\,p}\ U(p) - \frac{\frac{R}{K^2}}{1+T_m\,p} C_{re}(p)$

Question 12 : *Donner les unités de* K_e *et* K_t*. Montrer que* K_e *et* K_t *ont la même unité, pour ce faire, on pourra écrire les unités d'une puissance dans une énergie électrique, puis les unités d'une puissance dans une énergie mécanique de rotation.*

On soumet le moteur à courant continu PARVEX RX 630 E à un échelon de $U_0 = 24\ V$. On néglige la perturbation $C_{re}(p) = 0$
ainsi

$$\Omega_m(p) = \frac{K_m}{(1 + T_e\,p)(1 + T_m\,p)} U(p) \approx \frac{K_m}{1 + T_m\,p}\ U(p)$$

$K_e = 52\ V/1000\ tr/min = 0{,}5\ V/rad/s$; $K_t = 0{,}5\ Nm/A$; $L = 2{,}6\ mH$; $J_m = 5.10^{-3} kg.m^2$; $R = 2{,}5\ \Omega$
Réducteur : $k = 15$; $J_r = 2{,}5.10^{-5}\ kg.m^2$
Charge : $J_c = 20\ kg.m^2$
$J_{eq} = 9{,}4\ 10^{-2} kg.m^2$; $f_{eq} = 0{,}01\ Nm/(rad/s)$

Question 13 : *Calculer* T_e *et* T_m*. A-t-on* $T_e \ll T_m$ *?*

Pour une fonction de transfert du 1er ordre, $t_{r5\%}$ est le triple de la constante de temps, et donc ici $t_{r5\%} = 3T_m$.

Question 14 : *Calculer* K_m *et* $t_{r5\%}$*. (page 24 du cours)*

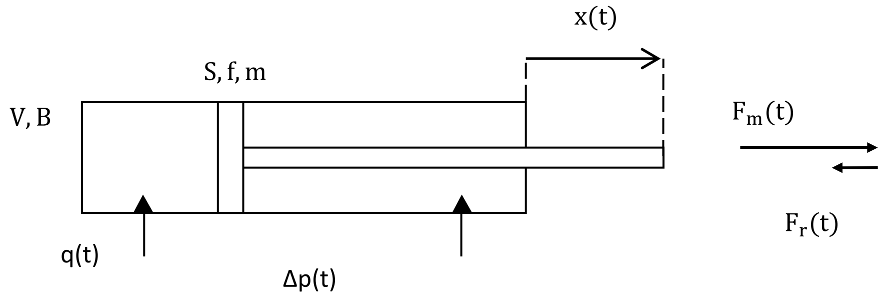
Question 15 : *A l'aide du théorème de la valeur finale (page 13 et 14) déterminer* $\omega_{m\infty}$*.*

Question 16 : *Tracer* $\omega_m(t)$*. Préciser tous les points particuliers et leurs valeurs numériques. (page 24 du cours)*

Question 17 : *Evaluer la performance de précision du MCC.*

Exercice 7 : **MODELE D'UN VERIN**

On s'intéresse à une chaine d'énergie composée d'un vérin hydraulique linéaire à simple effet entraînant une charge.



Grandeurs mécaniques :

S : section utile du piston $[m^2]$
x(t) : position du piston $[m]$
$F_m(t)$: force motrice de la tige $[m]$
$F_r(t)$: force résistante de la charge $[m]$
f : coefficient de frottement visqueux $[N/(m/s)]$
m : masse de la tige du vérin [kg]

Grandeurs hydrauliques :

q(t) : débit volumique $[m^3$/s]
V : volume total du fluide dans le vérin $[m^3]$
B : coefficient de compressibilité $[Pa]$
$\Delta p(t)$: différence de pression entre les orifices d'admission et de refoulement $[Pa]$

On donne les 3 équations du vérin hydraulique :

Equations hydraulique :

Principe de conservation de la masse dans un fluide compressible :

$$q(t) = S\frac{dx}{dt}(t) + \frac{V}{2B}\frac{d\Delta p}{dt}(t)$$

Relation entre la force et la pression :

$$F_m(t) = S\,\Delta p(t)$$

Equation mécanique :

Principe fondamental de la dynamique appliqué à la tige du vérin :

$$F_m(t) - F_r(t) - f\frac{dx}{dt}(t) = m\frac{d^2x}{dt^2}(t)$$

<u>A l'instant initial :</u>

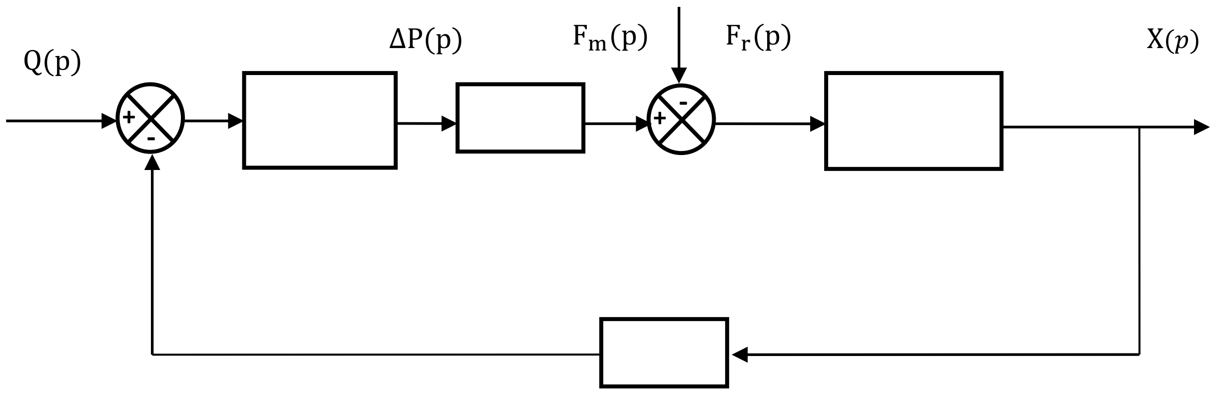
$x(0^-) = 0\ m$
$\Delta p(0^-) = 0\ Pa$

Question 1 : *Expliquer brièvement le nom de chacune des trois équations et ce qu'elles représentent.*

Question 2 : *Quelle est la différence entre un vérin simple effet et double effet ?*

Question 3 : *En précisant l'hypothèse utilisée, appliquer la transformée de Laplace aux 3 équations du vérin.*

Question 4 : *Reproduire et compléter le schéma-bloc suivant :*



Question 5 : *Ce système est-il asservi ?*

Question 6 : *Combien il y a-t-il d'entrée(s) ?*

On pose $X(p) = H_3(p)Q(p) + H_4(p)F_r(p)$

Question 7 : *Déterminer* $H_3(p) = \left.\frac{X(p)}{Q(p)}\right|_{F_r(p)=0}$*. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

Question 8 : *Déterminer* $H_4(p) = \left.\frac{X(p)}{F_r(p)}\right|_{Q(p)=0}$*. Mettre cette fonction sous forme canonique et donner son gain statique, son ordre et sa classe.*

Question 9 : *Montrer que* $X(p) = \frac{1}{S\,p}\frac{1}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}\ Q(p) - \frac{\frac{V}{2B\,S^2}}{1+\frac{Vf}{2B\,S^2}p+\frac{Vm}{2B\,S^2}p^2}F_r(p)$*, préciser le théorème utilisé.*

Hypothèse : - On suppose que fluide est incompressible $B \to \infty$.

Question 10 : *En utilisant l'hypothèse simplificatrice, montrer que* $X(p) = \frac{1}{S\,p}\ Q(p)$

Prévoir la réponse fréquentielle

Exercice 8 : **REPRESENTATION ASYMPTOTIQUE DE BODE**

Pour chaque fonction de transfert :

$F_1(p) = 8$ $\quad F_2(p) = \frac{2}{p}$ $\quad F_3(p) = 3p$ $\quad F_4(p) = \frac{20}{10+p}$

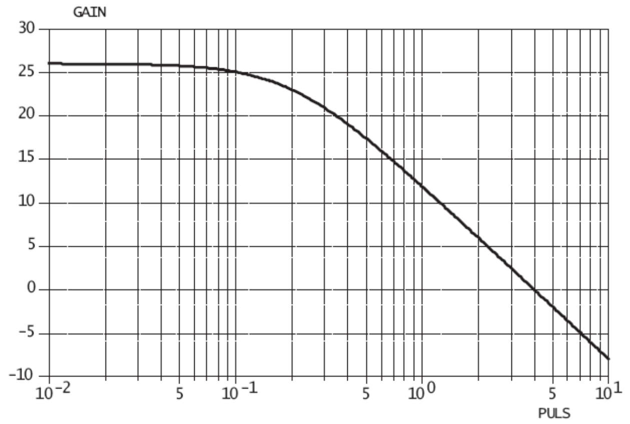
$F_5(p) = \frac{0,15p+3}{1+0,1p}$ $\quad F_6(p) = \frac{4}{0,2p^2+p}$ $\quad F_7(p) = \frac{3p+2}{0,08(p+5)^2}$

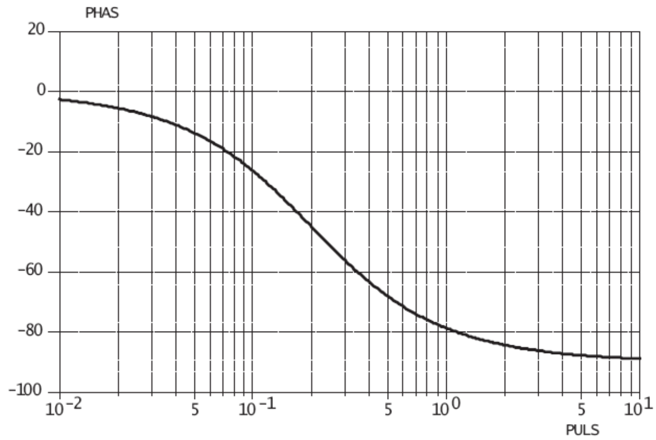
$$F_8(p) = \frac{3}{2+0,1p+0,02p^2} \qquad F_9(p) = \frac{1}{(2+p)(2+4p+10p^2)} \qquad F_{10}(p) = \frac{5(2+0,5p)}{(0,5+2p+10p^2)p}$$

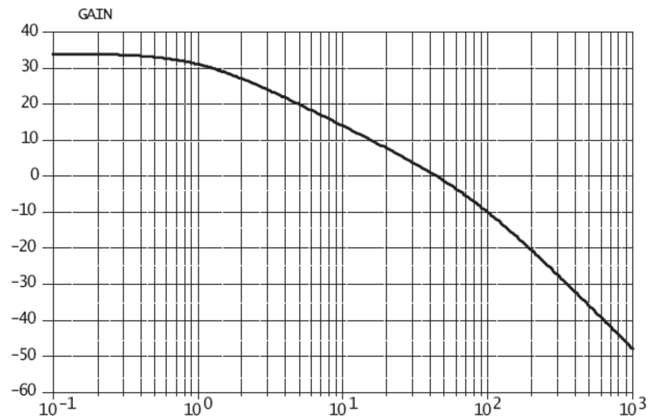
Question 1 : *Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réel.*

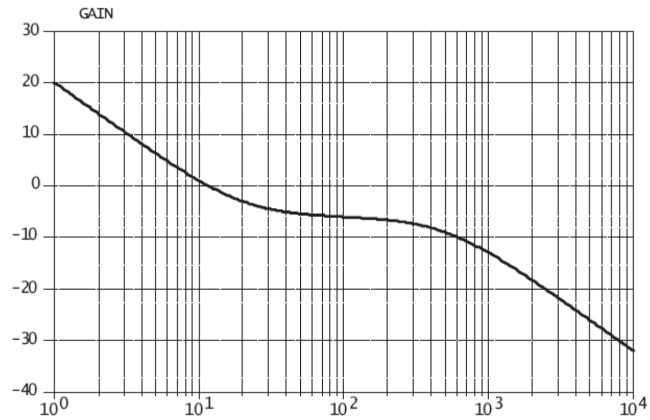
Exercice 9 : **IDENTIFICATION DE FONCTION DE TRANSFERT SUR DIAGRAMME DE BODE**

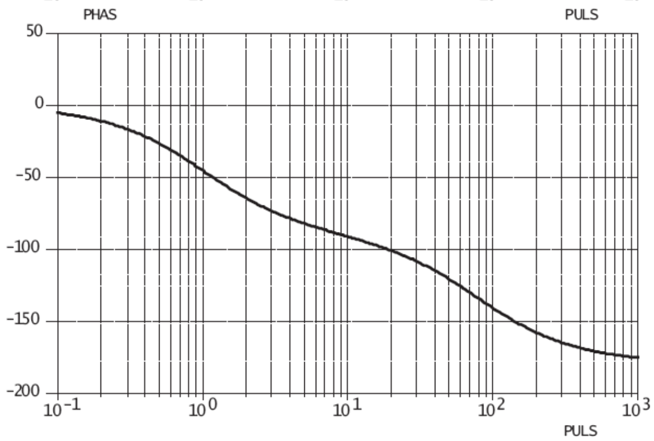
Question 1 : *Sur les diagrammes de Bode suivants, tracer les diagrammes de Bode asymptotiques puis identifier les fonctions de transfert correspondantes.*

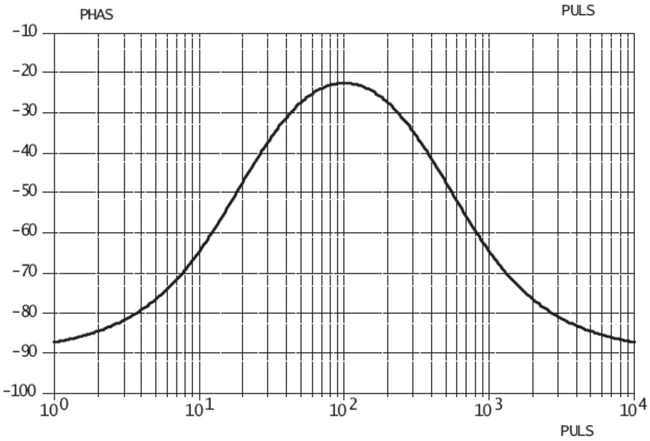


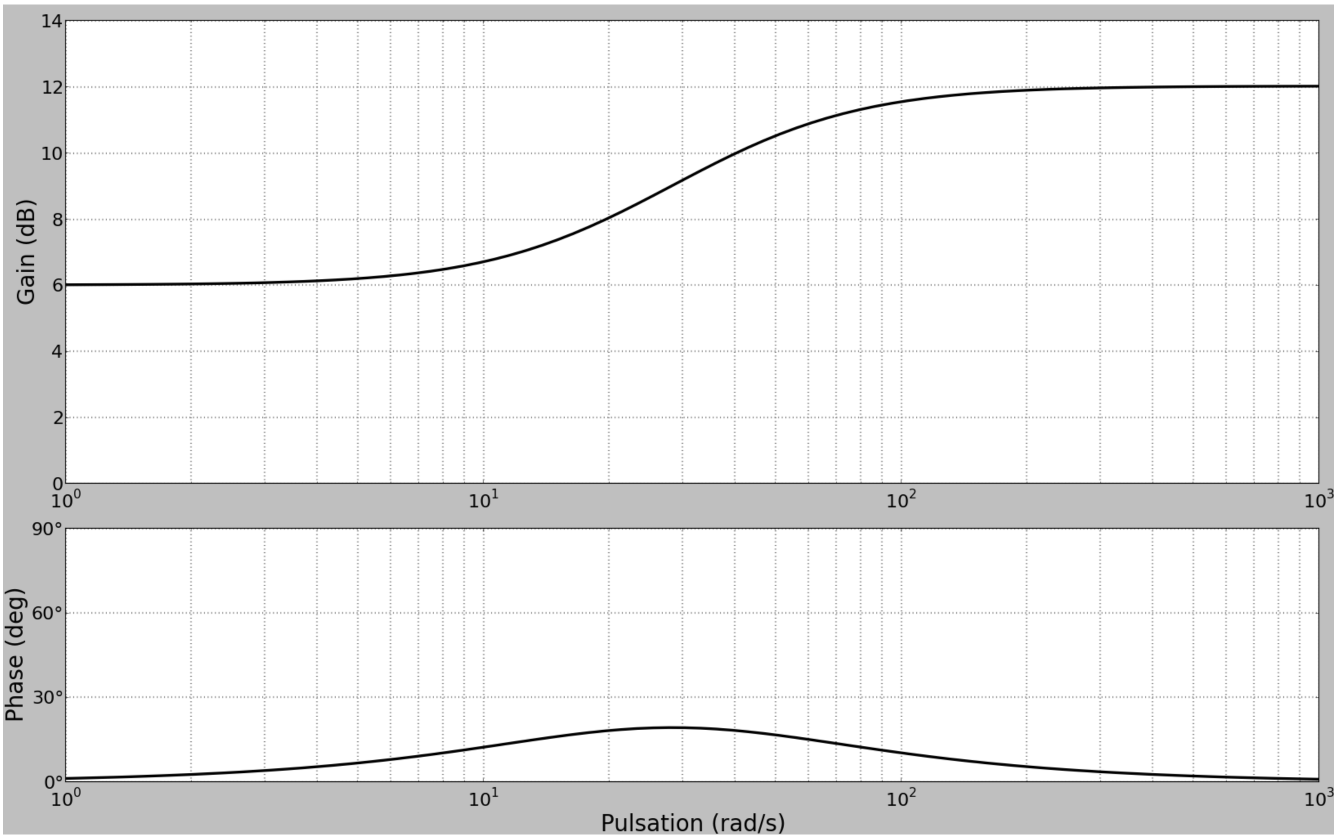


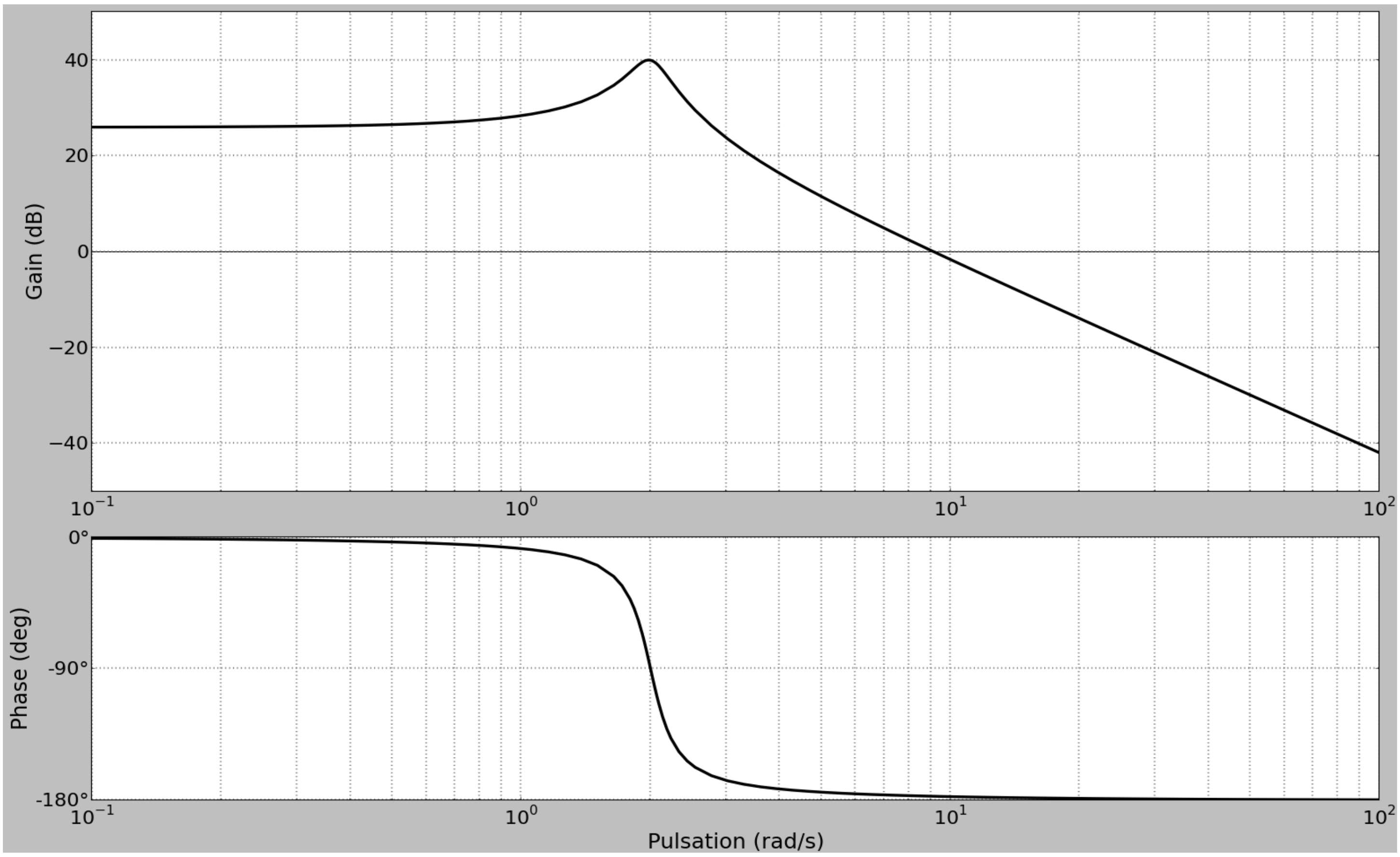


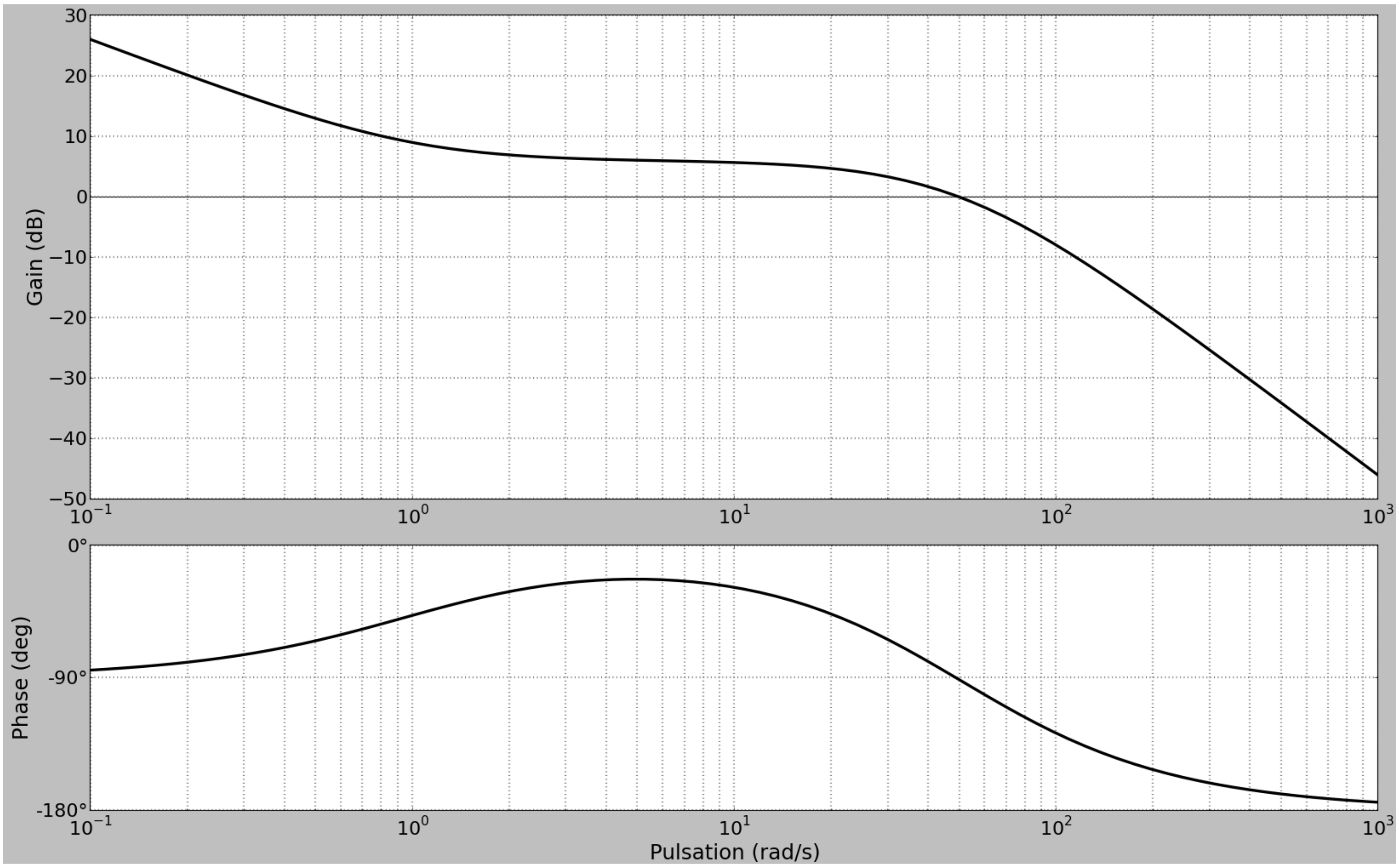







Gain (dB)
Phase (deg)
Pulsation (rad/s)


Gain (dB)
Phase (deg)
Pulsation (rad/s)


Gain (dB)
Phase (deg)
Pulsation (rad/s)