

FICHE – Théorie des mécanismes

La **théorie des mécanismes** est l'étude des **architectures** des mécanismes.

Paramétrage

Poser les variables

On appelle **paramètres du mouvement, ou variables** les grandeurs variables : $\lambda, x, y, z, r, \dots$

On appelle **paramètres caractéristiques, ou invariants** les grandeurs constantes : $a, b, c, d, e, R, L, l, \dots$

Mobilité et degré de liberté

On appelle **mobilité** (m) la différentielle d'un paramètre de mise en position.

On appelle **degré de liberté** (ddl) une mobilité non nulle.

Définitions

Nombre de cycles

On appelle **nombre de cycles μ , ou nombre cyclomatique**, le nombre de chaînes fermées indépendantes à parcourir pour décrire un graphe des liaisons.

Nombre d'arcs	Nombre de sommets		
	1	2	3
0	• $\mu = 0$		
1		•—• $\mu = 0$	
2		•—• •—• $\mu = 1$	•—•—• $\mu = 0$
3		•—• •—• •—• $\mu = 2$	•—•—• •—•—• •—•—• $\mu = 1$

Ajouter un arc augmente μ de 1.

Ajouter un arc et un sommet ne change pas μ .

Degré de statisme

On appelle le **degré de statisme** ou **degré d'hyperstatisme $h \geq 0$** d'un mécanisme le nombre, entier naturel, le nombre de ddl manquant pour garantir un **montage** du mécanisme **sans contraintes**.

Si $h = 0$ alors le mécanisme est dit **isostatique**.

Si $h > 0$ alors le mécanisme est dit **hyperstatique** de degré h .

Le degré de statisme h représente le nombre d'inconnues principales du système ne comportant que les AM des liaisons parfaites. Il exprime le nombre d'équations ne servant pas à la résolution.

Un mécanisme est dit **isostatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, toutes les AM des liaisons parfaites sont nulles.

Un mécanisme est dit **hyperstatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, il existe des AM des liaisons parfaites non-nulles.

Degré de mobilité

On appelle **degré de mobilité $m \geq 0$** d'un mécanisme le nombre, entier naturel, de mouvements indépendants possibles.

Le degré de mobilité représente les paramètres du mouvement qu'il faut fixer pour que le mécanisme ne bouge plus.

On appelle **mobilité utile** ce qui participe directement de la loi entrée-sortie.

On appelle **mobilité interne** ce qui ne participe pas directement de la loi entrée-sortie.

Indice de mobilité

Si $m - h > 0$ alors il y a des **mouvements**.

Si $m - h = 0$ alors il n'y a **aucune information**.

Si $m - h < 0$ alors il y a des **contraintes de montage**.

Synthèse

	Approche cinématique	Approche dynamique
Nb CEC	N_p	
Nb liaisons	N_L	
Nb cycles	$\mu = N_L - N_p + 1$	
Nb mouvements		$N_p - 1$
Nb équations scalaires	$E_C = 6\mu$	$E_S = 6(N_p - 1)$
Nb inconnues scalaires	I_C	I_S
Rang	r_C	r_S
Indice de mobilité	$I_C - E_C$	$E_S - I_S$
Degré de mobilité	$m = I_C - r_C$	$m = E_S - r_S$
Degré de statisme	$h = E_C - r_C$	$h = I_S - r_S$
Approche globale	$m - h = I_C - E_C$	$m - h = E_S - I_S$

Approche cinématique

$$E_C \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array} \right\} \begin{array}{c} m \\ r_C \\ h \\ I_C \end{array} \begin{pmatrix} I_C \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ 0 \end{pmatrix}$$

I_C colonnes

Approche Dynamique

$$E_S \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ \boxed{} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \end{array} \right\} \begin{array}{c} h \\ r_S \\ m \\ I_S \end{array} \begin{pmatrix} I_S \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Second membre} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

I_S colonnes

Interprétation

	Avantage	Inconvénient
Mécanisme isostatique	Economique Facilement montable	Souple
Mécanisme hyperstatique	Rigide	Couteux Contraintes géométriques fines

Dans un mécanisme, la rigidité s'oppose à la montabilité.

Les **contraintes géométriques** peuvent être des **distances** ou des **angles**.

Remédiation

Les **remédiations** du constructeur lors de la conception peuvent être de différentes natures :

- Présence de jeux dans un guidage pour changer une liaison ;
- Introduction d'un solide intermédiaire pour changer une liaison ;
- Accouplements mécaniques (joint de Oldham, joint de Cardan...);
- Cale de réglage ;
- Cotation géométriques fines et couteuses.

Exemple : On s'intéresse à un système vis-écrou. Déterminer le degré d'hyperstatisme. Proposer un changement pour rendre le schéma isostatique.

Calcul :

L'indice de mobilité est : $m - h = I_c - E_c = (1 + 1 + 1) - 6.1 = -3$

On voit graphiquement une mobilité utile (rotation de la vis d'axe (A, \vec{x})) du mouvement 2/1) : $m = 1$

Donc l'hyperstatisme est : $h = m + 3 = 1 + 3 = 4$

Interprétation :

Si par exemple, on imagine toutes les liaisons parfaites sauf la liaison pivot.

Les contraintes géométriques sont 2 distantes selon \vec{y} et \vec{z} et 2 orientations selon \vec{y} et \vec{z} .

Remédiation :

Si on souhaite rendre le mécanisme isostatique, on peut remplacer la liaison glissière par une liaison sphère-plan de normale \vec{y} .

	\vec{x}	\vec{y}	\vec{z}
Contrainte géométrique linéaire			
Contrainte géométrique angulaire			

Remarque : ici, des défauts de distance \vec{x} et d'alignement \vec{x} n'empêchent pas l'assemblage.