

# FICHE – Théorie des mécanismes

La **théorie des mécanismes** est l'étude des **architectures** des mécanismes.

## Paramétrage

### Poser les variables

On appelle **paramètres du mouvement, ou variables** les grandeurs variables :  $\lambda, x, y, z, r, \dots$

On appelle **paramètres caractéristiques, ou invariants** les grandeurs constantes :  $a, b, c, d, e, R, L, l, \dots$

### Mobilité et degré de liberté

On appelle **mobilité** ( $m$ ) la différentielle d'un paramètre de mise en position.

On appelle **degré de liberté** (ddl) une mobilité non nulle.

## Définitions

### Nombre de cycles

On appelle **nombre de cycles  $\mu$ , ou nombre cyclomatique**, le nombre de chaînes fermées indépendantes à parcourir pour décrire un graphe des liaisons.

| Nombre d'arcs | Nombre de sommets |                                |                                      |
|---------------|-------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
|               | 1                 | 2                              | 3                                    |
| 0             | •<br>$\mu = 0$    |                                |                                      |
| 1             |                   | •—•<br>$\mu = 0$               |                                      |
| 2             |                   | •—•<br>•—•<br>$\mu = 1$        | •—•—•<br>$\mu = 0$                   |
| 3             |                   | •—•<br>•—•<br>•—•<br>$\mu = 2$ | •—•—•<br>•—•—•<br>•—•—•<br>$\mu = 1$ |

Ajouter un arc augmente  $\mu$  de 1.

Ajouter un arc et un sommet ne change pas  $\mu$ .

### Degré de statisme

On appelle le **degré de statisme** ou **degré d'hyperstatisme  $h \geq 0$**  d'un mécanisme le nombre, entier naturel, le nombre de ddl manquant pour garantir un **montage** du mécanisme **sans contraintes**.

Si  $h = 0$  alors le mécanisme est dit **isostatique**.

Si  $h > 0$  alors le mécanisme est dit **hyperstatique** de degré  $h$ .

Le degré de statisme  $h$  représente le nombre d'inconnues principales du système ne comportant que les AM des liaisons parfaites. Il exprime le nombre d'équations ne servant pas à la résolution.

Un mécanisme est dit **isostatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, toutes les AM des liaisons parfaites sont nulles.

Un mécanisme est dit **hyperstatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, il existe des AM des liaisons parfaites non-nulles.

## Degré de mobilité

On appelle **degré de mobilité  $m \geq 0$**  d'un mécanisme le nombre, entier naturel, de mouvements indépendants possibles.

Le degré de mobilité représente les paramètres du mouvement qu'il faut fixer pour que le mécanisme ne bouge plus.

On appelle **mobilité utile** ce qui participe directement de la loi entrée-sortie.

On appelle **mobilité interne** ce qui ne participe pas directement de la loi entrée-sortie.

## Indice de mobilité

Si  $m - h > 0$  alors il y a des **mouvements**.

Si  $m - h = 0$  alors il n'y a **aucune information**.

Si  $m - h < 0$  alors il y a des **contraintes de montage**.

## Synthèse

|                        | Approche cinématique  | Approche dynamique  |
|------------------------|-----------------------|---------------------|
| Nb CEC                 | $N_p$                 |                     |
| Nb liaisons            | $N_L$                 |                     |
| Nb cycles              | $\mu = N_L - N_p + 1$ |                     |
| Nb mouvements          |                       | $N_p - 1$           |
| Nb équations scalaires | $E_C = 6\mu$          | $E_S = 6(N_p - 1)$  |
| Nb inconnues scalaires | $I_C$                 | $I_S$               |
| Rang                   | $r_C$                 | $r_S$               |
| Indice de mobilité     | $I_C - E_C$           | $E_S - I_S$         |
| Degré de mobilité      | $m = I_C - r_C$       | $m = E_S - r_S$     |
| Degré de statisme      | $h = E_C - r_C$       | $h = I_S - r_S$     |
| Approche globale       | $m - h = I_C - E_C$   | $m - h = E_S - I_S$ |

## Approche cinématique

$$E_C \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \end{array} \right\} \begin{array}{c} m \\ r_C \\ h \\ I_C \end{array} \begin{pmatrix} I_C \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ 0 \end{pmatrix}$$

$I_C$  colonnes

## Approche Dynamique

$$E_S \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \\ \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \boxed{\phantom{0}} \end{array} \right\} \begin{array}{c} h \\ r_S \\ m \\ I_S \end{array} \begin{pmatrix} I_S \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Second membre} \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

$I_S$  colonnes

## Interprétation

|                         | Avantage                          | Inconvénient                              |
|-------------------------|-----------------------------------|---|
| Mécanisme isostatique   | Economique<br>Facilement montable | Souple                                    |
| Mécanisme hyperstatique | Rigide                            | Couteux<br>Contraintes géométriques fines |

Dans un mécanisme, la rigidité s'oppose à la montabilité.

Les **contraintes géométriques** peuvent être des **distances** ou des **angles**.

## Remédiation

Les **remédiations** du constructeur lors de la conception peuvent être de différentes natures :

- Présence de jeux dans un guidage pour changer une liaison ;
- Introduction d'un solide intermédiaire pour changer une liaison ;
- Accouplements mécaniques (joint de Oldham, joint de Cardan...);
- Cale de réglage ;
- Cotation géométriques fines et couteuses.

**Exemple** : On s'intéresse à un système vis-écrou. Déterminer le degré d'hyperstatisme. Proposer un changement pour rendre le schéma isostatique.

**Calcul :**

L'indice de mobilité est :  $m - h = I_c - E_c = (1 + 1 + 1) - 6.1 = -3$

On voit graphiquement une mobilité utile (rotation de la vis d'axe  $(A, \vec{x})$ ) du mouvement 2/1) :  $m = 1$

Donc l'hyperstatisme est :  $h = m + 3 = 1 + 3 = 4$

**Interprétation :**

Si par exemple, on imagine toutes les liaisons parfaites sauf la liaison pivot.

Les contraintes géométriques sont 2 distantes selon  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  et 2 orientations selon  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

**Remédiation :**

Si on souhaite rendre le mécanisme isostatique, on peut remplacer la liaison glissière par une liaison sphère-plan de normale  $\vec{y}$ .

|                                  | $\vec{x}$ | $\vec{y}$ | $\vec{z}$ |
|----------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Contrainte géométrique linéaire  |           |           |           |
| Contrainte géométrique angulaire |           |           |           |

**Remarque** : ici, des défauts de distance  $\vec{x}$  et d'alignement  $\vec{x}$  n'empêchent pas l'assemblage.