

FICHE – Théorie des mécanismes

La **théorie des mécanismes** est l'étude des **architectures** des mécanismes.

Paramétrage

Poser les variables

On appelle **paramètres du mouvement, ou variables** les grandeurs variables : $\lambda, x, y, z, r, \dots$

On appelle **paramètres caractéristiques, ou invariants** les grandeurs constantes : $a, b, c, d, e, R, L, l, \dots$

Mobilité et degré de liberté

On appelle **mobilité** (m) la différentielle d'un paramètre de mise en position.

On appelle **degré de liberté** (ddl) une mobilité non nulle.

Définitions

Nombre de cycles

On appelle **nombre de cycles** μ , ou **nombre cyclomatique**, le nombre de chaînes fermées indépendantes à parcourir pour décrire un graphe des liaisons.

		Nombre de sommets		
		1	2	3
Nombre d'arcs	0	$\mu = 0$		
	1		$\mu = 0$	
	2		$\mu = 1$	$\mu = 0$
	3		$\mu = 2$	$\mu = 1$

Ajouter un arc augmente μ de 1.

Ajouter un arc et un sommet ne change pas μ .

Degré de statisme

On appelle le **degré de statisme** ou **degré d'hyperstatisme** $h \geq 0$ d'un mécanisme le nombre, entier naturel, le nombre de ddl manquant pour garantir un **montage** du mécanisme **sans contraintes**.

Si $h = 0$ alors le mécanisme est dit **isostatique**.

Si $h > 0$ alors le mécanisme est dit **hyperstatique** de degré h .

Le degré de statisme h représente le nombre d'inconnues principales du système ne comportant que les AM des liaisons parfaites. Il exprime le nombre d'équations ne servant pas à la résolution.

Un mécanisme est dit **isostatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, toutes les AM des liaisons parfaites sont nulles.

Un mécanisme est dit **hyperstatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, il existe des AM des liaisons parfaites non-nulles.

Degré de mobilité

On appelle **degré de mobilité** $m \geq 0$ d'un mécanisme le nombre, entier naturel, de mouvements indépendants possibles.

Le degré de mobilité représente les paramètres du mouvement qu'il faut fixer pour que le mécanisme ne bouge plus.

Indice de mobilité

Si $m - h > 0$ alors il y a des **mouvements**.

Si $m - h = 0$ alors il n'y a **aucune information**.

Si $m - h < 0$ alors il y a des **contraintes de montage**.

Synthèse

	Approche cinématique	Approche dynamique
Nb CEC		N_p
Nb liaisons		N_L
Nb cycles	$\mu = N_L - N_p + 1$	
Nb mouvements		$N_p - 1$
Nb équations scalaires	$E_c = 6\mu$	$E_s = 6(N_p - 1)$
Nb inconnues scalaires	I_c	I_s
Rang	r_c	r_s
Indice de mobilité	$I_c - E_c$	$E_s - I_s$
Degré de mobilité	$m = I_c - r_c$	$m = E_s - r_s$
Degré de statisme	$h = E_c - r_c$	$h = I_s - r_s$
Approche globale	$m - h = I_c - E_c$	$m - h = E_s - I_s$

Approche cinématique

$$E_c \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} m \\ h \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} I_c \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix}$$

I_c colonnes

Approche Dynamique

$$E_s \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} h \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{pmatrix} I_s \\ \\ \\ \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Second membre} \\ \phantom{\text{Second membre}} \\ \phantom{\text{Second membre}} \\ \phantom{\text{Second membre}} \\ \phantom{\text{Second membre}} \\ \phantom{\text{Second membre}} \end{pmatrix}$$

I_s colonnes

Interprétation

	Avantage	Inconvénient
Mécanisme isostatique	Economique Facilement montable	Souple
Mécanisme hyperstatique	Rigide	Couteux Contraintes géométriques fines

Dans un mécanisme, la rigidité s'oppose à la montabilité.

Les **contraintes géométriques** peuvent être des **distances** ou des **angles**.

Remédiation

Les **remédiations** du constructeur lors de la conception peuvent être de différentes natures :

- Présence de jeux dans un guidage pour changer une liaison ;
- Introduction d'un solide intermédiaire pour changer une liaison ;
- Accouplements mécaniques (joint de Oldham, joint de Cardan...);
- Cale de réglage ;
- Cotation géométriques fines et couteuses.

Exemple : On s'intéresse à un système vis-écrou. Déterminer le degré d'hyperstatisme. Proposer un changement pour rendre le schéma isostatique.

Calcul :

L'indice de mobilité est : $m - h = I_c - E_c = (1 + 1 + 1) - 6.1 = -3$
 On voit graphiquement une mobilité utile (rotation de la vis \vec{x}) : $m = 1$
 Donc l'hyperstatisme est : $h = m + 3 = 1 + 3 = 4$

Interprétation :

Si par exemple, on imagine toutes les liaisons parfaites sauf la liaison pivot.
 Les contraintes géométriques sont 2 distantes selon \vec{y} et \vec{z} et 2 orientations selon \vec{y} et \vec{z} .

Remédiation :

Si on souhaite rendre le mécanisme isostatique, on peut remplacer la liaison glissière par une liaison sphère-plan de normale \vec{y} .

	\vec{x}	\vec{y}	\vec{z}
Contrainte géométrique linéaire			
Contrainte géométrique angulaire			

Remarque : ici, des défauts de distance \vec{x} et d'alignement \vec{x} n'empêchent pas l'assemblage.