

# FICHE – Théorie des mécanismes

La **théorie des mécanismes** est l'étude des **architectures** des mécanismes.

## Paramétrage

### Poser les variables

On appelle **paramètres du mouvement, ou variables** les grandeurs variables :  $\lambda, x, y, z, r, \dots$

On appelle **paramètres caractéristiques, ou invariants** les grandeurs constantes :  $a, b, c, d, e, R, L, l, \dots$

### Mobilité et degré de liberté

On appelle **mobilité** ( $m$ ) la différentielle d'un paramètre de mise en position.

On appelle **degré de liberté** (ddl) une mobilité non nulle.

## Définitions

### Nombre de cycles

On appelle **nombre de cycles  $\mu$ , ou nombre cyclomatique**, le nombre de chaînes fermées indépendantes à parcourir pour décrire un graphe des liaisons.

Nombre d'arcs	Nombre de sommets		
	1	2	3
0	• $\mu = 0$		
1		•—• $\mu = 0$	
2		•—• •—• $\mu = 1$	
3		•—• •—• •—• $\mu = 2$	•—• •—• •—• $\mu = 1$

Ajouter un arc augmente  $\mu$  de 1.

Ajouter un arc et un sommet ne change pas  $\mu$ .

### Degré de statisme

On appelle le **degré de statisme** ou **degré d'hyperstatisme  $h \geq 0$**  d'un mécanisme le nombre, entier naturel, le nombre de ddl manquant pour garantir un **montage** du mécanisme **sans contraintes**.

Si  $h = 0$  alors le mécanisme est dit **isostatique**.

Si  $h > 0$  alors le mécanisme est dit **hyperstatique** de degré  $h$ .

Le degré de statisme  $h$  représente le nombre d'inconnues principales du système ne comportant que les AM des liaisons parfaites. Il exprime le nombre d'équations ne servant pas à la résolution.

Un mécanisme est dit **isostatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, toutes les AM des liaisons parfaites sont nulles.

Un mécanisme est dit **hyperstatique** si, en l'absence de sollicitations extérieures, il existe des AM des liaisons parfaites non-nulles.

## Degré de mobilité

On appelle **degré de mobilité  $m \geq 0$**  d'un mécanisme le nombre, entier naturel, de mouvements indépendants possibles.

Le degré de mobilité représente les paramètres du mouvement qu'il faut fixer pour que le mécanisme ne bouge plus.

On appelle **mobilité utile** ce qui participe directement de la loi entrée-sortie.

On appelle **mobilité interne** ce qui ne participe pas directement de la loi entrée-sortie.

## Indice de mobilité

Si  $m - h > 0$  alors il y a des **mouvements**.

Si  $m - h = 0$  alors il n'y a **aucune information**.

Si  $m - h < 0$  alors il y a des **contraintes de montage**.

## Synthèse

	Approche cinématique	Approche dynamique
Nb CEC	$N_p$	
Nb liaisons	$N_L$	
Nb cycles	$\mu = N_L - N_p + 1$	
Nb mouvements		$N_p - 1$
Nb équations scalaires	$E_c = 6\mu$	$E_s = 6(N_p - 1)$
Nb inconnues scalaires	$I_c$	$I_s$
Rang	$r_c$	$r_s$
Indice de mobilité	$I_c - E_c$	$E_s - I_s$
Degré de mobilité	$m = I_c - r_c$	$m = E_s - r_s$
Degré de statisme	$h = E_c - r_c$	$h = I_s - r_s$
Approche globale	$m - h = I_c - E_c$	$m - h = E_s - I_s$

## Approche cinématique

$$E_c \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\phantom{r_c}} \\ \phantom{r_c} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} m \\ \phantom{m} \end{array} \right) \left( I_c \right) = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$I_c$  colonnes

## Approche Dynamique

$$E_s \text{ lignes } \left\{ \begin{array}{c} \boxed{\phantom{r_s}} \\ \phantom{r_s} \end{array} \right\} \left( \begin{array}{c} h \\ \phantom{h} \end{array} \right) \left( I_s \right) = \left( \text{Second membre} \right)$$

$I_s$  colonnes

## Interprétation

	Avantage	Inconvénient
Mécanisme isostatique	Economique Facilement montable	Souple
Mécanisme hyperstatique	Rigide	Couteux Contraintes géométriques fines

Dans un mécanisme, la rigidité s'oppose à la montabilité.

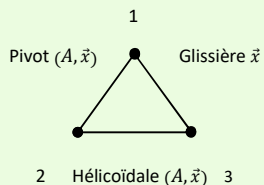
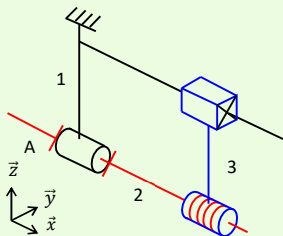
Les **contraintes géométriques** peuvent être des **distances** ou des **angles**.

## Remédiation

Les **remédiations** du constructeur lors de la conception peuvent être de différentes natures :

- Présence de jeux dans un guidage pour changer une liaison ;
- Introduction d'un solide intermédiaire pour changer une liaison ;
- Accouplements mécaniques (joint de Oldham, joint de Cardan...);
- Cale de réglage ;
- Cotation géométriques fines et couteuses.

**Exemple** : On s'intéresse à un système vis-écrou. Déterminer le degré d'hyperstatisme. Proposer un changement pour rendre le schéma isostatique.



Calcul :

L'indice de mobilité est :  $m - h = I_c - E_c = (1 + 1 + 1) - 6.1 = -3$

On voit graphiquement une mobilité utile (rotation de la vis d'axe  $(A, \vec{x})$ ) du mouvement 2/1) :  $m = 1$

Donc l'hyperstatisme est :  $h = m + 3 = 1 + 3 = 4$

Interprétation :

Si par exemple, on imagine toutes les liaisons parfaites sauf la liaison pivot.

Les contraintes géométriques sont 2 distantes selon  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$  et 2 orientations selon  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

Remédiation :

Si on souhaite rendre le mécanisme isostatique, on peut remplacer la liaison glissière par une liaison sphère-plan de normale  $\vec{y}$ .

	$\vec{x}$	$\vec{y}$	$\vec{z}$
Contrainte géométrique linéaire			
Contrainte géométrique angulaire			

Remarque : ici, des défauts de distance  $\vec{x}$  et d'alignement  $\vec{x}$  n'empêchent pas l'assemblage.