

CORRECTION - CCINP MP 2022

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Exolift

Ce corrigé vous est proposé par :

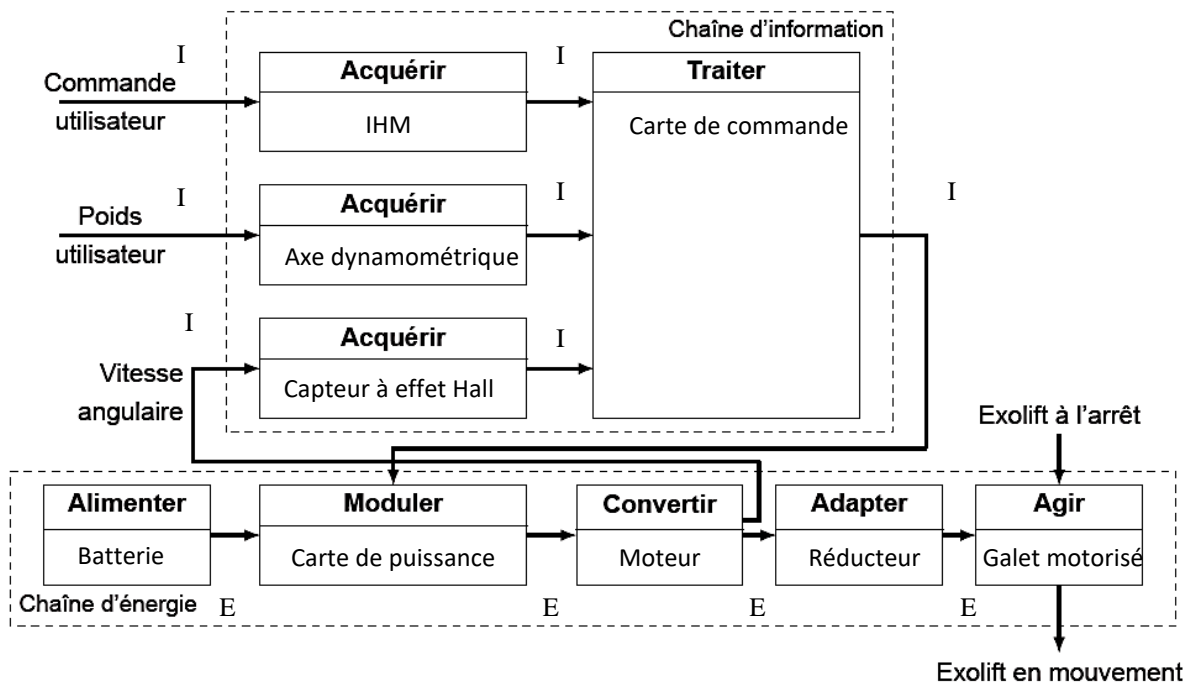
SciencesIndustrielles.com



Ce document est rédigé comme une copie d'élève devrait l'être.

Attention, nous rappelons aux candidats, qu'aux concours, 1pt/20 est destiné à la présentation de la copie.

Question 1 :



Question 2 :

Lorsque l'utilisateur se laisse pendre :

$$F_m = P_u$$

On lit graphiquement :

$$v(P_u) = 0$$

Donc l'Exolift s'arrête.

Question 3 :

Au point de fonctionnement B, en montée :

- si on ralentit, alors F_m augmente et l'Exolift s'arrête $v(0,8P_u^-) = 0$.
- si on accélère, alors F_m diminue et l'Exolift accélère $v(0,8P_u^+) > v_{min}$.

Avec ce fonctionnement, la corde est toujours tendue, sans gêner l'utilisateur.

Question 4 :

$$v(F_m) = v_{max}u(F_m - 0,05P_u) + \frac{v_{min} - v_{max}}{0,8P_u - 0,3P_u} F_m u(F_m - 0,3P_u) + \left(-\frac{v_{min} - v_{max}}{0,8P_u - 0,3P_u} F_m - v_{min} \right) u(F_m - 0,8P_u)$$

Question 5 :

instants	$t = 0$ s	$t = 1$ s	$t = 2$ s	$t = 3$ s	$t = 4$ s
leds					
Pmes	0	0	0	0	0
défaut	0	0	0	0	1
instants	$t = 5$ s	$t = 6$ s	$t = 7$ s	$t = 8$ s	$t = 9$ s
leds					
Pmes	0	0	0	0	0
défaut	1	1	0	0	0
instants	$t = 10$ s	$t = 11$ s	$t = 12$ s	$t = 13$ s	$t = 14$ s
leds					
Pmes	0	1	1	1	1
défaut	0	0	0	0	0

Remarque : il y a une erreur de syntaxe dans le diagramme d'état de l'état composite. Actuellement, le front montant de Pmes ou de défaut valide la transition Pmes = 1 ou défaut = 1 et rend inactif l'état composite. On n'attend donc pas 3 s. On peut utiliser exit/ au lieu de entry/.

Question 6 :

$$\varepsilon_i = u_i - u(P_i) = u_i - a * P_i - b$$

Remarque : ε_i étant sommé au carré dans S , on pouvait aussi définir $\varepsilon_i = u(P_i) - u_i$

Question 7 :

$$SPP = np.dot(P, P)$$

$$SPu = np.dot(P, u)$$

Question 8 :

$$SP = np.sum(P)$$

$$Su = np.sum(u)$$

Question 9 :

$$N = len(P)$$

$$a = (N * SPu - SP * Su) / (N * SPP - SP ** 2)$$

$$b = (SP * SPu - SPP * Su) / (SP ** 2 - N * SPP)$$

Question 10 :

```
plt.new()
plt.plot(P,u,'o')
plt.plot(P,a*P+b)
plt.show()
```

Question 11 :

i	0	1	2	3	4
u_i	-2	0	-1	2,5	3
u_i^f	-2	-1	-1	0,5	1,5

Question 12 :**Deux propositions de fonction :**

```
def filtre_mg(u,n):
    uf=np.ones(len(u))
    for i in range(len(u)):
        s=0
        if i<n-1:
            for j in range(i+1):
                s+=u[j]
            uf[i]=(s/(i+1))
        else:
            for j in range(i-n+1,i+1):
                s+=u[j]
            uf[i]=(s/n)
    return uf
```

```
def filtre_mg(u,n):
    uf=np.ones(len(u))
    for i in range(len(u)):
        if i<n-1:
            uf[i]=(np.sum(u[:i+1]))/(i+1)
        else:
            uf[i]=(np.sum(u[i-n+1:i+1]))/n
    return uf
```

Question 13 :

Si n est trop faible, par exemple $n \approx 20$, alors le bruit de mesure est atténué mais non supprimé.

Si n est trop grand, par exemple $n \approx 1000$, alors c'est toute la courbe qui est lissée, faisant disparaître également les oscillations propres du signal.

Question 14 :

La méthode d'Euler explicite revient à approximer la dérivé $\frac{du_f(t)}{dt}$ par $\frac{u_{i+1}^f - u_i^f}{t_{i+1} - t_i}$.

On a donc :

$$\tau * \frac{u_{i+1}^f - u_i^f}{t_{i+1} - t_i} + u_i^f = u_i$$

$$\Rightarrow u_{i+1}^f = u_i^f + \frac{(t_{i+1} - t_i)(u_i - u_i^f)}{\tau}$$

Initialement, on prend $u_0^f = u_0$.

Question 15 :

```
def filtre_pb(u, temps, f):
    uf=np.ones(len(u))
    uf[0]=u[0]
    for i in range(len(u)-1):
        uf[i+1]=uf[i]+f*2*np.pi()*(temps[i+1]-temps[i])*(u[i]-uf[i])
    return uf
```

Question 16 :

Plus la fréquence de coupure est faible, plus les hautes fréquences sont atténuées.

Il faut donc la choisir judicieusement pour réduire le bruit indésirable qui a une fréquence élevée et conserver la fréquence propre.

Question 17 :

La méthode du filtrage par moyennes glissante est de complexité $o(n * N)$ alors que la méthode de filtrage par filtre passe bas est de complexité $o(N)$.

Question 18 :

```
SELECT COUNT(*) FROM etalonnage WHERE numero_captteur=3
```

Question 19 :

```
SELECT dates, R2 FROM etalonnage JOIN capteurs ON numero_captteur=num WHERE entreprise="XXX"
```

Question 20 :

```
SELECT entreprise, AVG(R2) AS " Moyenne des coefficients de corrélation " FROM etalonnage JOIN capteurs ON numero_captteur=num GROUP BY entreprise ORDER BY entreprise
```

Question 21 :

On isole l'ensemble {Exolift, utilisateur équipé}.

On fait le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures :

L'action de la terre sur l'Exolift : $\vec{F}_{\text{ter} \rightarrow \text{ex}} = -m_e g \vec{z}$

L'action de la terre sur le l'utilisateur équipé : $\vec{F}_{\text{ter} \rightarrow \text{u}} = -m_u g \vec{z}$

L'action de l'échelle sur l'utilisateur équipé : $\vec{F}_{\text{ec} \rightarrow \text{u}} = -\vec{F}_{\text{u} \rightarrow \text{ec}} = F_{\text{u} \rightarrow \text{ec}} \vec{z}$

L'action de la sangle sur l'Exolift : $\vec{F}_{\text{s} \rightarrow \text{ex}} = F_{\text{s} \rightarrow \text{ex}} \vec{z}$

L'action de la glissière parfaite sur l'Exolift : $\vec{F}_{\text{ec} \rightarrow \text{ex}} = \vec{0}$

Remarque : l'énoncé ne nous poussait pas à écrire les torseurs, mais cela donnerait :

$$\mathcal{F}_{\text{ter} \rightarrow \text{ex}} = \vec{M}_{\text{ter} \rightarrow \text{ex}} = ? \begin{cases} -m_e g \vec{z} \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_{\text{ter} \rightarrow \text{u}} = \vec{M}_{\text{ter} \rightarrow \text{u}} = ? \begin{cases} -m_u g \vec{z} \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_{ec \rightarrow u} = \vec{M}_{ec \rightarrow u} = ? \begin{cases} F_{u \rightarrow ec} \vec{z} \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_{s \rightarrow ex} = \vec{M}_{s \rightarrow ex} = ? \begin{cases} F_{s \rightarrow ex} \vec{z} \\ \vec{0} \end{cases}$$

$$\mathcal{F}_{ec \rightarrow ex} = \vec{M}_{ec \rightarrow ex} = ? \begin{cases} X_{ec \rightarrow ex} \vec{x} + Y_{ec \rightarrow ex} \vec{y} \\ L_{ec \rightarrow ex} \vec{x} + M_{ec \rightarrow ex} \vec{y} + N_{ec \rightarrow ex} \vec{y} \end{cases}$$

On applique le théorème du moment dynamique (TMD) en projection sur \vec{z} :

$$-(m_e + m_u)g + F_{u \rightarrow ec} + F_{s \rightarrow ex} = (m_e + m_u)\dot{v}$$

Question 22 :

Hypothèse : les CI sont nulles.

Hypothèse : on néglige les frottements.

$$U_m(p) - E(p) = (R_m + L_m p)I_m(p)$$

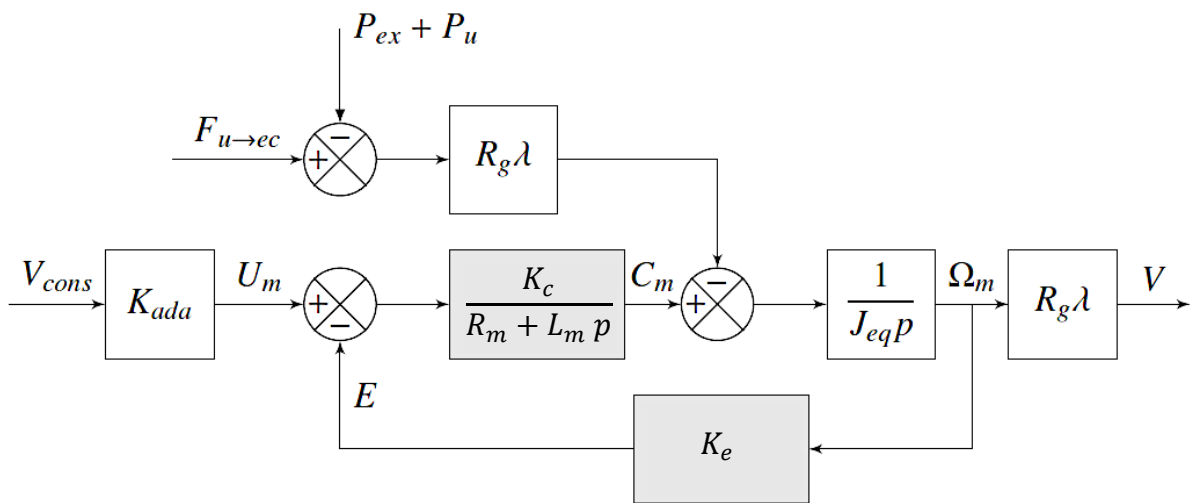
$$\Rightarrow I_m(p) = \frac{1}{R_m + L_m p}(U_m(p) - E(p))$$

$$J_e p \Omega_m(p) = C_m(p) - C_r(p)$$

$$\Rightarrow \Omega_m(p) = \frac{1}{J_e p}(C_m(p) - C_r(p))$$

$$E(p) = K_e \Omega_m(p)$$

$$C_m(p) = K_c I_m(p)$$



Question 23 :

On isole l'ensemble $\Sigma = \{\text{arbre moteur, réducteur, galet}\}$.

arb/ec, réd/ec, gal/ec sont des mouvements de rotation autour d'un axe fixe.

Hypothèse : - ec est un repère galiléen.

- on néglige l'énergie cinétique de translation de Σ .

$$E_{c \Sigma/ec} = E_{c arb/ec} + E_{c réd/ec} + E_{c gal/ec}$$

$$\omega_r = \lambda \omega_m$$

$$v = R_g \lambda \omega_m$$

$$E_{c \Sigma/ec} = \frac{1}{2} J_m \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_r \omega_r^2 + \frac{1}{2} J_g \omega_r^2 = \frac{1}{2} (J_m + J_r \lambda^2 + J_g \lambda^2) \omega_m^2 = \frac{1}{2} J_e \omega_m^2$$

On a donc :

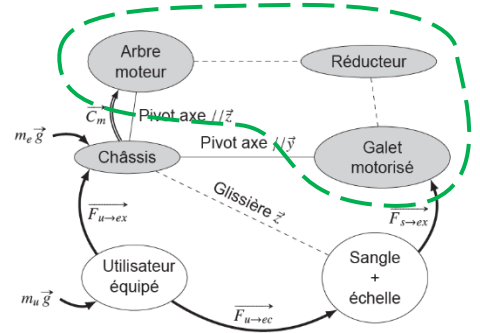
$$J_e = J_m + J_r \lambda^2 + J_g \lambda^2 = 1,9 \cdot 10^{-4} + 1,9 \cdot 10^{-2} \frac{1}{30^2} + 62,628 \cdot 10^{-6} \frac{1}{30^2} \approx 2,11 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Question 24 :

Puissances intérieures :

Hypothèse : les liaisons arb/red, red/gal sont considérées comme parfaites.

$$P_{int} = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i < j}}^n P_{S_i \leftrightarrow S_j} = 0$$



Puissances extérieures :

Hypothèse : - on néglige la puissance du brin mou.

- les liaisons châ/arb, gal/châ sont considérées comme parfaites.

$$P_{\text{mot}}^{\text{châ} \rightarrow \text{arb}/\text{ec}} = C_m \omega_m$$

$$P_{s \rightarrow \text{ex}/\text{ec}} = F_{s \rightarrow \text{ex}} v$$

Donc :

$$P_{ext} = P_{\Sigma \rightarrow \Sigma/ec} = C_m \omega_m + F_{s \rightarrow \text{ex}} v$$

Question 25 :

On applique le théorème de la puissance cinétique (TPC) à Σ :

$$\frac{dE_{c \Sigma/ec}}{dt} = P_{ext} + P_{int}$$

$$\Rightarrow J_e \dot{\omega}_m \omega_m = C_m \omega_m + F_{s \rightarrow \text{ex}} v$$

$$\Rightarrow J_e \dot{\omega}_m \omega_m = C_m \omega_m + F_{s \rightarrow \text{ex}} R_g \lambda \omega_m$$

$$\Rightarrow J_e \dot{\omega}_m = C_m + F_{s \rightarrow \text{ex}} R_g \lambda$$

$$\Rightarrow \frac{J_e}{R_g \lambda} \dot{v} = C_m + F_{s \rightarrow \text{ex}} R_g \lambda$$

Remarque : il serait plus judicieux de demander l'inertie équivalente ramenée à l'actionneur plutôt qu'à l'effecteur pour les questions suivantes puisque c'est ainsi qu'est défini J_{eq} sur le DR4.

Question 26 :

D'une part, d'après le DR4, on a :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_{eq} p} (C_m - R_g \lambda (F_{u \rightarrow \text{ex}}(p) - P_{ex}(p) - P_u(p)))$$

$$\Rightarrow J_{eq} \dot{\omega}_m = C_m - R_g \lambda (F_{u \rightarrow \text{ex}} - P_{ex} - P_u)$$

D'autre part, on avait Question 21 :

$$F_{s \rightarrow ex} = (m_e + m_u)\dot{v} + (m_e + m_u)g - F_{u \rightarrow ec}$$

On a donc avec la Question 25 :

$$\Rightarrow J_e \dot{\omega}_m = C_m + ((m_e + m_u)\dot{v} + (m_e + m_u)g - F_{u \rightarrow ec})R_g \lambda$$

$$\Rightarrow (J_e - (m_e + m_u)R_g^2 \lambda^2) \dot{\omega}_m = C_m + ((m_e + m_u)g - F_{u \rightarrow ec})R_g \lambda$$

⇒ Par **identification** :

$$J_{eq} = J_e - (m_e + m_u)R_g^2 \lambda^2$$

Question 27 :

$$\begin{aligned} H_{pert}(p) \Big|_{V_{cons}=0, P_{ex}+P_u=0} &= R_g^2 \lambda^2 \frac{\frac{1}{J_{eq} p}}{1 + \frac{K_c K_e}{(R_m + L_m p) J_{eq} p}} = R_g^2 \lambda^2 \frac{R_m + L_m p}{(R_m + L_m p) J_{eq} p + K_c K_e} \\ &= \frac{R_g^2 \lambda^2 R_m}{K_c K_e} \frac{1 + \frac{L_m}{R_m} p}{1 + \frac{R_m J_{eq}}{K_c K_e} p + \frac{L_m J_{eq}}{K_c K_e} p^2} \end{aligned}$$

Question 28 :

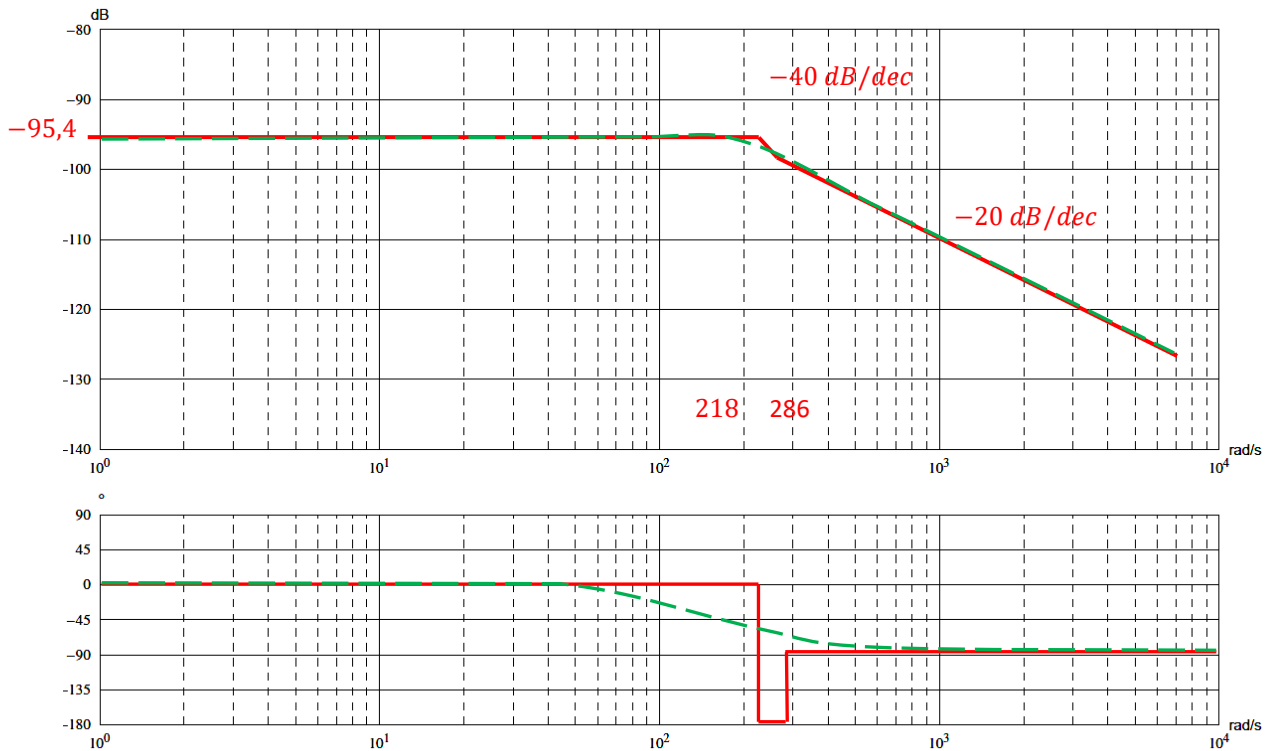
On a $z = 0,65 < 0,707 < 1$

$$\omega_{c1} = 218 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{3,5 \cdot 10^{-3}} \approx 286 \text{ rad/s}$$

$$20 \log(1,7 \cdot 10^{-5}) \approx -95,4 \text{ dB}$$

$$-20 \log(2z) = -20 \log(2 \cdot 0,65) \approx -2,28 \text{ dB}$$



Question 29 :

La période est de :

$$T = \frac{d}{V} = \frac{0,4}{0,4} = 1s$$

La fréquence est de :

$$f = \frac{1}{T} = 1s$$

Question 30 :

Le cahier des charges fonctionnel (CdCF) stipule aucune résonance sous une sollicitation sinusoïdale.

A la pulsation de $\omega = 2\pi f \approx 6,28$ s on lit graphiquement sur le DR4 qu'il n'y a aucune résonance.

Donc le critère 1.3.2 du CdCF est vérifié.

Question 31 :

On isole l'ensemble {*galet de renvoi, tronçon de sangle*}.

On fait le bilan des actions mécaniques extérieures (BAME) :

- la tension en aval de la poulie $A \begin{cases} \vec{T} \\ -TR\vec{y} \end{cases}$
- la tension en amont $A \begin{cases} \vec{P}_{tot} \\ P_{tot}R\vec{y} \end{cases}$
- la liaison pivot $A \begin{cases} X\vec{x} + Y\vec{y} + Z\vec{z} \\ L\vec{x} + M\vec{y} \end{cases}$

hypothèse : - on néglige le moment d'inertie du galet.

- le pivot est parfait.

On applique le TMS en A en projection selon \vec{y} .

$$RP_{tot} - RT = 0 \Rightarrow P_{tot} = T$$

Les galets de renvoi ne modifient donc pas la tension dans la sangle.

Question 32 :

$$d\vec{M}_{g \rightarrow s}(O) = \vec{OM} \wedge d\vec{F} = R_g \vec{n} \wedge (dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t}) = R_g dF_t \vec{y}$$

Question 33 :

hypothèse : le tronçon de sangle est inextensible.

Dans cette question, on imagine un glissement relatif de la sangle par rapport au galet pour déterminer la direction de la vitesse de glissement.

On écrit une composition des mouvements :

$$\vec{V}_{s/g}(M) = \vec{V}_{s/0}(M) - \vec{V}_{g/0}(M) = \vec{MO} \wedge \vec{\Omega}_{s/0} - \vec{MO} \wedge \vec{\Omega}_{g/0} = -R_g \vec{n} \wedge (\omega_s - \omega_g) \vec{y} = R_g (\omega_s - \omega_g) \vec{t}$$

C'est le galet qui entraîne la sangle, donc $\omega_g > \omega_s$, donc $\vec{V}_{s/g}(M)$ est suivant $-\vec{t}$.

D'après la loi de Coulomb, la composante tangentielle de $g \rightarrow s$ s'oppose à la vitesse de glissement de s/g donc $dF_t > 0$ est suivant $+\vec{t}$.

Question 34 :

hypothèse : on se place à la limite du glissement.

D'après la loi de Coulomb :

$$|dF_t| = f |dF_n| \Rightarrow dF_t = f dF_n$$

Question 35 :

On isole un tronçon de sangle élémentaire.

hypothèse : le problème est quasi-statique (vitesses constantes, moments d'inerties négligés).

On fait le BAME :

$$\mathcal{F}_{g \rightarrow s} = \vec{M}_{g \rightarrow s} = M \begin{pmatrix} dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{F}_{brin tendu \rightarrow s} = \vec{M}_{brin tendu \rightarrow s} = M \begin{pmatrix} T \vec{u}_2 \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{F}_{brin mou \rightarrow s} = \vec{M}_{brin mou \rightarrow s} = M \begin{pmatrix} (T + dT) \vec{u}_1 \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

On applique le théorème de la résultante statique (TRS) :

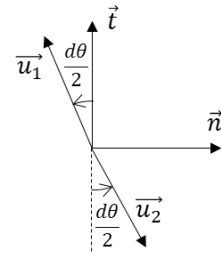
$$dF_n \vec{n} + dF_t \vec{t} + T \vec{u}_2 + (T + dT) \vec{u}_1 = \vec{0}$$

Soit en projection suivant \vec{n} et \vec{t} :

$$\begin{cases} dF_n + T\vec{u}_2 \cdot \vec{n} + (T + dT)\vec{u}_1 \cdot \vec{n} = 0 \\ dF_t + T\vec{u}_2 \cdot \vec{t} + (T + dT)\vec{u}_1 \cdot \vec{t} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dF_n - T \sin \frac{d\theta}{2} - (T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} = 0 \\ dF_t - T \cos \frac{d\theta}{2} + (T + dT) \cos \frac{d\theta}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} dF_n = (2T + dT) \sin \frac{d\theta}{2} \\ dF_t = -dT \cos \frac{d\theta}{2} \end{cases}$$



Question 36 :

La linéarisation à l'ordre 1 donne :

$$\begin{cases} 2T + dT \approx 2T \\ \sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2} \\ \cos \frac{d\theta}{2} \approx 1 \end{cases}$$

On trouve bien :

$$\begin{cases} dF_n = T d\theta \\ dF_t = -dT \end{cases}$$

Question 37 :

On avait Question 34 :

$$dF_t = f dF_n$$

$$\Rightarrow -dT = fT d\theta$$

$$\Rightarrow \frac{dT}{d\theta} + fT = 0$$

$$\Rightarrow T(\theta) = C e^{-f\theta}$$

Or on a :

$$T(\theta_{min}) = P_{tot} = C e^{-f\theta_{min}}$$

$$\Rightarrow C = P_{tot} e^{f\theta_{min}}$$

$$T(\theta) = P_{tot} e^{-f(\theta - \theta_{min})}$$

Question 38 :

$$C_t = \int_{\theta=\theta_{min}}^{\theta=\theta_{max}} \vec{OM} \wedge d\vec{F} \cdot \vec{y} = \int_{\theta=\theta_{min}}^{\theta=\theta_{max}} R_g dF_t = -R_g \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} dT = -R_g [T(\theta)]_{\theta_{min}}^{\theta_{max}}$$

$$= -R_g P_{tot} (e^{-f(\theta_{max} - \theta_{min})} - e^{-f(\theta_{min} - \theta_{min})}) = R_g P_{tot} (1 - e^{-f\alpha})$$

Question 39 :

La figure 17 montre la tension dans le brin mou en fonction de la tension dans le brin tendu, celle-ci dépend du poids de l'utilisateur.

Pour un poids total compris entre 800 N et 1420 N, on lit graphiquement que la tension dans le brin mou est comprise entre 20 N et 40 N.

On se plaçant dans le scénario le plus défavorable en suspendant une masse de 4 kg au brin mou. Ainsi la sangle ne glisse pas sur le galet.

Question 40 :

$$P_{cp} = P_{sangle} + P_{masse} = \rho L g + m_{masse} g = 2.0,07.9,81 + 4.9,81 \approx 40,6 \text{ N}$$

Question 41 :

Le CdCF stipule l'utilisateur maximale admissible est de 130 kg.

On a donc :

$$P_{tot} = m_{tot} g \approx (130 + 12).10 \approx 1420 \text{ N}$$

D'après la figure 17, pour une masse de 1420 N, la tension dans le brin mou sera à 40 N pour un angle d'enroulement de 228°.

L'angle d'enroulement adopté par le constructeur est de 232° ce qui laisse donc une marge de sécurité de 4°. Le choix de l'angle d'enroulement est validé.

Question 42 :

Les questions précédentes ont montré qu'il n'y avait pas de risque de glissement de la sangle sur le galet motorisé, mais il faut aussi empêcher que le poids P_{tot} ne soit transmis au moteur et que la chaîne de puissance soit parcourue en sens inverse. Cela pourrait endommager la carte de puissance et surtout faire chuter l'utilisateur.

Le choix d'un réducteur irréversible permet de bloquer le système en cas de flux de puissance contraire et donc garantit la sécurité de l'utilisateur.