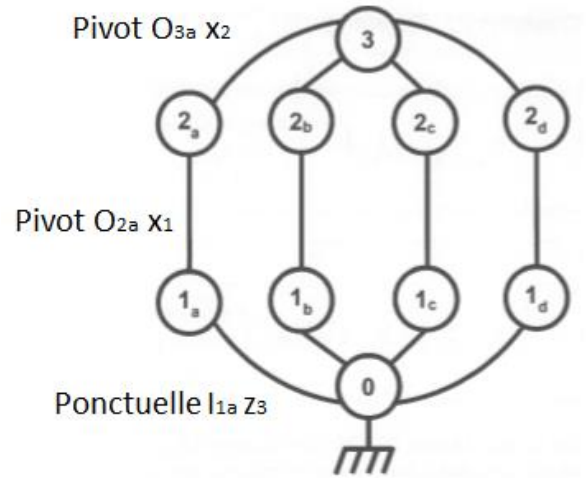
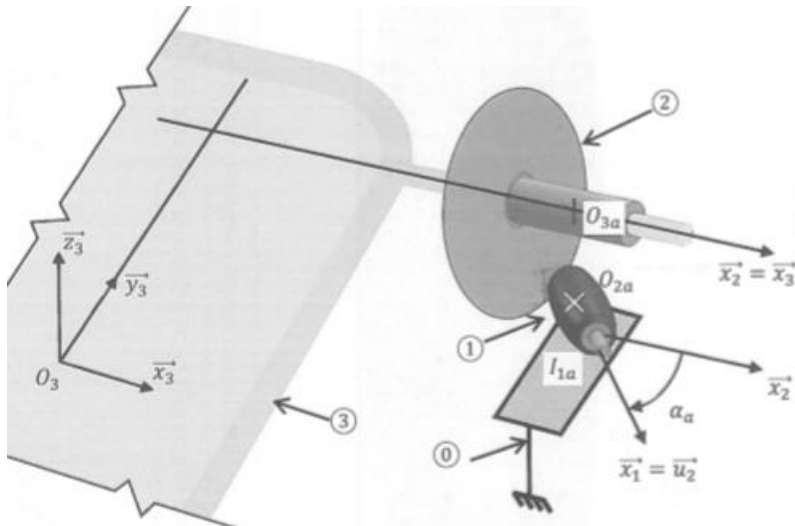


Question 1. Réponse D



Les trois liaisons en série schématisées ci-dessus entre 0 et 3 sont équivalentes à une sphère plan de normale Z3.

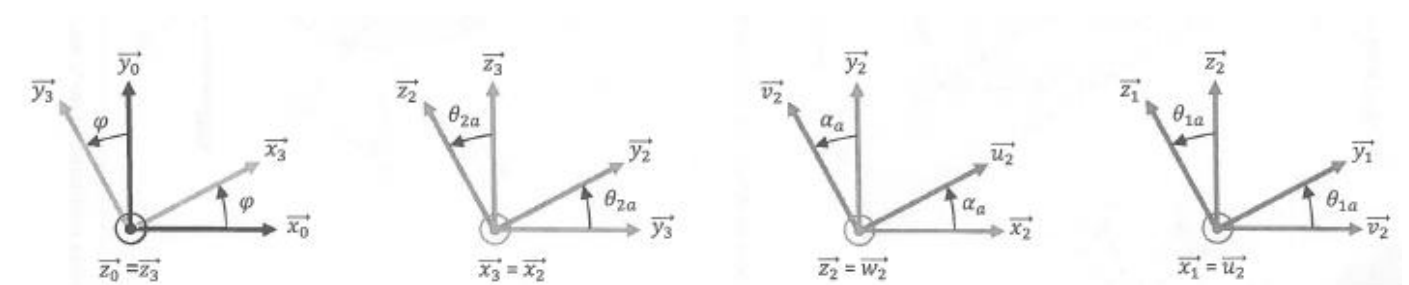
La liaison 3/0 correspond à la mise en parallèle de quatre liaisons sphère plan de normale Z3, soit une **liaison plane de normale Z3**. Ceci est cohérent avec la présentation du système qui évoque trois degrés de liberté entre 0 et 3 ainsi qu'au torseur cinématique de 3/0 défini page 7.

Question 2. Réponse A.

$$\vec{V}_{I_{1a},1/2} = \vec{V}_{O_{2a},1/2} + I_{1a} O_{2a} \wedge \vec{\Omega}_{1/2} = r \vec{z}_3 \wedge \dot{\theta}_{1a} \vec{x}_1 = r \vec{z}_3 \wedge \dot{\theta}_{1a} \vec{u}_2$$

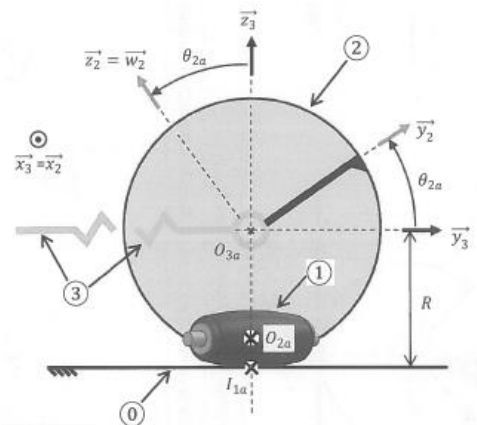
$$\vec{V}_{I_{1a},1/2} = r \dot{\theta}_{1a} (\vec{z}_3 \wedge (\cos(\alpha_a) \vec{x}_2 + \sin(\alpha_a) \vec{y}_2)) \quad \text{avec : } \vec{y}_2 = \cos(\theta_{2a}) \vec{y}_3 + \sin(\theta_{2a}) \vec{z}_3 \quad \text{et : } \vec{x}_2 = \vec{x}_3$$

$$\vec{V}_{I_{1a},1/2} \Big|_3 \begin{matrix} -r \dot{\theta}_{1a} \sin(\alpha_a) \cos(\theta_{2a}) \\ r \dot{\theta}_{1a} \cos(\alpha_a) \\ 0 \end{matrix}$$



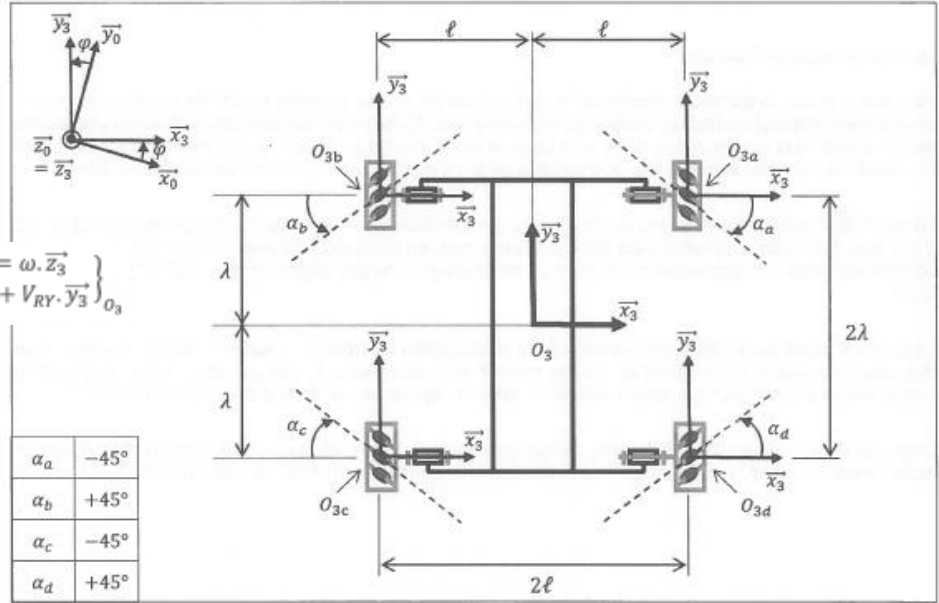
Question 3. Réponse C.

$$\vec{V}_{I_{1a},2/3} = \vec{V}_{O_{3a},2/3} + I_{1a} O_{3a} \wedge \vec{\Omega}_{2/3} = R \vec{z}_3 \wedge \dot{\theta}_{2a} \vec{x}_3 = R \dot{\theta}_{2a} \vec{y}_3$$



Question 4. Réponse D.

$$\{V_{3/0}\}_{O_3} = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{3/0} \\ V_{O_3,3/0} \end{Bmatrix}_{O_3} = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \cdot \vec{z}_3 = \omega \cdot \vec{z}_3 \\ V_{RX} \cdot \vec{x}_3 + V_{RY} \cdot \vec{y}_3 \end{Bmatrix}_{O_3}$$



$$\vec{V}_{I_{a,3/0}} = \vec{V}_{O_3,3/0} + \vec{I}_{1a} \vec{O}_3 \wedge \vec{\Omega}_{3/0} = V_{RX} \vec{x}_3 + V_{RY} \vec{y}_3 + (R \vec{z}_3 - \ell \vec{x}_3 - \lambda \vec{y}_3) \wedge \omega \vec{z}_3 = V_{RX} \vec{x}_3 + V_{RY} \vec{y}_3 + \ell \omega \vec{y}_3 - \lambda \omega \vec{x}_3$$

Question 5. Réponse C

$$\vec{V}_{I_{a,1/0}} = \vec{0} = \vec{V}_{I_{a,1/2}} + \vec{V}_{I_{a,2/3}} + \vec{V}_{I_{a,3/0}} = r \dot{\theta}_{1a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{x}_3 + \vec{y}_3) + R \dot{\theta}_{2a} \vec{y}_3 + V_{RX} \vec{x}_3 + V_{RY} \vec{y}_3 + \ell \omega \vec{y}_3 - \lambda \omega \vec{x}_3$$

$$V_{RX} \vec{x}_3 + V_{RY} \vec{y}_3 = -r \omega_{1a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\vec{x}_3 + \vec{y}_3) - R \omega_{2a} \vec{y}_3 - \ell \omega \vec{y}_3 + \lambda \omega \vec{x}_3$$

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & \lambda \\ -R & -r \frac{\sqrt{2}}{2} & -\ell \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{1a} \\ \omega \end{pmatrix}$$

Question 6. Réponse B.

$$[Eq1] + [Eq2] + [Eq3] + [Eq4] \rightarrow 4V_{RX} = R(\omega_{2a} - \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d})$$

$$[Eq2] - [Eq1] + [Eq4] - [Eq3] \rightarrow 4V_{RY} = -R(\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} + \omega_{2d})$$

$$[Eq1] + [Eq2] - [Eq3] - [Eq4] \rightarrow 0 = R(\omega_{2a} - \omega_{2b} - \omega_{2c} + \omega_{2d}) + 4(\lambda + \ell)\omega$$

$$\begin{pmatrix} V_{RX} \\ V_{RY} \\ \omega \end{pmatrix} = \frac{R}{4} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 \\ \frac{\lambda + \ell}{\lambda + \ell} & \frac{\lambda + \ell}{\lambda + \ell} & \frac{\lambda + \ell}{\lambda + \ell} & \frac{\lambda + \ell}{\lambda + \ell} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_{2a} \\ \omega_{2b} \\ \omega_{2c} \\ \omega_{2d} \end{pmatrix}$$

Question 7. Réponse A.

L'équation [Eq*i*] donne directement  $\omega_{2i}$

Question 8. Réponse E

**Direction diagonale /** :  $V_{RX} = V_{RY}$  et  $\omega = 0$ .

D'après Q6, cela implique  $\omega_{2a} - \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = -\omega_{2a} - \omega_{2b} - \omega_{2c} - \omega_{2d}$  et :  $-\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0$

Soit :

$$\begin{cases} \omega_{2a} + \omega_{2c} = 0 \\ -\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Compatible avec la réponse C mais cela produit en réalité un mouvement} \\ \text{sur l'autre diagonale (\).} \end{array}$$

**Autre Direction diagonale \** :  $V_{RX} = -V_{RY}$  et  $\omega = 0$ .

D'après Q6, cela implique  $\omega_{2a} - \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = \omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} + \omega_{2d}$  et :  $-\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0$

Soit :

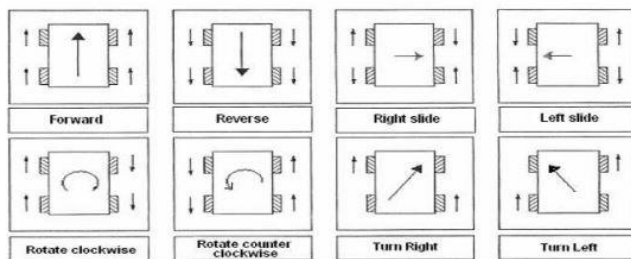
$$\begin{cases} \omega_{2b} + \omega_{2d} = 0 \\ -\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Compatible avec la réponse D mais cela produit en réalité un mouvement} \\ \text{sur l'autre diagonale (/).} \end{array}$$

C'est étrange.

**Rotation** :  $V_{RX} = 0$  ;  $V_{RY} = 0$  et  $\omega \neq 0$

$$\begin{cases} \omega_{2a} - \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0 \\ -\omega_{2a} - \omega_{2b} - \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0 \\ -\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} \neq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2\omega_{2a} + 2\omega_{2c} = 0 \\ -2\omega_{2b} - 2\omega_{2d} = 0 \\ -\omega_{2a} + \omega_{2b} + \omega_{2c} - \omega_{2d} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \omega_{2a} + \omega_{2c} = 0 \\ \omega_{2b} + \omega_{2d} = 0 \\ -\omega_{2a} + \omega_{2b} \neq 0 \end{cases} \quad \text{Compatible réponses A et C}$$

Normalement :



Attention  $\alpha_i$  opposés à ceux du sujet

Question 9. Réponse C et D.

Question 10. Réponse C.

Les contacts ponctuels en A et B impliquent des forces sur  $x_2$  et  $y_1$ , caractéristiques d'une liaison linéaire annulaire de centre C et d'axe  $(C, z_0)$ .

Question 11. Réponse B.

Les quatre linéaires annulaires en parallèle ne laissent subsister qu'une translation sur  $z_0$ . La liaison équivalente entre le chariot et le bâti est donc une glissière de direction  $z_0$ .

Question 12. Réponse A.

Les douze liaisons évoquées sont : 4 pivots et 8 ponctuelles. Soit  $4 \cdot 1 + 8 \cdot 5$  inconnues cinématiques

## Question 13. Réponse D.

$$\mu = L - P + 1 = 12 - 6 + 1 = 7$$

## Question 14. Réponse C.

$\mu = 1$  (translation sur  $z_0$ )

$m_i = 4$  (rotations des galets sur leur axe)

## Question 15. Réponse B.

$$h = m + 6\mu - Ic = 5 + 6 \cdot 7 - 44 = 3$$

## Question 16. Réponses B et C.

## Question 17. Réponse B.

## Question 18. Réponse A.

Supprimer 3 inconnues statiques permet de passer de 8 à 5 inconnues, ce qui pour une glissière est isostatique.

## Question 19. Réponse D.

Cas classique du train de type 1 où la couronne est fixe.

## Question 20. Réponse C.

La vitesse des points de la courroie est  $R.k.\omega_m$ . C'est également la vitesse du chariot.

## Question 21. Réponses A et D.

$$\vec{R}_{d1} = m_1 \cdot a \cdot \vec{z}_0 = m_1 \cdot \frac{V_{\max}}{T/3} \cdot \vec{z}_0 = \frac{3m_1 \cdot V_{\max}}{T} \cdot \vec{z}_0$$

## Question 22. Réponse B.

On isole le robot complet et on écrit le théorème du moment dynamique au point I en projection sur  $x_0$ .

Le seul élément mobile est le bras 1.

La projection du moment dynamique en I sur  $x_0$  est donc

$$\left( \vec{IG}_1 \wedge m_1 \vec{a}_{G_1} \right) \cdot \vec{x}_0 = \left( (-d_1 \vec{y}_0 + h_1 \vec{z}_0) \wedge (-m_1 a_{\max} \vec{z}_0) \right) \cdot \vec{x}_0 = d_1 m_1 a$$

A la limite du basculement, on néglige l'action de contact en J. Les moments en I des actions extérieures se limitent à ceux créés par les poids :  $(-d_3 m_3 - d_2 m_2 + d_1 m_1) g$

Le TMD en I donne la réponse B

## Question 23. Réponse C.

La distance parcourue est l'aire sous la courbe :  $Z = V_{\max} \cdot \frac{2T}{3}$  avec :  $a = \frac{V_{\max}}{T/3}$

## Question 24. Réponse D.

$$T = \sqrt{\frac{9Z}{2a}} = \sqrt{\frac{9,9}{10}} \approx 1s$$

$$V_{\max} = \frac{aT}{3} \approx \frac{5}{3} \approx 1,67 \text{ m/s}$$

### Question 25. Réponse B.

Energie cinétique du chariot :  $\frac{1}{2} m_1 V^2$

Energie cinétique d'une poulie Pc :  $\frac{1}{2} J_a (2\omega_r)^2$  soit  $\frac{1}{2} J_a 8\omega_r^2$  pour les deux poulies Pc

Energie cinétique d'une poulie de renvoi ou d'une poulie motrice :  $\frac{1}{2} J_b (\omega_r)^2$  soit  $\frac{1}{2} J_b 3\omega_r^2$  pour l'ensemble

Energie cinétique du réducteur :  $\frac{1}{2} J_r (\omega_m)^2$

Energie cinétique du moteur :  $\frac{1}{2} J_m (\omega_m)^2$

### Question 26. Réponse C.

Il suffit d'écrire  $T_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_m^2$  et d'identifier  $J_{eq}$

### Question 27. Réponse D.

Puissance développée par le moteur  $C_m \omega_m$

Puissance développée par la pesanteur :  $-m_1 g V = -m_1 g \lambda \omega_m$

### Question 28. Réponse A.

$J_{eq} \omega_m \dot{\omega}_m = C_m \omega_m - m_1 g \lambda \omega_m$  soit  $J_{eq} \dot{\omega}_m = C_m - m_1 g \lambda$  et donc :  $J_{eq} \frac{a}{\lambda} = C_m - m_1 g \lambda$  avec  $a = \frac{3V_{\max}}{T}$

### Question 29. Réponse C

En régime permanent  $P_{\text{int}} = (\eta_r \eta_{pc} \eta_g - 1) C_m \omega_m$

Le TEC donne donc :  $J_{eq} \omega_m \dot{\omega}_m = 0 = C_m \omega_m - m_1 g \lambda \omega_m + (\eta_r \eta_{pc} \eta_g - 1) C_m \omega_m$

Soit :  $0 = C_m - m_1 g \lambda + (\eta_r \eta_{pc} \eta_g - 1) C_m$

### Question 30. Réponse A

En combinant les résultats des questions 28 et 29 ...

On calcule  $C_{\text{crête}} = \frac{3V_{\max} J_{eq}}{\lambda T} + \frac{m_1 g \lambda}{\eta_r \eta_{pc} \eta_g}$

### Question 31. Réponse D.

Les moments d'inertie des moteurs proposés (de 1,64 à 108,89 (kg.m<sup>2</sup>)x10<sup>-6</sup>) donnent un couple crête à fournir variant de 1,32 à 1,42 Nm. Le seul moteur susceptible de fournir ce couple en fonctionnement continu et à la vitesse de 3000 tr/min est le moteur APM-SCO5A. (le moteur SBO3A ne fournit que 1,2 Nm...).

## Question 32. Réponse B.

## Question 33. Réponse A

La sortie du sommateur situé avant  $H_1(p)$  doit être nulle. Soit  $V_d(p) + nL\Omega_m(p)I_q(p) = 0$

## Question 34. Réponse B.

Seule réponse exacte.

## Question 35. Réponse D.

$$k_e = H_6(p) = n \cdot \Phi_r$$

$$k_t = H_4(p) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot \Phi_r$$

## Question 36. Réponse E.

$$\Omega_m(p) = \frac{H_3(p)H_4(p)H_5(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_5(p)H_6(p)} V_q(p) \quad \text{Soit } R(p) = \frac{I_q(p)}{V_q(p)} = \frac{H_3(p)}{1 + H_3(p)H_4(p)H_5(p)H_6(p)}$$

$$\Omega_m(p) = H_4(p)H_5(p)I_q(p)$$

## Question 37. Réponse A.

Par identifications

## Question 38. Réponse B.

Théorème de la valeur initiale :

$$I_0 = \lim_{t \rightarrow 0} (i(t)) = \lim_{p \rightarrow \infty} p(I(p)) = \lim_{p \rightarrow \infty} p(R(p) \cdot V_q(p)) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot \frac{V_0}{p} \cdot R(p) = V_0 \cdot K_r \cdot \frac{T_r}{T_m} = \frac{48}{R}$$

(Réponse B si on suppose  $R = 0,16$ , ce qui correspond au moteur SCO5ADK-09)

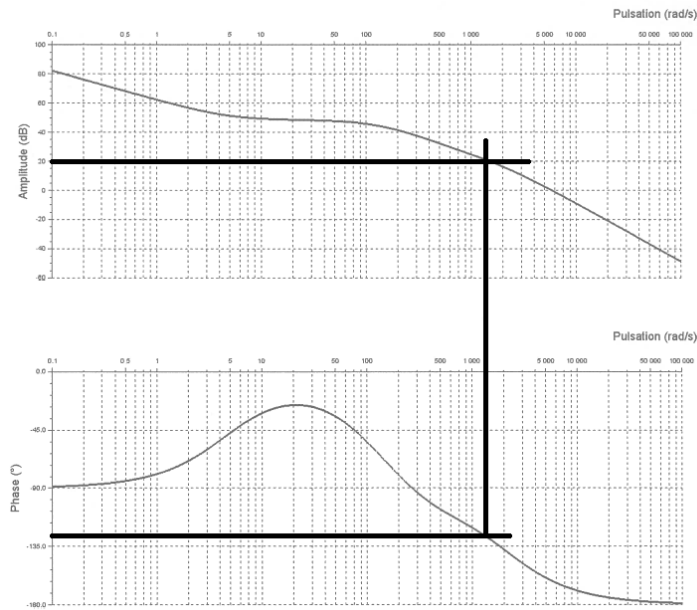
## Question 39. Réponse A.

$$H_7(p) = H_4(p)H_5(p) = k_t \cdot \frac{1}{J_{eq}p + f}$$

## Question 40. Réponse C.

$$H_i^{BO}(p) = C_i(p)H_h(p)R(p)H_c(p) = K_i \cdot \frac{1 + T_i p}{T_i p} \cdot K_h \cdot K_r \cdot \frac{1 + T_r p}{1 + T_m p} \cdot K_c \cdot \frac{1}{1 + T_c p}$$

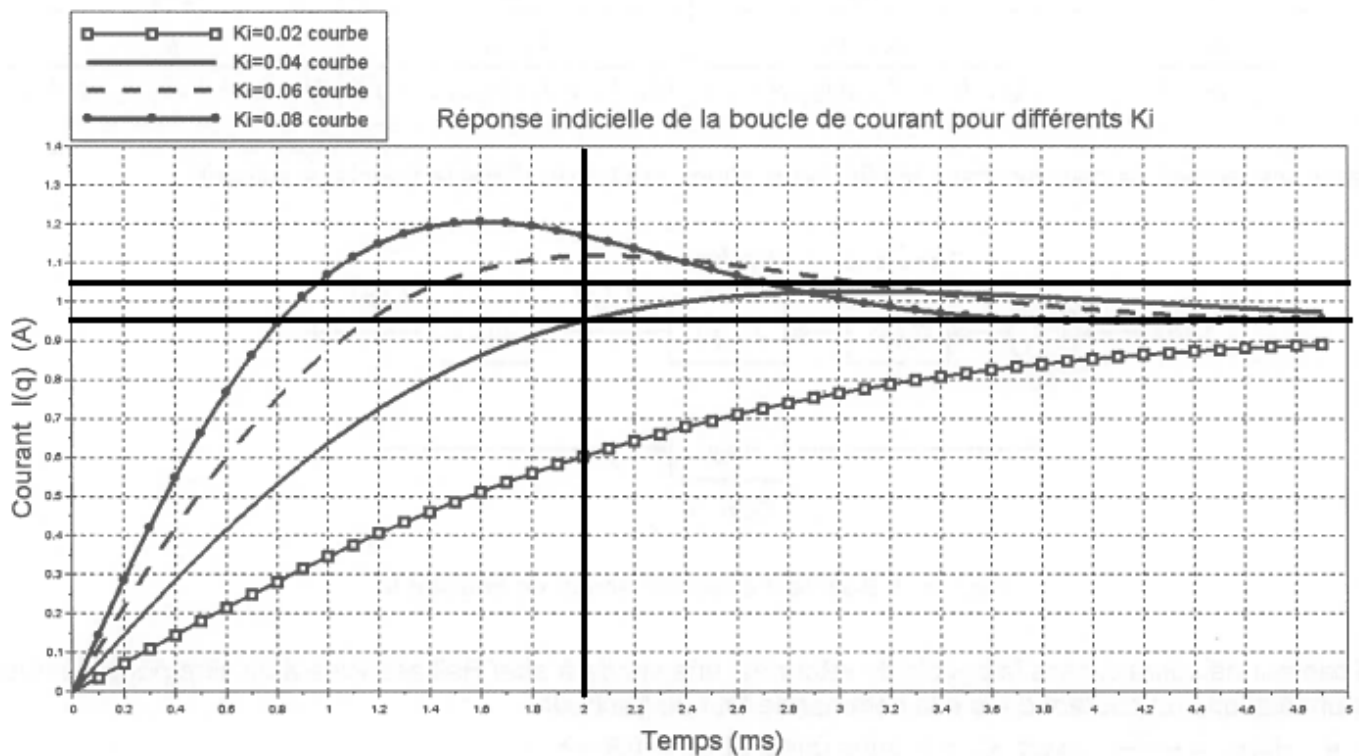
Question 41. Réponse A.



Une marge de phase de 50° correspond à un gain nul lorsque la phase de la FTBO vaut -130°. Pour avoir une marge de phase de 50°, il faut descendre la courbe de 20dB. Soit  $20 \log(K_i) = -20$ , et donc  $K_i = 0,1$ .

**Remarque :** La courbe fournie ne correspond pas à la FTBO calculée en Question 40 (La phase devrait tendre vers -90° lorsque la pulsation tend vers l’infini... ( ? ))

Question 42. Réponse B.



Question 43. Réponse B.

La figure 19 montre une réponse indicielle assimilable à celle d’un premier ordre de gain unitaire et de constante de temps de l’ordre de 0,0007 s ( $tr_{5\%} = 3 \tau = 2ms/3$ )

Question 44. Réponses C et D.

C'est du cours

Question 45. Réponse A

$$FTBO(p) = C_v(p)H_i^{BF}(p)H_7(p)K_v = K \cdot \frac{1+Tp}{Tp} \cdot \frac{K_i^{BF}}{1+T_i^{BF}p} \cdot \frac{k_t}{J_{eq}p+f} \cdot K_v$$

Question 46. Réponse B.

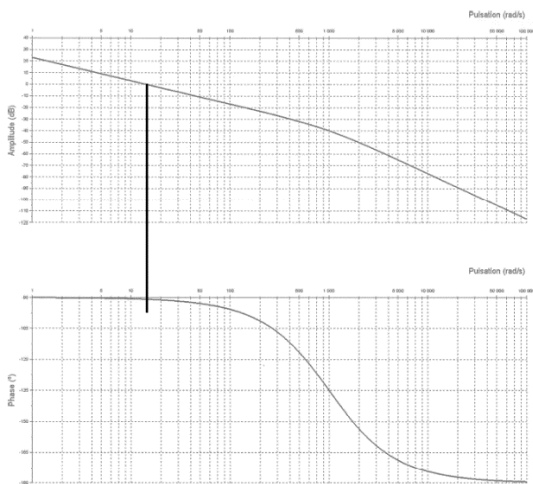
Le pôle dominant correspond à la constante de temps la plus grande.

Or  $T_i^{BF} = 0,0007s$  et  $\frac{J_{eq}}{f} = 0,2s$ .

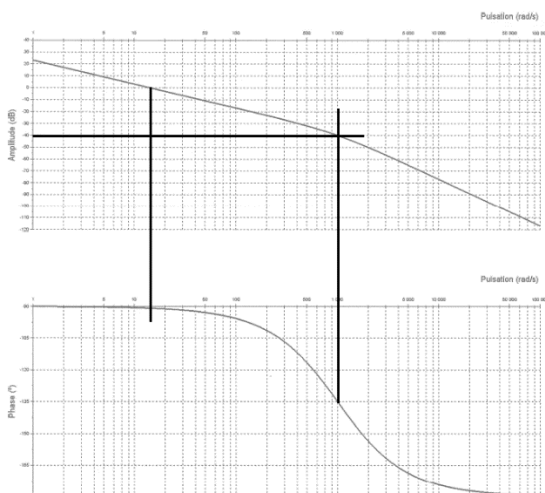
Question 47. Réponse C.

En combinant les réponses aux question 45 et 46.

Question 48. Réponse A



Question 49. Réponse C.



$20\log K=40 \rightarrow k=100$



Question 50. Réponse D.

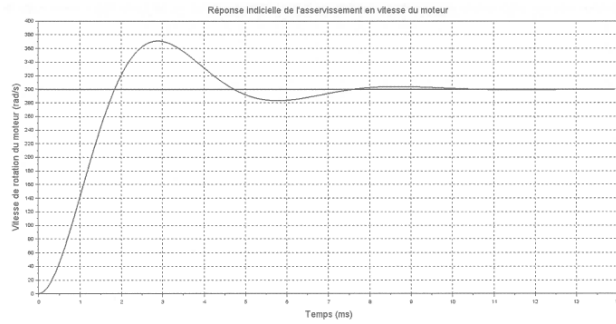


Figure 23 Réponse indicielle de l'asservissement en vitesse du moteur (corrigée)

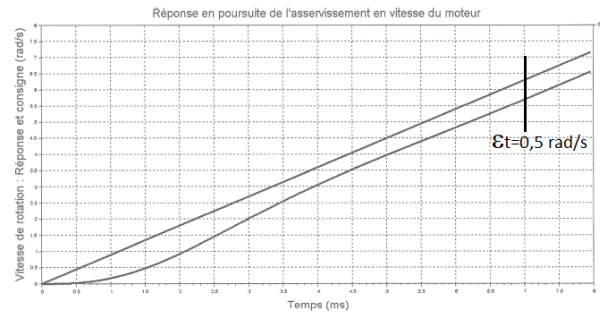
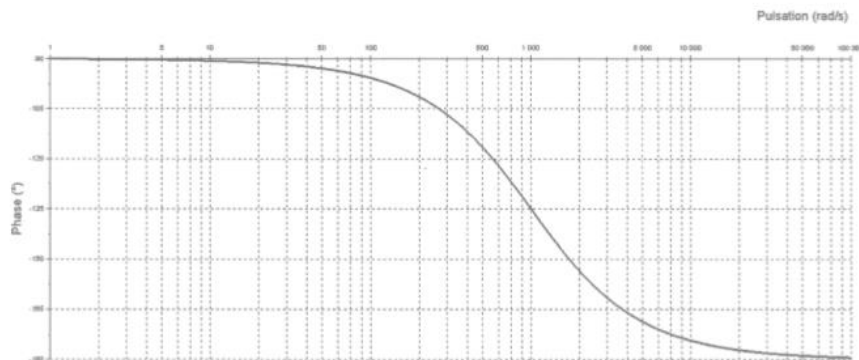
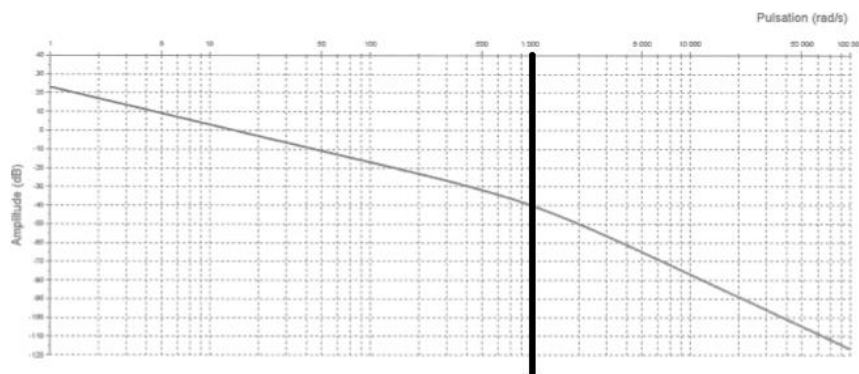


Figure 24 Réponse en poursuite de l'asservissement en vitesse du moteur (corrigée)

Erreur statique nulle

Les diagrammes de Bode sont donnés pour  $K=1$ .

La pulsation de coupure pour  $K=100$  sera de 1000 rad/s :



Exigences	Critère(s)	Niveau(x)
Contrôler la vitesse angulaire de rotation	Stabilité	$MG > 15 \text{ dB}$ OUI
		$M\phi = 45^\circ$ OUI
	Précision	Erreur statique nulle $\epsilon_s = 0$ OUI
		Erreur de traînage $\epsilon_t < 1 \text{ rad/s}$ pour une rampe de pente $900 \text{ rad/s}^2$ OUI
	Rapidité OUI	La pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte devra être telle que : $\omega_{0dB} \geq 500 \text{ rad/s}$

Tableau 2 – Exigences relatives au contrôle de la vitesse de la MSAP