

CORRECTION - E3A PSI 2017

Sciences Industrielles de l'Ingénieur

Presse à Vis

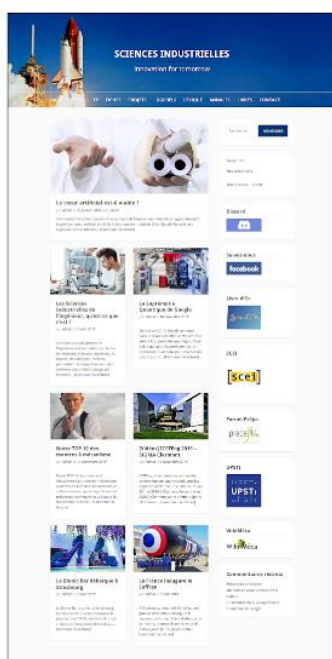
Ce corrigé vous est proposé par :

SciencesIndustrielles.com

Des vidéos



Des cours



Les TP



Les annales



Un Lexique



Ce document est rédigé comme une copie d'élève devrait l'être.

Attention, nous rappelons aux candidats, qu'aux concours, 1pt/20 est destiné à la présentation de la copie.

Partie I

Question I.1 :

Le pas de la vis est :

$$p = \text{nombre de filets} \cdot p_x = 4.40 = 160 \text{ mm/tr}$$

Question I.2 :

La vitesse de l'ensemble coulisseau est :

$$V_c = \frac{p}{2\pi} \cdot \omega_v = \frac{p}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{60} N_v = 0,16 \cdot \frac{266,25}{60} = 0,71 \text{ m/s}$$

Question I.3 :

L'énergie cinétique de l'ensemble coulisseau en translation est :

$$E_c(c/R_g) = \frac{1}{2} \cdot m_c \cdot V_c^2 = \frac{1}{2} \cdot 1500 \cdot 0,71^2 \approx 378 \text{ J}$$

Question I.4 :

La vis et le volant d'inertie sont des solides de révolution d'axe (O, \vec{z}) donc leurs produits d'inertie sont nuls.

La vis et le volant d'inertie ont une symétrie de révolution d'axe (O, \vec{z}) de la géométrie et de la répartition des masses donc les moments d'inertie A et B sont égaux.

Les matrices d'inertie de la vis et du volant d'inertie restent identiques dans toutes bases orthogonales contenant \vec{z} .

Question I.5 :

D'après l'Annexe A :

$$J_{rz} = m \cdot \frac{R^2 + r^2}{2} = m \cdot \frac{D^2 + d^2}{8} = \rho_c \cdot \pi \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot L \cdot \frac{D^2 + d^2}{8} = 8900 \cdot \pi \cdot \frac{0,64^2 - 0,4^2}{4} \cdot 0,2 \cdot \frac{0,64^2 + 0,4^2}{8} \approx 24,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$J_z = J_{vAz} + J_{v-iAz} + J_{rAz} \approx 3,2 + 51,8 + 24,8 = 79,8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Question I.6 :

L'énergie cinétique de l'ensemble parties tournantes en rotation est :

$$E_c(pt/R_g) = \frac{1}{2} \cdot J_z \cdot \omega_v^2 = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot \left(\frac{2\pi \cdot 266,25}{60} \right)^2 \approx 31,1 \text{ kJ}$$
$$E_c(\Sigma/R_g) = E_c(pt/R_g) + E_c(c/R_g) \approx 31100 + 378 \approx 31,5 \text{ kJ}$$

On retrouve bien la valeur donnée par le constructeur d'énergie brute de 31,5 kJ dans le tableau des caractéristiques techniques de la presse SPR400.

Question I.7 :

L'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur est :

$$E_c(\Sigma/R_g) = \frac{1}{2} \cdot m_c \cdot V_c^2 + \frac{1}{2} \cdot J_z \cdot \omega_v^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(m_c \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 + J_z \right) \cdot \omega_v^2 = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_v^2$$
$$J_{eq} = m_c \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 + J_z = 1500 \cdot \left(\frac{0,16}{2\pi} \right)^2 + 80 = 80,97 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

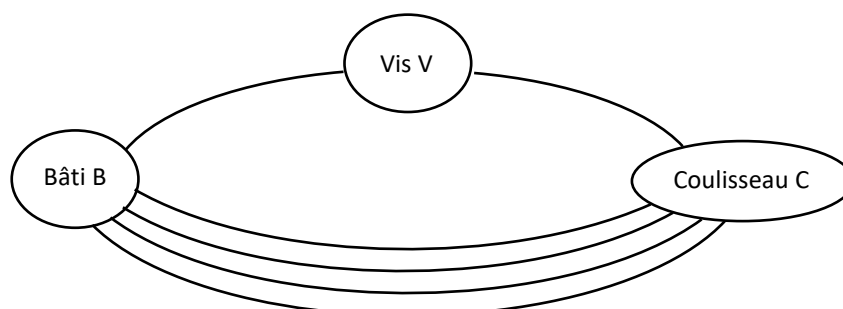
Question I.8 :

L'inertie équivalente relative de l'ensemble coulisseau $\frac{0,97}{80,97} \approx 1,2\%$ est négligeable devant l'inertie équivalente relative de l'ensemble parties tournantes $\frac{80}{80,97} = 98,8\%$.

Lors du procédé d'estampage, la masse de la matrice supérieure encadrée au coulisseau a peu d'influence sur l'inertie équivalente au niveau de l'arbre moteur car $1,2\% \ll 98,8\%$. La capacité à forger de la presse à vis est donc peu sensible aux changements d'outillage de forgeage.

Partie II

Question II.1 :



Classes d'équivalences en liaison :	Nom de la liaison
.....B...../.....V.....	Pivot d'axe (E, \vec{z})
.....C...../.....V.....	Hélicoïdale d'axe (F, \vec{z}) et de pas p
.....B...../.....C.....	Plane de normale \vec{x}
.....B...../.....C.....	Plane de normale \vec{x}
.....B...../.....C.....	Plane de normale \vec{y}
.....B...../.....C.....	Plane de normale \vec{y}

Le nombre cyclomatique est :

$$\gamma = N_L - N_P + 1 = 6 - 3 + 1 = 4$$

Question II.2 :

Le degré de mobilité est :

$$m = 1$$

Il y a 1 mobilité utile du mécanisme, 0 mobilité interne.

L'hyperstatisme du modèle est de :

$$h = m + I_s - 6(N_P - 1) = 1 + (5 + 5 + 4.3) - 6(3 - 1) = 11$$

En considérant la liaison pivot sans défaut géométrique, on aurait 2 conditions de positionnement pour un plan (1 position, 1 orientation) et 3 autres conditions pour chaque plan que l'on ajoute (1 position, 2 orientations).

Question II.3 :

Le coulisseau à un mouvement de translation rectiligne par rapport au bâti.

La liaison équivalente entre le coulisseau et le bâti est donc une liaison glissière de direction \vec{z} .

Question II.4 :

On considère maintenant uniquement les 4 liaisons appuis plans. L'hyperstatisme du nouveau modèle est de :

$$h_{eq} = m + I_s - 6(N_P - 1) = 1 + (4.3) - 6(2 - 1) = 7$$

Question II.5 :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(b1 \rightarrow c) &= \begin{pmatrix} X_A & 0 \\ 0 & M_A \\ 0 & N_A \end{pmatrix}_{A(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \mathcal{C}(b2 \rightarrow c) &= \begin{pmatrix} 0 & L_B \\ Y_B & 0 \\ 0 & N_B \end{pmatrix}_{B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \\ \mathcal{C}(b3 \rightarrow c) &= \begin{pmatrix} X_C & 0 \\ 0 & M_C \\ 0 & N_C \end{pmatrix}_{C(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} & \mathcal{C}(b4 \rightarrow c) &= \begin{pmatrix} 0 & L_D \\ Y_D & 0 \\ 0 & N_D \end{pmatrix}_{D(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \end{aligned}$$

En faisant la somme des torseurs au même point, on obtient le torseur équivalent :

$$\mathcal{C}(b \rightarrow c) = \begin{pmatrix} X_A + X_C & L_B + L_D \\ Y_B + Y_D & M_A + M_C \\ 0 & N_A + N_B + N_C + N_D \end{pmatrix}_{O(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

La liaison équivalente est donc celui d'une liaison glissière de direction \vec{z} .

Question II.6 :

On a 5 équations et 12 inconnues. Il reste donc 7 hyperstatiques.

En considérant une liaison appui plan sans défaut géométrique, on aurait 3 conditions de positionnement pour le plan parallèle et 2 autres conditions pour chaque l'on ajoute (1 position, 2 orientations).

Question III.A.1 :

On isole le volant d'inertie 1.

Hypothèse :

- Les liaisons sont considérées comme parfaites sauf le contact mors/garnitures de friction.
- On néglige l'action de la pesanteur devant les autres efforts.

BAME :

- L'action du mors de gauche : $\mathcal{C}(\text{mors g 2} \rightarrow \text{volant 1}) = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} N \vec{x} - T \vec{y} \\ r T \vec{z} \end{cases}$
- L'action du mors de droite : $\mathcal{C}(\text{mors d 2} \rightarrow \text{volant 1}) = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} -N \vec{x} - T \vec{y} \\ r \cdot T \vec{z} \end{cases}$
- Couple résistant : $\mathcal{C}(\text{Cr} \rightarrow \text{volant 1}) = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} \vec{0} \\ C \vec{z} \end{cases}$
- L'action de la liaison pivot parfaite : $\mathcal{C}(\text{bâti 0} \rightarrow \text{volant 1}) = \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \begin{cases} X_{0v} \vec{x} + Y_{0v} \vec{y} + Z_{0v} \vec{z} \\ L_{0v} \vec{x} + M_{0v} \vec{y} \end{cases}$

On applique le Théorème du Moment Statique (TMS) en O projeté sur \vec{z} :

$$C + r \cdot T + r \cdot T = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{C}{2 \cdot r} = \frac{12500}{2 \cdot 0,375} \approx 16667 \text{ N}$$

Question III.A.2 :

D'après les lois de Coulomb :

$$f \geq \left| \frac{T}{N} \right|$$

Hypothèse : On se place à la limite du glissement.

$$f_{min} = \frac{T}{N} = \frac{16667}{44000} \approx 0,379$$

Pour rester en phase d'adhérence, les garnitures de friction doivent avoir un coefficient de frottement supérieur à 0,379.

Question III.A.3 :

Le vecteur position est : $\vec{OQ} = r \vec{e}_r$

La surface élémentaire est : $dS = b r d\theta$

La force élémentaire de pression est :

$$d\vec{Q}(2/1) = d\vec{N}_{2/1} + d\vec{T}_{2/1} = -dN_{2/1} \vec{e}_r + dT_{2/1} \vec{e}_\theta$$

Hypothèse : D'après les lois de Coulomb et en se plaçant à la limite du glissement :

$$= -p(\theta) dS \vec{e}_r + f p(\theta) dS \vec{e}_\theta = -p_M \frac{\cos \theta}{\cos 0} b r d\theta \vec{e}_r + f p_M \frac{\cos \theta}{\cos 0} b r d\theta \vec{e}_\theta$$

$$\vec{C}(2/1) = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} \vec{OQ} \wedge d\vec{Q}(2/1) = \int_{-\theta_1}^{\theta_1} (r \vec{e}_r \wedge (-p_M \cos \theta b r d\theta \vec{e}_r + f p_M \cos \theta b r d\theta \vec{e}_\theta))$$

$$= \int_{-\theta_1}^{\theta_1} f p_M \cos \theta b r^2 d\theta \vec{z} = f p_M b r^2 [\sin \theta]_{-\theta_1}^{\theta_1} \vec{z} = 2 f p_M b r^2 \sin \theta_1 \vec{z}$$

Question III.A.4 :

Hypothèse : On considère la pression dans les deux mâchoires identiques.

La pression maximale sur un mors est donc de :

$$p_M = \frac{C(2/1)}{2 \cdot f \cdot p_M \cdot b \cdot r^2 \cdot \sin \theta_1} = \frac{\frac{12500}{2}}{2,0,379 \cdot 0,120 \cdot 0,375^2 \cdot \sin 30^\circ} = \frac{\frac{12500}{2}}{2,0,379 \cdot 0,120 \cdot 0,375^2 \cdot \sin 30^\circ} = 0,977 \text{ MPa}$$

Question III.A.5 :

On cherche à choisir le matériau de friction possédant :

- Un coefficient de frottement $f \geq f_{\min} = 0,379$
- Une pression maximale admissible $p_{\max \text{ admissible}} \geq s \cdot p_M \approx 1,8,0,977 \text{ MPa} \approx 1760000 \text{ N/m}^2 \approx 17,6 \text{ daN/cm}^2$
- Prix minimal

D'après l'Annexe D, on choisit le matériau BK4500 pour lequel $f = 0,379$ et $p_{\max \text{ admissible}} = 20 \text{ daN/cm}^2$.

Question III.B.1 :

On isole le mors de gauche 2.

Hypothèse :

- Problème plan (O, \vec{x}, \vec{y}) .
- Le problème est symétrique.
- Les liaisons sont considérées comme parfaites sauf le contact mors/garnitures de friction.
- On néglige l'action de la pesanteur devant les autres efforts.

BAME :

- L'action de la mâchoire 3 : $\mathcal{C}(\text{mâchoire 3} \rightarrow \text{mors g 2}) = \begin{pmatrix} X_{3/2} & 0 \\ Y_{3/2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\text{B}} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

- L'action du volant 1 : $\mathcal{C}(\text{volant 1} \rightarrow \text{mors g 2}) =$

$$\begin{pmatrix} X_H & 0 \\ Y_H & 0 \\ 0 & N_H \end{pmatrix}_{\text{H}} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{pmatrix} -44000 & 0 \\ 17000 & 0 \\ 0 & N_H \end{pmatrix}_{\text{H}} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = \begin{pmatrix} X_H & 0 \\ Y_H & 0 \\ 0 & N_H + \text{BH} \cdot Y_H \end{pmatrix}_{\text{B}} (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

$$\vec{M}(\text{B}, 1 \rightarrow 2) = \vec{M}(\text{H}, 1 \rightarrow 2) + \overline{\text{BH}} \wedge (X_H \vec{x} + Y_H \vec{y}) = N_H \vec{z} + \text{BH} \vec{x} \wedge (X_H \vec{x} + Y_H \vec{y}) = N_H \vec{z} + \text{BH} \cdot Y_H \vec{z}$$

On applique le principe fondamental de la statique en B :

$$\begin{cases} X_{3/2} - X_H = 0 \\ Y_{3/2} + Y_H = 0 \\ N_H + \text{BH} \cdot Y_H = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{3/2} = X_H \\ Y_{3/2} = -Y_H \\ N_H = -\text{BH} \cdot Y_H \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{3/2} = 44000 \text{ N} \\ Y_{3/2} = -17000 \text{ N} \\ N_H = -0,125 \cdot 17000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_{3/2} = 44000 \text{ N} \\ Y_{3/2} = -17000 \text{ N} \\ N_H = -2125 \text{ Nm} \end{cases}$$

Question III.B.2 :

On cherche l'effort du ressort.

On isole la mâchoire 3.

Hypothèse :

- Problème plan (O, \vec{x}, \vec{y}) .
- Le vérin pneumatique n'est pas alimenté.
- Les liaisons sont considérées comme parfaites sauf le contact mors/garnitures de friction.

- On néglige l'action de la pesanteur devant les autres efforts.

BAME :

- L'action du ressort R : $\mathcal{C}(\text{ressort R} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{D, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- L'action du mors de gauche 2 : $\mathcal{C}(\text{mors g 2} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} X_{2/3} & 0 \\ Y_{2/3} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{pmatrix} -X_{3/2} & 0 \\ -Y_{3/2} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{pmatrix} -44000 & 0 \\ 17000 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{B, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- L'action du bâti 0 : $\mathcal{C}(\text{bâti 0} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} X_{0/3} & 0 \\ Y_{0/3} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{C, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

Question III.B.3 :

On applique le théorème du moment statique en C selon \vec{z} :

$$\begin{aligned} \vec{M}(C, R \rightarrow 3) \cdot \vec{z} + \vec{M}(C, 2 \rightarrow 3) \cdot \vec{z} + \vec{M}(C, 0 \rightarrow 3) \cdot \vec{z} &= 0 \\ \Rightarrow (\vec{M}(D, R \rightarrow 3) + \overline{CD} \wedge F \vec{x}) \cdot \vec{z} + (\vec{M}(B, 2 \rightarrow 3) + \overline{CB} \wedge (X_{2/3} \vec{x} + Y_{2/3} \vec{y})) \cdot \vec{z} + 0 &= 0 \\ \Rightarrow (\vec{0} + (0,050 \vec{x} + 0,660 \vec{y}) \wedge F \vec{x}) \cdot \vec{z} + (\vec{0} + 0,250 \vec{y} \wedge (X_{2/3} \vec{x} + Y_{2/3} \vec{y})) \cdot \vec{z} + 0 &= 0 \\ \Rightarrow -0,660 F - 0,250 X_{2/3} &= 0 \\ \Rightarrow F &= -\frac{0,250}{0,660} (-44000) \approx 16667 \text{ N} \end{aligned}$$

Question III.B.4 :

On cherche l'effort du vérin pneumatique.

On isole la mâchoire 3.

Hypothèse :

- Problème plan (O, \vec{x}, \vec{y}) .
- Il n'y a pas contact en H.
- Les liaisons sont considérées comme parfaites.
- On néglige l'action de la pesanteur devant les autres efforts.

BAME :

- L'action du ressort R : $\mathcal{C}(\text{ressort R} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} F & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{D, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- L'action du vérin 5 : $\mathcal{C}(\text{vérin 5} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} X_{5/3} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{E, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$
- L'action du bâti 0 : $\mathcal{C}(\text{bâti 0} \rightarrow \text{mâchoire 3}) = \begin{pmatrix} X_{0/3} & 0 \\ Y_{0/3} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{C, (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

On applique le théorème du moment statique en C selon \vec{z} :

$$\vec{M}(C, R \rightarrow 3) \cdot \vec{z} + \vec{M}(C, 5 \rightarrow 3) \cdot \vec{z} + \vec{M}(C, 0 \rightarrow 3) \cdot \vec{z} = 0$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow -0,660 F + (\vec{M}(E,2 \rightarrow 3) + \vec{CE} \wedge X_{5/3} \vec{x}). \vec{z} + 0 = 0 \\ &\Rightarrow -0,660 \cdot F + (\vec{0} + (0,150 \vec{x} + 0,930 \vec{y}) \wedge X_{5/3} \vec{x}). \vec{z} = 0 \\ &\Rightarrow -0,660 \cdot F - 0,930 \cdot X_{5/3} = 0 \\ &\Rightarrow X_{5/3} = -\frac{0,660}{0,930} \cdot F = -\frac{0,660}{0,930} \cdot 16700 = -11980 \text{ N} \end{aligned}$$

Question III.B.5 :

L'Annexe E conseille un coefficient de sécurité compris entre 1,5 et 2. Le vérin doit donc pouvoir fournir une force comprise entre :

$$17970 \text{ N} < F < 23960 \text{ N}$$

On choisit donc le vérin 200/50 qui peut fournir une force d'environ 18 kN.

Question IV.A.1 :

On cherche la matrice 3×2 T_{32} tel que :

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \\ V_3(t) \end{pmatrix} = T_{32} \cdot \begin{pmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{pmatrix} \\ &\Rightarrow X_{\text{maxi}} \begin{pmatrix} \cos(\beta(t) + \beta_0) \\ \cos(\beta(t) + \beta_0 - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\beta(t) + \beta_0 - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{\text{maxi}} \cos(\alpha(t)) \\ X_{\text{maxi}} \sin(\alpha(t)) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

On a $\alpha(t) = \beta(t) + \beta_0$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \cos(\alpha(t)) \\ \cos(\alpha(t) - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\alpha(t) - \frac{4\pi}{3}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos(\alpha(t)) + b \sin(\alpha(t)) \\ c \cos(\alpha(t)) + d \sin(\alpha(t)) \\ e \cos(\alpha(t)) + f \sin(\alpha(t)) \end{pmatrix}$$

Donc la transformation de Concordia est :

$$T_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

Question IV.A.2 :

On cherche la matrice 2×2 $R(\beta(t))$ tel que :

$$\begin{pmatrix} V_\alpha(t) \\ V_\beta(t) \end{pmatrix} = R(\beta(t)) \begin{pmatrix} V_{sd}(t) \\ V_{sq}(t) \end{pmatrix}$$

On a $\alpha(t) = \beta(t) + \beta_0$

$$\begin{pmatrix} X_{\text{maxi}} \cos(\beta(t) + \beta_0) \\ X_{\text{maxi}} \sin(\beta(t) + \beta_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{\text{maxi}} \cos(\beta_0) \\ X_{\text{maxi}} \sin(\beta_0) \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos(\beta(t) + \beta_0) \\ \sin(\beta(t) + \beta_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cos(\beta_0) + b \sin(\beta_0) \\ c \cos(\beta_0) + d \sin(\beta_0) \end{pmatrix}$$

Donc la transformation de Park est :

$$R(\beta(t)) = \begin{pmatrix} \cos(\beta(t)) & -\sin(\beta(t)) \\ \sin(\beta(t)) & \cos(\beta(t)) \end{pmatrix}$$

Question IV.B.1 :

Hypothèse : Les conditions initiales sont nulles.

Dans le domaine de Laplace, l'équation 1 s'écrit :

$$V_{sd}(p) = R_s \cdot I_{sd}(p) + L_s \cdot p \cdot I_{sd}(p) - L_s \cdot p_p \cdot \Omega(p) \cdot I_{sq}(p)$$

Hypothèse : $\omega(t)$ varie peu.

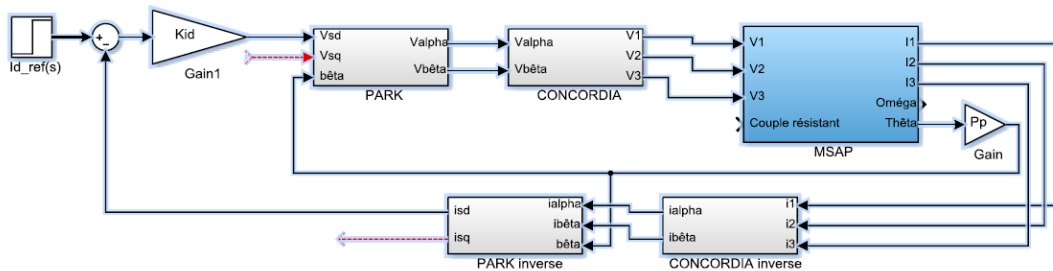
$$\Rightarrow V_{sd}(p) = R_s \cdot I_{sd}(p) + L_s \cdot p \cdot I_{sd}(p)$$

Question IV.B.2 :

$$\Rightarrow V_{sd}(p) = (R_s + L_s \cdot p) \cdot I_{sd}(p)$$

$$\Rightarrow FTBO_{isd}(p) = \frac{I_{sd}(p)}{V_{sd}(p)} = \frac{1}{R_s + L_s p} = \frac{\frac{1}{R_s}}{1 + \frac{L_s}{R_s} p}$$

Question IV.B.3 :



Question IV.B.4 :

$$FTBF_{isd}(p) = \frac{I_{sd}(p)}{I_{sdref}(p)} = \frac{K_{id} \frac{1}{R_s + L_s p}}{1 + K_{id} \frac{1}{R_s + L_s p}} = \frac{K_{id}}{R_s + L_s p + K_{id}} = \frac{\frac{K_{id}}{R_s}}{1 + \frac{L_s}{R_s} p}$$

Question IV.B.5 :

L'écart statique relatif est de :

$$e_{r\infty\%} = \left| 1 - \frac{K_{id}}{K_{id} + R_s} \right| = 5\%$$

$$\Rightarrow \frac{K_{id}}{K_{id} + R_s} = 0,95$$

$$\Rightarrow K_{id} = 0,95(K_{id} + R_s)$$

$$\Rightarrow 0,05 K_{id} = 0,095 R_s$$

D'après l'Annexe N :

$$\Rightarrow K_{id} = \frac{0,095}{0,05} R_s = \frac{0,095}{0,05} 0,31 = 5,89 \text{ V/A}$$

Question IV.B.6 :

Pour annuler l'écart statique, il faut augmenter la classe de la FTBF. On peut choisir un correcteur intégral au lieu d'un correcteur proportionnel.

Question IV.B.7 :

On veut maintenir $i_{sd}(t) = 0$. Tous les blocs sont linéaires, on doit donc maintenir $i_{sdref}(t) = 0$. On suppose que le correcteur fonctionne correctement.

Question IV.C.1 :

Hypothèse : Les conditions initiales sont nulles.

Hypothèse : $\omega(t)$ varie peu.

Hypothèse : $i_{id}(t) = 0$.

Dans le domaine de Laplace, l'équation 2 s'écrit :

$$V_{sq}(p) = R_s \cdot I_{sq}(p) + L_s \cdot p \cdot I_{sq}(p)$$

Dans le domaine de Laplace, l'équation 3 s'écrit :

$$C_{em}(p) = p_p \cdot I_{sq}(p) \cdot \Phi_{sd}(p)$$

Question IV.C.2 :

$$\Rightarrow V_{sq}(p) = (R_s + L_s \cdot p) \cdot I_{sq}(p)$$

$$\Rightarrow FTBO_{isq}(p) = \frac{I_{sq}(p)}{V_{sq}(p)} = \frac{1}{R_s + L_s p} = \frac{\frac{1}{R_s}}{1 + \frac{L_s}{R_s} p}$$

Question IV.C.3

Hypothèse : On prend $K_{id} = 5,89 \text{ V/A}$ pour l'asservissement de i_{sq} .

$$FTBF_{isq}(p) = \frac{I_{sq}(p)}{I_{sqref}(p)} = \frac{K_{id} \frac{1}{R_s + L_s p}}{1 + K_{id} \frac{1}{R_s + L_s p}} = \frac{K_{id}}{R_s + L_s p + K_{id}} = \frac{\frac{K_{id}}{K_{id} + R_s}}{1 + \frac{L_s}{K_{id} + R_s} p}$$

On identifie avec $\frac{A}{1 + \tau_A p}$:

$$\begin{cases} A = \frac{K_{id}}{K_{id} + R_s} \\ \tau_A = \frac{L_s}{K_{id} + R_s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{5,89}{5,89 + 0,31} \\ \tau_A = \frac{0,21}{5,89 + 0,31} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0,95 \\ \tau_A \approx 33,87 \text{ ms} \end{cases}$$

Question IV.D.1 :

Hypothèse : Les conditions initiales sont nulles.

Hypothèse : On prend $C_r(t) = 0 \text{ Nm}$.

Hypothèse : On prend $f = 0 \text{ Nm/(rad/s)}$.

Hypothèse : On prend $\Phi_{sd}(p) = \Phi_{sd}$.

Dans le domaine de Laplace, l'équation 4 s'écrit :

$$J \cdot p \cdot \Omega(p) = C_{em}(p) - C_r(p) - f \cdot \Omega(p)$$

$$\Rightarrow J \cdot p \cdot \Omega(p) = C_{em}(p) = p_p \cdot I_{sq}(p) \cdot \Phi_{sd} = p_p \cdot \frac{\frac{K_{id}}{K_{id} + R_s}}{1 + \frac{L_s}{K_{id} + R_s} p} \cdot I_{sqref}(p) \cdot \Phi_{sd}$$

$$\Rightarrow FTBO_{nc\Omega}(p) = \frac{\Omega(p)}{I_{sqref}(p)} = \frac{p_p \cdot \Phi_{sd}}{J \cdot p} \cdot \frac{\frac{K_{id}}{K_{id} + R_s}}{1 + \frac{L_s}{K_{id} + R_s} p} = \frac{p_p \cdot \Phi_{sd}}{J \cdot p} \cdot \frac{A}{1 + \tau_A p}$$

On identifie avec $\frac{1}{p} \cdot \frac{B}{1 + \tau_B p}$:

$$\begin{cases} B = \frac{p_p \cdot \Phi_{sd}}{J} \cdot \frac{K_{id}}{K_{id} + R_s} \\ \tau_B = \frac{L_s}{K_{id} + R_s} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = \frac{p_p \cdot \Phi_{sd}}{J} \cdot A \\ \tau_B = \tau_A \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = \frac{10,22,5}{4,75} \cdot 0,95 \\ \tau_B = 33,87 \text{ ms} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = 45 \text{ (rad/s)}^2/A \\ \tau_B = 33,87 \text{ ms} \end{cases}$$

Question IV.D.2 :

La fonction en boucle ouverte obtenue est d'ordre 2, donc le système est stable. Cependant il est potentiellement instable, car on peut avoir une phase proche de -180° alors que le gain est proche de 0 dB. Il est donc préférable d'ajouter un correcteur pour éviter cette possibilité.

Question IV.D.3 :

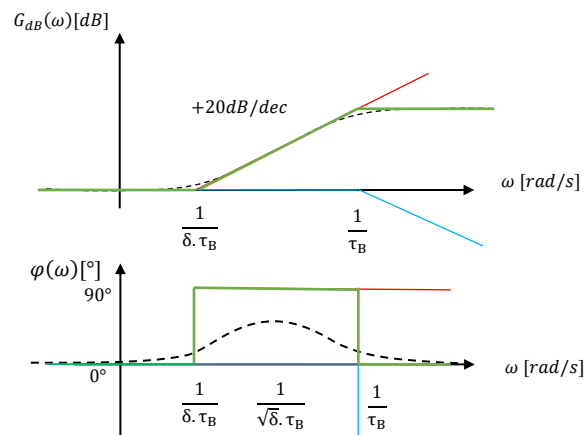
Le correcteur vaut $Corr(p) = K_{pi} \cdot \frac{T_{pi} \cdot p + 1}{T_{pi} \cdot p}$.

$$FTBO_{corr\Omega}(p) = K_{pi} \cdot \frac{T_{pi} \cdot p + 1}{T_{pi} \cdot p} \cdot \frac{p_p \cdot \Phi_{sd}}{J \cdot p} \cdot \frac{\frac{K_{id}}{K_{id} + R_s}}{1 + \frac{L_s}{K_{id} + R_s} p} = K_{pi} \cdot \frac{T_{pi} \cdot p + 1}{T_{pi} \cdot p} \cdot \frac{B}{p \cdot (1 + \tau_B \cdot p)}$$

Question IV.D.4 :

On trace le diagramme de Bode asymptotiques : $H(p) = \frac{T_{pi} \cdot p + 1}{\tau_B \cdot p + 1} = \frac{\delta \cdot \tau_B \cdot p + 1}{\tau_B \cdot p + 1}$

Remarque : Pour cette correction, nous tracerons aussi le diagramme réel.



Cette fonction de transfert réalise une avance de phase.

Question IV.D.5 :

ω_{maxi} correspond à la moyenne logarithmique entre $\frac{1}{\delta \cdot \tau_B}$ et $\frac{1}{\tau_B}$.

$$\log \omega_{\text{maxi}} = \frac{1}{2} \left(\log \frac{1}{\delta \cdot \tau_B} + \log \frac{1}{\tau_B} \right) = \log \left(\sqrt{\frac{1}{\delta \cdot \tau_B} \cdot \frac{1}{\tau_B}} \right) = \log \left(\frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B} \right)$$

$$\Rightarrow \omega_{\text{maxi}} = \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B}$$

Question IV.D.6 :

On cherche δ tel que :

$$\varphi(\omega_{\text{maxi}}) = 45^\circ \Rightarrow \arg \left(\frac{\delta \cdot \tau_B \cdot j\omega_{\text{maxi}} + 1}{\tau_B \cdot j\omega_{\text{maxi}} + 1} \right) = 45^\circ \Rightarrow \arg \left(\frac{\delta \cdot \tau_B \cdot j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B} + 1}{\tau_B \cdot j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B} + 1} \right) = 45^\circ \Rightarrow \arg \left(\frac{j\sqrt{\delta} + 1}{j \frac{1}{\sqrt{\delta}} + 1} \right) = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \arctan(\sqrt{\delta}) - \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\delta}}\right) = 45^\circ \Rightarrow \delta \approx 5,83$$

Remarque : A la calculette :

$$\text{solve} \left(\tan^{-1}(\sqrt{x}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) = \frac{\pi}{4}, x \right) \quad x=5.82843$$

Question IV.D.7 :

On cherche K_{pi} tel que :

$$G_{dB}(\omega_{\text{maxi}}) = 0 \text{ dB} \Rightarrow 20 \cdot \log |FTBO_{\text{corr}\Omega}(j\omega_{\text{maxi}})| = 0 \text{ dB} \Rightarrow |FTBO_{\text{corr}\Omega}(j\omega_{\text{maxi}})| = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{pi} \cdot \frac{T_{pi} \cdot j\omega_{\text{maxi}} + 1}{T_{pi} \cdot j\omega_{\text{maxi}}} \cdot \frac{B}{j\omega_{\text{maxi}} \cdot (1 + \tau_B \cdot j\omega_{\text{maxi}})} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \left| K_{pi} \cdot \frac{\delta \cdot \tau_B \cdot j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B} + 1}{\delta \cdot \tau_B \cdot j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B}} \cdot \frac{B}{j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B} \cdot \left(1 + \tau_B \cdot j \frac{1}{\sqrt{\delta} \cdot \tau_B}\right)} \right| = 1$$

$$\Rightarrow \left| -K_{pi} \cdot (j\sqrt{\delta} + 1) \cdot \frac{B}{\frac{1}{\tau_B} \cdot \left(1 + j \frac{1}{\sqrt{\delta}}\right)} \right| = 1 \Rightarrow K_{pi} = \frac{1}{B \cdot \sqrt{\delta} \cdot \tau_B} \approx 0,272$$

Remarque : A la calculette :

$$\text{solve} \left(\left| -x \cdot (i \cdot \sqrt{5.828} + 1) \cdot \frac{45}{\frac{1}{0.03387} \cdot \left(1 + i \cdot \frac{1}{\sqrt{5.828}}\right)} \right| = 1, x \right)$$

$$x = -0.271777 \text{ or } x = 0.271777$$

Ne pas ajouter de gain en ω_{maxi} permet de modifier uniquement la phase.

Question IV.D.8 :

On souhaite qu'il n'y ait pas de dépassement, $t_{r5\%} < 20\text{ms}$ et $e_{r\infty\%} = 0\%$.

On lit graphiquement, qu'il y a :

- un premier dépassement : $D_1 = |\omega(t_1) - \omega_\infty| = |52 - 50| = 2 \text{ rad/s} > 0 \text{ rad/s}$.

- une rapidité : $t_{r5\%} = 5\text{ms} < 20\text{ms}$. Bande des 5% : [47,5 rad/s ; 52,5 rad/s]
- un écart statique : $e_{r\infty\%} = \left| \frac{\omega_0 - \omega_\infty}{\omega_0} \right| = \left| \frac{50 - 50}{50} \right| = 0\%$.

Le critère de dépassement du CdCF n'est pas respecté. On pourrait améliorer le dépassement en modifiant δ .

Question V.1 :

Données

```
points = [80000,72453,46792,12075,0]
```

$\Delta T = 1/8$

```
def aire_rectangle_default():
    aire = 0
    for i in range(len(points)-1):
        aire += min(points[i],points[i+1]) * ΔT
    return aire
```

$\Delta T = 1/8$

```
def aire_rectangle_exces():
    aire = 0
    for i in range(len(points)-1):
        if points[i] > points[i+1]:
            aire += points[i] * ΔT
        else:
            aire += points[i+1] * ΔT
    return aire
```

pas de temps
initialise l'aire
parcourt les indices de la liste
cherche le max entre deux puissances successives
ajoute l'aire par excès
retourne la valeur calculée pour l'aire

$\Delta T = 1/8$

```
def aire_trapeze():
    aire = 0
    for i in range(len(points)-1):
        aire += (points[i]+points[i+1]) * ΔT/2
    return aire
```

somme les aires des trapezes successifs

```
print(aire_rectangle_default())
print(aire_rectangle_exces())
print(aire_trapeze())
```

exécute la fonction et affiche le résultat

Question V.2 :

L'énergie récupérable représente $\frac{17,4}{71} \approx 24,5\%$ de l'énergie totale dépensée pour un cycle de forgeage. La récupération d'énergie est donc intéressante.