

# CORRECTION - CCS PSI 2017

## Sciences Industrielles de l'Ingénieur Simulateur de vol pour la formation de pilotes en aéroclub

Ce corrigé vous est proposé par :

SciencesIndustrielles.com



Ce document est rédigé comme une copie d'élève devrait l'être.

Attention, nous rappelons aux candidats, qu'aux concours, 1pt/20 est destiné à la présentation de la copie.

**Question 1 :**

Le cout minimal de la formation en vol traditionnelle sans simulateur est de :

$$\text{cout}_{vt} = 45h \cdot 135\text{€}/h + 35h \cdot 25\text{€}/h = 6950\text{€}$$

Le cout minimal de la formation multi-modale avec simulateur est de :

$$\text{cout}_{mm} = 40h \cdot 135\text{€}/h + 5h \cdot 35\text{€}/h + 40h \cdot 25\text{€}/h = 6575\text{€}$$

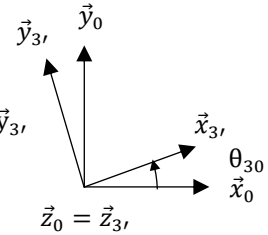
L'économie est donc de :

$$6950 - 6575 = 375\text{€} \text{ soit } \frac{375}{6950} \approx 5,4\% > 5\%$$

L'exigence 3.1 « Réduction du cout » du Cahier des Charges Fonctionnel (CdCF) est donc respectée.

**Partie I****Question 2 :**

$$\vec{\Gamma}(G_{3'}, 3'/0) = \left[ \frac{d\vec{V}(G_{3'}, 3'/0)}{dt} \right]_0 = \left[ \frac{dv_a \vec{x}_{3'}}{dt} \right]_0 = \dot{v}_a \vec{x}_{3'} + v_a \dot{\theta}_{30} \vec{y}_{3'}$$



$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_a &= -\vec{\Gamma}(G_{3'}, 3'/0) - g\vec{y}_0 = -\dot{v}_a \vec{x}_{3'} - v_a \dot{\theta}_{30} \vec{y}_{3'} - g(\sin \theta_{30} \vec{x}_{3'} + \cos \theta_{30} \vec{y}_{3'}) \\ &= \begin{pmatrix} -\dot{v}_a - g \sin \theta_{30} \\ -v_a \dot{\theta}_{30} - g \cos \theta_{30} \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_{3'}, \vec{y}_{3'}, \vec{z}_{3'})} \end{aligned}$$

**Question 3 :**

On lit graphiquement dans la zone 1 :

$$\vec{\Gamma}_a \cdot \vec{y}_{3'} \approx -26 \text{ m/s}^2$$

On lit graphiquement dans la zone 2 :

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{30} &\approx \frac{11,7 - 7,1}{1,4 - 1,13} \approx 17^\circ/\text{s} \approx 0,3 \text{ rad/s} \\ \theta_{30} &\approx 9^\circ \Rightarrow \cos \theta_{30} \approx \cos 9^\circ \approx 0,99 \approx 1 \end{aligned}$$

Remarque : attention il y a 8 carreaux pour 1 s en abscisse.

Donc

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_a \cdot \vec{y}_{3'} &= -v_a \dot{\theta}_{30} - g \cos \theta_{30} \\ \Rightarrow v_a &= -\frac{\vec{\Gamma}_a \cdot \vec{y}_{3'} + g \cos \theta_{30}}{\dot{\theta}_{30}} \approx -\frac{-26 + 9,81}{0,3} \approx 54 \text{ m/s} \approx 194 \text{ km/h} \end{aligned}$$

La vitesse indiquée par le pilote était d'environ 200 km/h, il y a un écart d'environ 6%. Ce qui est modeste.

**Question 4 :**

$$\vec{\Gamma}(G_3, 3/0) = \left[ \frac{d\vec{V}(G_3, 3/0)}{dt} \right]_0 = \left[ \frac{dv_c \vec{y}_0}{dt} \right]_0 = \dot{v}_c \vec{y}_0$$

$$\vec{\Gamma}_c = -\vec{\Gamma}(G_3, 3/0) - g\vec{y}_0 = -\dot{v}_c \vec{y}_0 - g\vec{y}_0 = -(\dot{v}_c + g)(\sin \theta_{30} \vec{x}_3 + \cos \theta_{30} \vec{y}_3) = \begin{pmatrix} -(\dot{v}_c + g) \sin \theta_{30} \\ -(\dot{v}_c + g) \cos \theta_{30} \\ 0 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)}$$

**Question 5 :**

Hypothèse :  $\theta_{30} \approx 0^\circ$

Donc  $\vec{\Gamma}_c \cdot \vec{y}_3 = -(\dot{v}_c + g) \cos \theta_{30} \vec{y}_3 \approx -(\dot{v}_c + g) \vec{y}_3 \approx -(15 + 9,8) \vec{y}_3 \approx -25 \vec{y}_3$  en  $m/s^2$

On est proche de la valeur de l'accélération de l'avion  $\vec{\Gamma}_a \cdot \vec{y}_{3'} \approx -26 \text{ m/s}^2$  avec  $\approx 4\%$  d'écart.

D'autre part, en approximant  $v_c(t)$  à un triangle, la distance parcourue est de :

$$\Delta y \approx \frac{3,15}{2} \approx 22,5m > 2,5m$$

L'exigence 2.1 « hauteur sous plafond » du CdCF n'est donc pas respectée. Le simulateur de vol ne peut pas restituer l'accélération mesurée dans la zone 1.

## Partie II

### Question 6 :

Le mouvement de tangage de 3/0 est une rotation uniquement selon  $\vec{z}_3$ . On doit donc projeter  $\vec{\Omega}(3/0)$  dans  $R_3$ .

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(3/0) &= \vec{\Omega}(3/6) + \vec{\Omega}(6/0) = \dot{\theta}_{x36}\vec{x}_3 + \dot{\theta}_{z36}\vec{z}_6 + \dot{\theta}_{60}\vec{z}_6 \\ &= \dot{\theta}_{x36}\vec{x}_3 + (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \sin \theta_{x36} \vec{y}_3 + (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \cos \theta_{x36} \vec{z}_3\end{aligned}$$

On doit donc avoir :

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{x36} = 0 \\ (\dot{\theta}_{z36} + \dot{\theta}_{60}) \sin \theta_{x36} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{cas 1 : } \begin{cases} \theta_{x36} = \text{cte} \\ \dot{\theta}_{z36} = -\dot{\theta}_{60} \end{cases} \text{ ou cas 2 : } \begin{cases} \theta_{x36} = \text{cte} \\ \theta_{x36} = 0 \end{cases}$$

Au niveau du joint de cardan, si  $\theta_{x36} = \text{cte}$  alors  $\theta_{z36} = \text{cte}$  et donc on aurait  $\dot{\theta}_{z36} = 0 \Rightarrow \dot{\theta}_{60} = 0$ . Il n'y aurait donc plus de tangage car  $\vec{\Omega}(3/0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_3}$ . Le cas 1 ne convient donc pas.

Seul le cas 2 convient, on doit imposer  $\theta_{x36} = 0$  pour avoir du tangage.

### Question 7 :

Le degré de mobilité est :

$$m = 2$$

Il y a 2 mobilités utiles du mécanisme, 0 mobilité interne.

L'hyperstatisme du modèle plan est de :

$$h = m + I_s - 3(N_p - 1) = 2 + (10.2 + 1.2) - 3(9 - 1) = 2 + 22 - 24 = 0$$

Le mécanisme est donc isotatique. On peut donc déterminer toutes les actions mécaniques de ce modèle.

### Question 8 :

Hypothèse :

- $\theta_{30} = 0^\circ$
- On néglige la pesanteur sur 6

On isole 6.

On fait le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) :

$$\begin{aligned}- \mathcal{F}(0 \rightarrow 6) &= \begin{matrix} E \\ \vec{0} \end{matrix} \begin{pmatrix} X_{06}\vec{x}_0 + Y_{06}\vec{y}_0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ - \mathcal{F}(9 \rightarrow 6) &= \begin{matrix} F \\ \vec{0} \end{matrix} \begin{pmatrix} Y_{96}\vec{y}_9 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} E \\ \vec{0} \end{matrix} \begin{pmatrix} Y_{96}\vec{y}_9 \\ (d_{61}Y_{96} \cos \theta_{96} - h_6 Y_{96} \sin \theta_{96})\vec{z}_0 \end{pmatrix} \\ - \mathcal{F}(3 \rightarrow 6) &= \begin{matrix} C \\ \vec{0} \end{matrix} \begin{pmatrix} -m_3 g \vec{y}_0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} E \\ \vec{0} \end{matrix} \begin{pmatrix} -m_3 g \vec{y}_0 \\ -Lm_3 g \cos \theta_{60\text{moy}} \vec{z}_0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{M}(E, 9 \rightarrow 6) &= \vec{M}(F, 9 \rightarrow 6) + \vec{E}\vec{F} \wedge Y_{96}\vec{y}_9 = (d_{61}\vec{x}_6 - h_6\vec{y}_6) \wedge Y_{96}\vec{y}_9 \\ &= d_{61}Y_{96} \sin \left( \frac{\pi}{2} + \theta_{96} \right) \vec{z}_0 - h_6 Y_{96} \sin \theta_{96} \vec{z}_0 = (d_{61}Y_{96} \cos \theta_{96} - h_6 Y_{96} \sin \theta_{96}) \vec{z}_0\end{aligned}$$

$$\vec{M}(E, 3 \rightarrow 6) = \vec{M}(C, 3 \rightarrow 6) + \vec{E}\vec{C} \wedge -m_3 g \vec{y}_0 = L\vec{x}_6 \wedge -m_3 g \vec{y}_0 = -Lm_3 g \cos \theta_{60\text{moy}} \vec{z}_0$$

On applique le Théorème de Moment Statique (TMS) en E projeté sur  $\vec{z}_0$  :

$$d_{61}Y_{96} \cos \theta_{96} - h_6 Y_{96} \sin \theta_{96} - Lm_3 g \cos \theta_{60\text{moy}} = 0$$

$$\Rightarrow Y_{96} = \frac{Lm_3 g \cos \theta_{60\text{moy}}}{d_{61} \cos \theta_{96} - h_6 \sin \theta_{96}}$$

### Question 9 :

Les 2 vérins à gaz permettent de compenser l'action de la pesanteur dans une position moyenne.

D'autre part, on a choisi une transmission irréversible avec des système roue-vis.

Les moteurs doivent donc fournir des couples beaucoup plus faibles car ils n'ont pas à soulever la structure mais uniquement à l'orienter et l'accélérer.

On a donc une consommation électrique plus faible pendant les phases de vol stationnaires et un dimensionnement plus petit de la motorisation.

Cependant les réducteurs roue-vis ont un mauvais rendement d'environ 50% qu'il s'agira de compenser par plus de consommation dans les phases de mouvement.

### Partie III

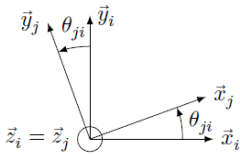
#### Question 10 :

On écrit une fermeture géométrique dans la chaîne fermée OABCEO :

$$\begin{aligned} \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CE} + \vec{EO} &= \vec{0} \\ r\vec{x}_1 + l\vec{y}_2 - d_{32}\vec{x}_3 - h_3\vec{y}_3 - L\vec{x}_6 + d_{02}\vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0 &= \vec{0} \end{aligned}$$

On projette dans  $B_0$  :

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} r\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_0 + l\vec{y}_2 \cdot \vec{x}_0 - d_{32}\vec{x}_3 \cdot \vec{x}_0 - h_3\vec{y}_3 \cdot \vec{x}_0 - L\vec{x}_6 \cdot \vec{x}_0 + d_{02}\vec{x}_0 \cdot \vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0 \cdot \vec{x}_0 = 0 \\ r\vec{x}_1 \cdot \vec{y}_0 + l\vec{y}_2 \cdot \vec{y}_0 - d_{32}\vec{x}_3 \cdot \vec{y}_0 - h_3\vec{y}_3 \cdot \vec{y}_0 - L\vec{x}_6 \cdot \vec{y}_0 + d_{02}\vec{x}_0 \cdot \vec{y}_0 - h_{01}\vec{y}_0 \cdot \vec{y}_0 = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} r \cos \theta_{10} + l \cos \left( \frac{\pi}{2} + \theta_{20} \right) - d_{32} \cos \theta_{30} - h_3 \cos \left( \frac{\pi}{2} + \theta_{30} \right) - L \cos \theta_{60} + d_{02} = 0 \\ r \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{10} \right) + l \cos \theta_{20} - d_{32} \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{30} \right) - h_3 \cos \theta_{30} - L \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{60} \right) - h_{01} = 0 \end{cases} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} r \cos \theta_{10} - l \sin \theta_{20} - d_{32} \cos \theta_{30} + h_3 \sin \theta_{30} - L \cos \theta_{60} + d_{02} = 0 \quad (1) \\ r \sin \theta_{10} + l \cos \theta_{20} - d_{32} \sin \theta_{30} - h_3 \cos \theta_{30} - L \sin \theta_{60} - h_{01} = 0 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

On écrit une fermeture géométrique dans la chaîne fermée HIDCEH :

$$\begin{aligned} \vec{HI} + \vec{ID} + \vec{DC} + \vec{CE} + \vec{EH} &= \vec{0} \\ r\vec{x}_5 + l\vec{y}_4 + d_{31}\vec{x}_3 - h_3\vec{y}_3 - L\vec{x}_6 + d_{01}\vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0 &= \vec{0} \end{aligned}$$

On projette dans  $B_0$  :

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{cases} r\vec{x}_5 \cdot \vec{x}_0 + l\vec{y}_4 \cdot \vec{x}_0 + d_{31}\vec{x}_3 \cdot \vec{x}_0 - h_3\vec{y}_3 \cdot \vec{x}_0 - L\vec{x}_6 \cdot \vec{x}_0 + d_{01}\vec{x}_0 \cdot \vec{x}_0 - h_{01}\vec{y}_0 \cdot \vec{x}_0 = 0 \\ r\vec{x}_5 \cdot \vec{y}_0 + l\vec{y}_4 \cdot \vec{y}_0 + d_{31}\vec{x}_3 \cdot \vec{y}_0 - h_3\vec{y}_3 \cdot \vec{y}_0 - L\vec{x}_6 \cdot \vec{y}_0 + d_{01}\vec{x}_0 \cdot \vec{y}_0 - h_{01}\vec{y}_0 \cdot \vec{y}_0 = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} r \cos \theta_{50} + l \cos \left( \frac{\pi}{2} + \theta_{40} \right) + d_{31} \cos \theta_{30} - h_3 \cos \left( \frac{\pi}{2} + \theta_{30} \right) - L \cos \theta_{60} + d_{01} = 0 \\ rL \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{50} \right) + l \cos \theta_{40} + d_{31}L \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{30} \right) - h_3 \cos \theta_{30} - L \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta_{60} \right) - h_{01} = 0 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} r \cos \theta_{50} - l \sin \theta_{40} + d_{31} \cos \theta_{30} + h_3 \sin \theta_{30} - L \cos \theta_{60} + d_{01} = 0 \quad (3) \\ r \sin \theta_{50} + l \cos \theta_{40} + d_{31} \sin \theta_{30} - h_3 \cos \theta_{30} - L \sin \theta_{60} - h_{01} = 0 \quad (4) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) - (1) : &\Rightarrow \begin{cases} r(\cos \theta_{50} - \cos \theta_{10}) - l(\sin \theta_{40} - \sin \theta_{20}) + (d_{31} + d_{32}) \cos \theta_{30} + d_{01} - d_{02} = 0 \\ (4) - (2) : \Rightarrow \begin{cases} r(\sin \theta_{50} - \sin \theta_{10}) + l(\cos \theta_{40} - \cos \theta_{20}) + (d_{31} + d_{32}) \sin \theta_{30} = 0 \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

On a donc par identification  $\lambda_1 = r, \lambda_2 = l$  et  $\lambda_3 = d = d_{31} + d_{32} = d_{01} - d_{02}$

**Question 11 :**

Hypothèse :

- $r \ll L$  et  $\theta_{40} \approx \theta_{20}$
- $\theta_{10} = -\theta_{50}$

$$(4) : \Rightarrow -2r \sin \theta_{10} + d \sin \theta_{30} = 0$$

$$\Rightarrow \theta_{30} = \arcsin \frac{2r \sin \theta_{10}}{d}$$

**Question 12 :**

On lit graphiquement que l'écart maximal entre les deux modèles est d'environ  $0,3^\circ$  soit un écart maximal relatif d'environ  $\frac{10,3-10}{10} \approx 3\% < 5\%$

L'hypothèse relative aux dispositifs bielle-manivelle est donc pertinente.

**Question 13 :**

Afin de simplifier le modèle, on linéarise la fonction autour de  $0^\circ$  avec la figure 10 :

$$\theta_{30} \approx \frac{10 - (-10)}{40 - (-40)} \theta_{10} \approx 0,25 \theta_{10}$$

**Question 14 :**

	$0 \leq t \leq t_1 :$	$t_1 \leq t \leq t_2$	$t_2 \leq t \leq t_3$
$a_{m/0}(t)$	$\frac{\omega_{\max}}{t_1}$	0	$-\frac{\omega_{\max}}{t_3 - t_2}$
$\omega_{m/0}(t)$	$\frac{\omega_{\max}}{t_1} t$	$\omega_{\max}$	$-\frac{\omega_{\max}}{t_3 - t_2} (t - t_2) + \omega_{\max}$
$\theta_m(t)$	$\frac{1}{2} \frac{\omega_{\max}}{t_1} t^2$	$\omega_{\max}(t - t_1) + \theta_m(t_1)$	$-\frac{1}{2} \frac{\omega_{\max}}{t_3 - t_2} (t - t_2)^2 + \omega_{\max}(t - t_2) + \theta_m(t_2)$

avec  $\theta_m(t_1) = \frac{1}{2} \frac{\omega_{\max}}{t_1} t_1^2 = \frac{1}{2} \omega_{\max} t_1$  et  $\theta_m(t_2) = \omega_{\max}(t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \omega_{\max} t_1$

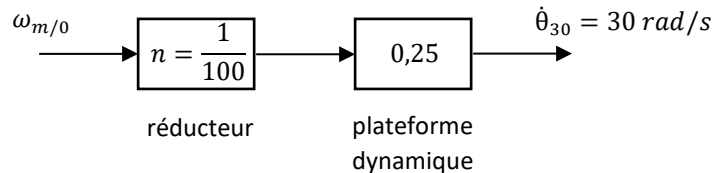
Remarques : Il y a plusieurs écritures possibles.

Par exemple  $\theta_m(t) = -\frac{1}{2} \frac{\omega_{\max}}{t_3 - t_2} (t - t_3)^2 + \theta_m(t_3)$ , avec  $\theta_m(t_3) = \omega_{\max} \left( \frac{t_1}{2} + t_2 - t_1 + \frac{t_3 - t_2}{2} \right)$

**Question 15 :**

En utilisant les résultats des questions 3 et 13 :

La chaîne d'énergie étudiée est la suivante :  $\omega_{1/0} = \dot{\theta}_{10}$



On a donc  $\omega_{m/0} \approx 100 \frac{1}{0,25} \dot{\theta}_{30} \Rightarrow \omega_{m/0} \approx 100 \frac{1}{0,25} 0,3 \approx 120 \text{ rad/s}$

La valeur de  $\dot{\theta}_{30}$  correspond à des conditions de vol sévères. La consigne maximale  $\omega_{\max} \approx 120 \text{ rad/s}$  est d'un ordre de grandeur acceptable.

**Question 16 :**

$$P_V = \mathcal{F}(0 \rightarrow V) \otimes \mathcal{U}(V/0) + \mathcal{F}(\text{mot} \rightarrow V) \otimes \mathcal{U}(V/0)$$

$$\Rightarrow P_V = -C_{0V} \omega_{m/0} + C_{\text{mot}} \omega_{m/0}$$

$$\Rightarrow P_V = (C_{\text{mot}} - C_{0V}) \omega_{m/0}$$

$$P_1 = \mathcal{F}(0 \rightarrow 1) \otimes \mathcal{U}(1/0) + \mathcal{F}(2 \rightarrow 1) \otimes \mathcal{U}(1/0) \quad \text{avec } \vec{V}(A, 1/0) = r\omega_{1/0}\vec{y}_1$$

$$\Rightarrow P_1 = -C_{01}\omega_{1/0} - F_{21}r \cos \theta_{10} \omega_{1/0}$$

$$\Rightarrow P_1 = (-C_{01} - F_{21}r \cos \theta_{10})\omega_{1/0}$$

**Question 17 :**

Hypothèses :

- $\omega_{1/0}$  est constante
- Le référentiel est supposé galiléen
- Les liaisons sont considérées avec frottement

On isole l'ensemble  $\Sigma = \{1, V\}$ .

L'énergie cinétique galiléenne de  $\Sigma$  s'écrit :

$$E_c(\Sigma/0) = E_c(1/0) + E_c(V/0) = \text{constante}$$

Les puissances extérieures s'écrivent :

$$P_{\text{ext}}(\vec{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = P_V + P_1$$

Les puissances intérieures s'écrivent :

$$P_{\text{int}}(\Sigma) = P_{\text{diss}}$$

On applique le Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) à  $\Sigma$  :

$$\frac{dE_c}{dt}(\Sigma/0) = P_{\text{ext}}(\vec{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) + P_{\text{int}}(\Sigma)$$

$$P_1 + P_V + P_{\text{diss}} = 0$$

$$\Rightarrow (-C_{01} - F_{21}r \cos \theta_{10})\omega_{1/0} + (C_{\text{mot}} - C_{0V})\omega_{m/0} + P_{\text{diss}} = 0$$

$$\Rightarrow (-C_{01}n - F_{21}rn \cos \theta_{10} + C_{\text{mot}} - C_{0V})\omega_{m/0} + P_{\text{diss}} = 0$$

Par identification  $C_0 = C_{01}n + C_{0V}$  et  $C_1 = rn$

**Question 18 :**

Si  $\theta_{10} \in [-90, 90]$ , alors  $P_1 \leq 0$ .

On a donc

$$P_1 + P_V + P_{\text{diss}} = 0$$

$$\Rightarrow P_1 + P_V + (\eta - 1)P_V = 0$$

$$\Rightarrow P_1 + \eta P_V = 0$$

$$\Rightarrow -C_1 \cos \theta_{10} F_{21} \omega_{m/0} + \eta(C_{\text{mot}} - C_0) \omega_{m/0} = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{mot}} = \frac{C_1 \cos \theta_{10} F_{21}}{\eta} + C_0$$

Si  $\theta_{10} \in ]90, 270[$ , alors  $P_1 > 0$ .

On a donc

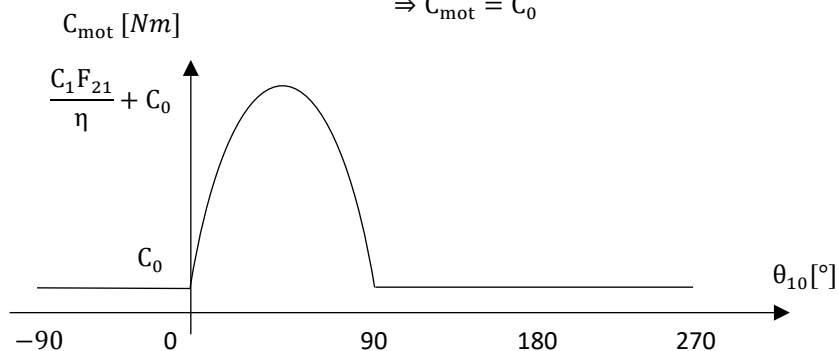
$$P_1 + P_V + P_{\text{diss}} = 0$$

$$\Rightarrow P_1 + P_V + (\eta - 1)P_V - P_1 = 0$$

$$\Rightarrow \eta P_V = 0$$

$$\Rightarrow \eta(C_{\text{mot}} - C_0) \omega_{m/0} = 0$$

$$\Rightarrow C_{\text{mot}} = C_0$$



A l'aide de la Figure 12, on identifie  $C_0 \approx 0,65Nm$  entre  $90^\circ$  et  $270^\circ$ .

Le modèle utilisé est assez fin et permet de bien représenter l'allure de la courbe expérimentale. Cependant, on note des sauts entre  $90^\circ$  et  $270^\circ$  qui peuvent s'expliquer par du jeu au niveau du système roue-vis, que nous n'avons pas modélisé.

**Question 19 :**

$$E_c(\Sigma/0) = E_c(1/0) + E_c(V/0) = \frac{1}{2}J_{eq}\omega_{m/0}^2 = \frac{1}{2}J_1\omega_{1/0}^2 + \frac{1}{2}J_V\omega_{m/0}^2 = \frac{1}{2}(J_1n^2 + J_V)\omega_{m/0}^2$$

$$\Rightarrow J_{eq} = J_1n^2 + J_V$$

**Question 20 :**

Hypothèses :

- On néglige  $P_1$  devant  $\eta P_V$
- Le référentiel est supposé galiléen
- $\theta_{10} \approx 90^\circ$
- Les liaisons sont considérées avec frottement

On isole l'ensemble  $\Sigma = \{1, V\}$ .

L'énergie cinétique galiléenne de  $\Sigma$  s'écrit :

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2}J_{eq}\omega_{m/0}^2$$

Les puissances extérieures s'écrivent :

$$P_{ext}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = P_V$$

Les puissances intérieures s'écrivent :

$$P_{int}(\Sigma) = P_{diss} = (\eta - 1)P_V$$

On applique le Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) à  $\Sigma$  :

$$\frac{dE_c}{dt}(\Sigma/0) = P_{ext}(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) + P_{int}(\Sigma)$$

$$\Rightarrow \frac{d\left(\frac{1}{2}J_{eq}\omega_{m/0}^2\right)}{dt} = \eta P_V$$

$$\Rightarrow J_{eq}\dot{\omega}_{m/0}\omega_{m/0} = \eta(C_{mot} - C_0)\omega_{m/0}$$

$$\Rightarrow J_{eq}\dot{\omega}_{m/0} = \eta(C_{mot} - C_0)$$

Par identification

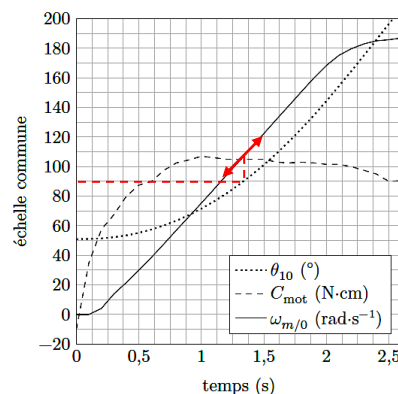
$$C_{utile} = \eta(C_{mot} - C_0)$$

Pour  $\theta_{10} \approx 90^\circ$ , on lit graphiquement les valeurs numériques sur la Figure 12 de gauche :

$$C_{utile} \approx 0,5(1,05 - 0,65) \approx 0,2Nm$$

**Question 21 :**

Pour  $\theta_{10} \approx 90^\circ$ , on lit graphiquement la pente de la  $\omega_{m/0}$  sur la Figure 12 de gauche :



$$\dot{\omega}_{m/0} \approx \frac{123 - 75}{1,5 - 1} \approx 96 \text{ rad/s}$$

On a donc

$$J_{eq} \approx \frac{C_{utile}}{\dot{\omega}_{m/0}} \approx \frac{0,20}{96} \approx 0,002 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

### Question 22 :

Dans la question 15, on se limite à  $\omega_m = 120 \text{ rad/s}$  au maximum. On cherche à modéliser le cas le plus défavorable selon le critère de stabilité, c'est-à-dire la courbe  $\omega_m = 120 \text{ rad/s}$ .

On observe sur la Figure E une pente horizontale en BF, de  $-40\text{dB/dec}$  en HF, et une phase de strictement décroissante de  $0^\circ$  à  $-180^\circ$ .

On modélise la machine synchrone autopilotée par un 2<sup>e</sup>me ordre de classe 0.

$$H_{mo}(p) = \frac{K}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

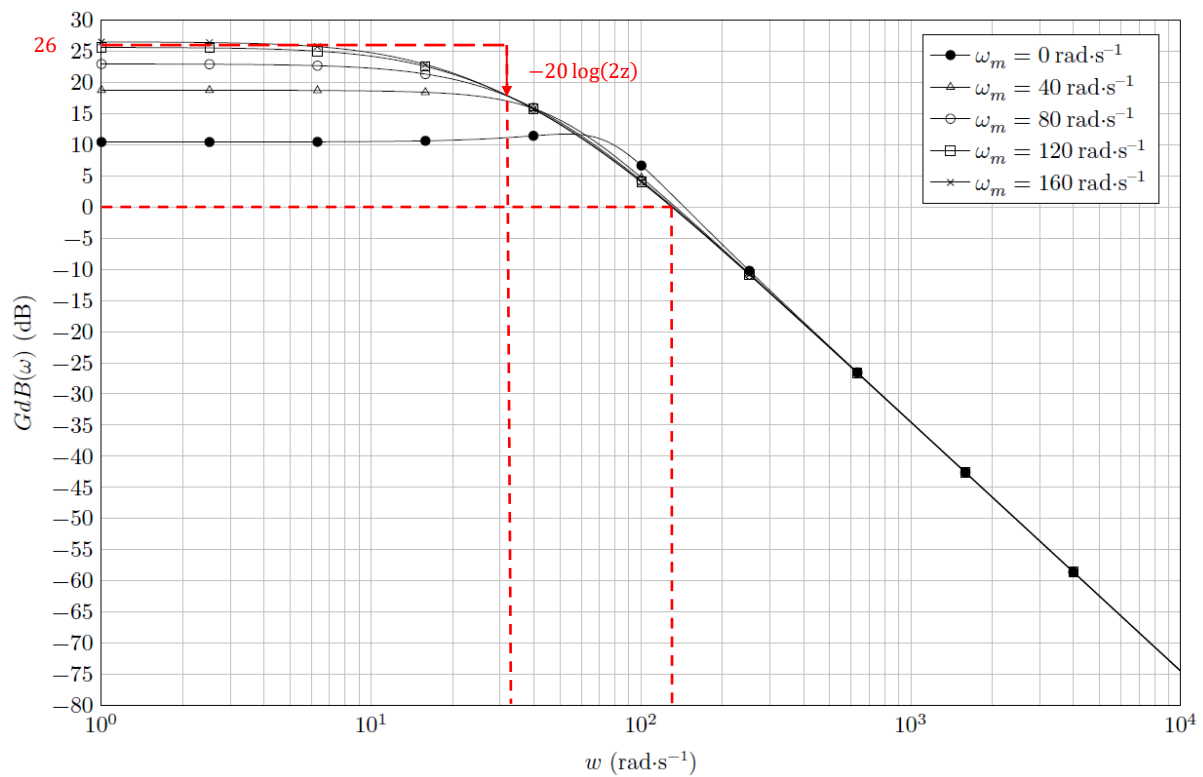
On lit graphiquement :  $20 \log K \approx 26\text{dB} \Rightarrow K \approx 10^{\frac{26}{20}} \approx 20 \text{ (rad/s)/V}$

$$\omega_0 \approx 31\text{rad/s}$$

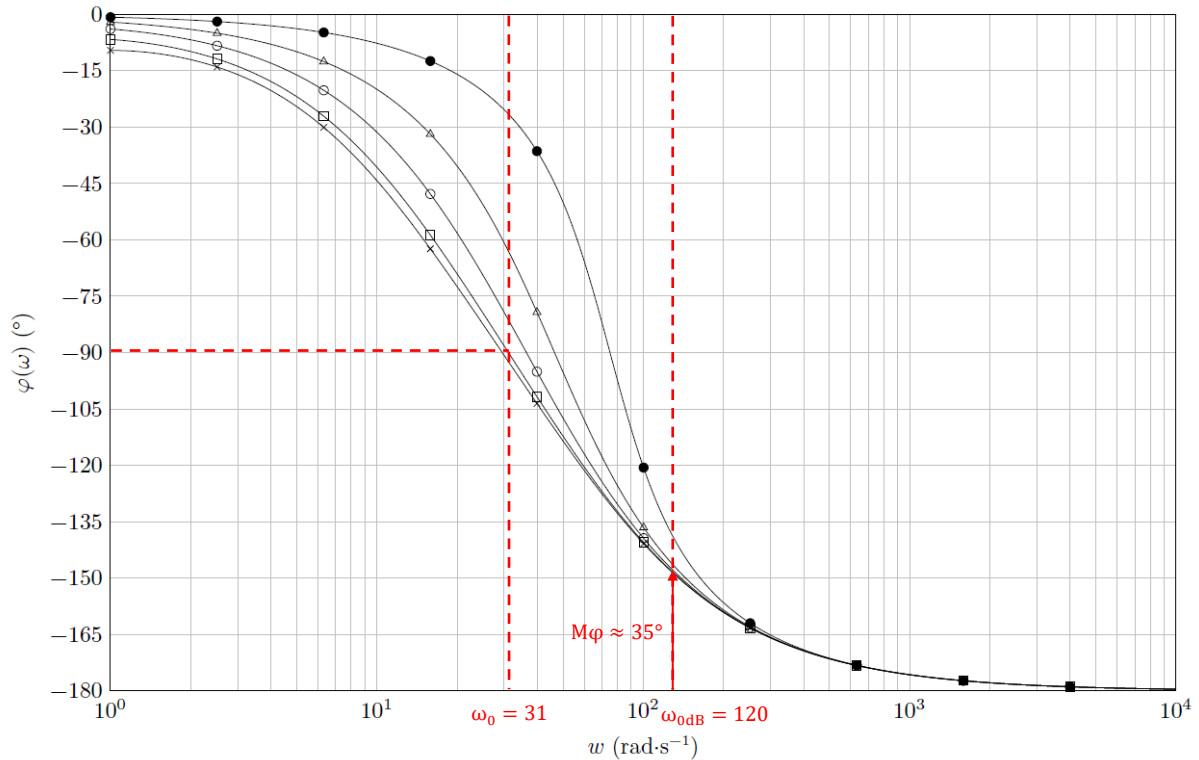
$$-20 \log(2z) \approx -8\text{dB} \Rightarrow z \approx \frac{1}{2} 10^{\frac{8}{20}} \approx 1,26$$

Donc

$$H_{mo}(p) \approx \frac{20}{1 + \frac{2 \cdot 1,26}{31}p + \frac{1}{31^2}p^2} \approx \frac{20}{1 + 0,08p + 0,001p^2}$$







**Question 23 :**

Hypothèse :  $H_{cor}(p) = 1$

$$H_{bfnc}(p) = \frac{H_{mo}(p)}{1 + H_{mo}(p)} \approx \frac{20}{1 + \frac{20}{1 + 0,08p + 0,001p^2}} \approx \frac{20}{21 + 0,08p + 0,001p^2} \approx \frac{\frac{20}{21}}{1 + \frac{0,08}{21}p + \frac{0,001}{21}p^2}$$

$$\approx \frac{0,95}{1 + 0,004p + 5 \cdot 10^{-5}p^2}$$

On identifie avec un 2eme ordre de classe 0 :

$$\begin{cases} K \approx 0,95 \\ \frac{2z}{\omega_0} \approx 0,004 \\ \frac{1}{\omega_0^2} \approx 5 \cdot 10^{-5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K \approx 0,95 \\ z \approx \frac{1}{2} \cdot 0,004 \cdot \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-5}}} \approx 0,28 \\ \omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{5 \cdot 10^{-5}}} \approx 141 \text{ rad/s} \end{cases}$$

Performance de rapidité : Il n'y a pas l'abaque  $t_{r5\%}\omega_0 = f(z)$  dans le sujet, on ne peut donc pas répondre.

Performance de précision : L'entrée et la sortie sont de même nature, mais  $K \neq 1$ , donc le système n'est pas précis. Le critère du CdCF n'est pas respecté

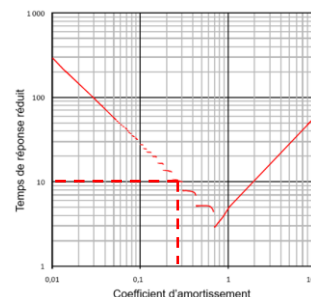
Performance de stabilité : On lit graphiquement  $\omega_{0dB} \approx 120 \text{ rad/s} \gg 50 \text{ rad/s}$  et  $M\phi \approx 35^\circ < 45^\circ$ . Le critère du CdCF n'est pas respecté

Remarque : Si on avait eu l'abaque, pour  $z \approx 0,28$ , on lit graphiquement :

$$t_{r5\%}\omega_0 \approx 10$$

$$\Rightarrow t_{r5\%} \approx \frac{10}{\omega_0} \approx \frac{10}{141} \approx 70 \text{ ms} > 50 \text{ ms}$$

Le critère du CdCF de rapidité n'est pas respecté.



**Question 24 :**

On a un écart statique non nul. Mettre un correcteur intégral augmente la classe de la FTBO et donc rend le système précis. De plus, étant placé en amont de la perturbation, il annule l'influence de la perturbation en régime permanent.

**Question 25 :**

On veut avoir  $\omega_{0dB} = 50 \text{ rad/s}$  et  $M\varphi \geq 45^\circ$ .

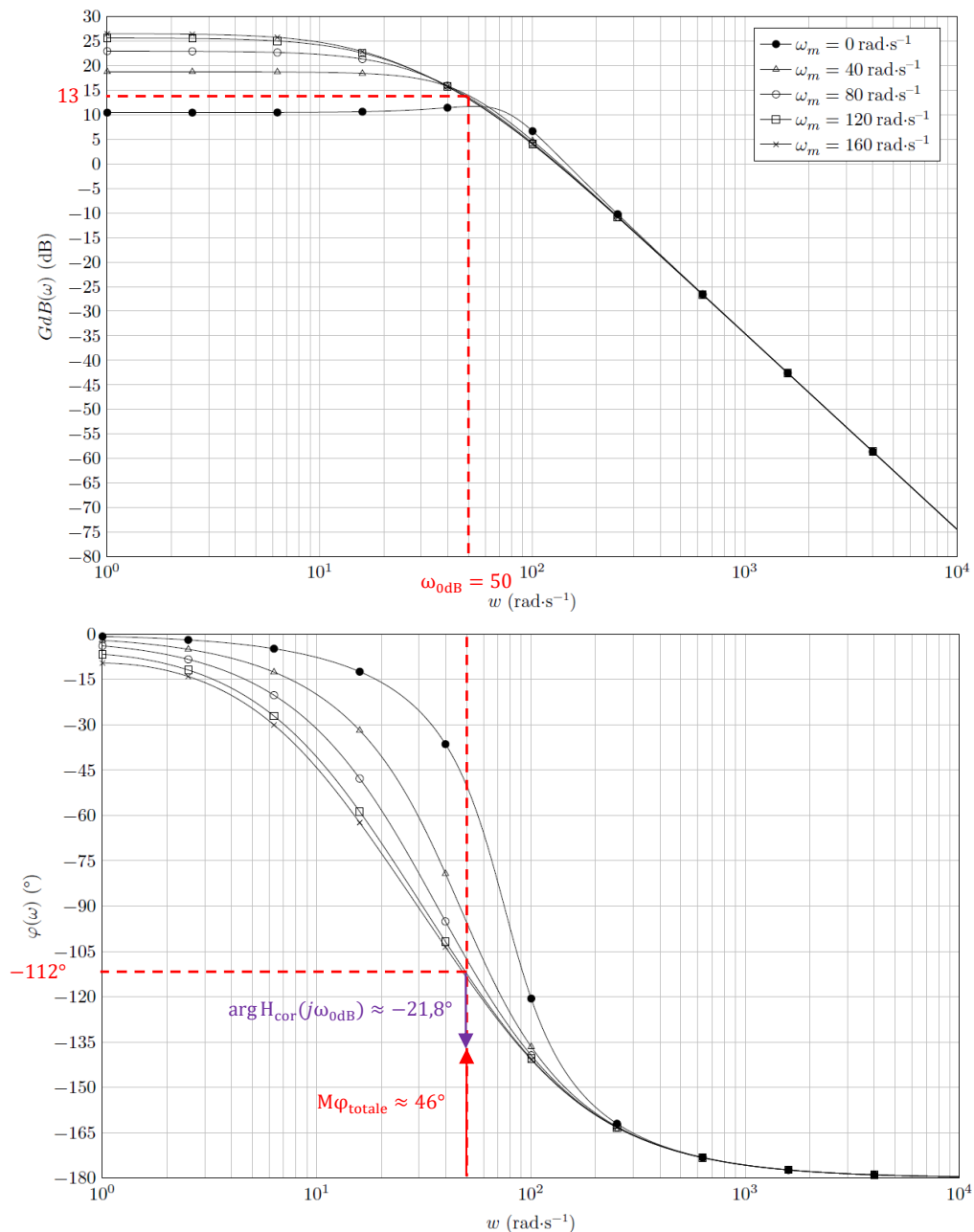
Pour la pulsation  $\omega_{0dB} = 50 \text{ rad/s}$ , la phase du correcteur est de :

$$\arg H_{\text{cor}}(j\omega_{0dB}) = \arg(K_p(1 + T_i j\omega_{0dB})) - \arg(T_i j\omega_{0dB}) = \arctan(0,05 \cdot 50) - 90 \approx -21,8^\circ$$

On lit graphiquement que la marge de phase totale est de :

$$180^\circ - 112^\circ - 21,8^\circ \approx 46^\circ > 45^\circ$$

Le critère du CdCF de stabilité est respecté.



Pour cette valeur de  $\omega_{0dB} = 50 \text{ rad/s}$ , on lit graphiquement que le gain est de 13dB. Le correcteur doit donc baisser la phase de  $-13 \text{ dB}$ .

On cherche  $K_p$  tel que

$$\begin{aligned} G_{dB\text{totale}}(\omega_{0dB}) &= 0 \text{ dB} \\ \Rightarrow G_{dB\text{cor}}(\omega_{0dB}) &= -13 \text{ dB} \\ \Rightarrow 20 \log K_p + 20 \log \sqrt{1 + T_i^2 \omega_{0dB}^2} - 20 \log(T_i \omega_{0dB}) &= -13 \\ \Rightarrow 20 \log K_p + 20 \log \sqrt{1 + 0,05^2 50^2} - 20 \log(0,05 \cdot 50) &= -13 \\ \Rightarrow K_p &\approx 0,21 \end{aligned}$$

Remarque : à la calculatrice

$$\text{solve}\left(20 \cdot \log_{10}(x) + 20 \cdot \log_{10}\left(\sqrt{1 + (0,05)^2 \cdot 50^2}\right) - 20 \cdot \log_{10}(0,05 \cdot 50) = -13, x\right) \quad x = 0.20786$$

## Partie IV

### Question 26 :

On observe sur la simulation, que la réponse du système a une allure très proche de la consigne. Cependant, il y a un écart au niveau du maximum de la vitesse de rotation de  $10 \text{ rad/s}$ , soit un écart relatif de  $\frac{10}{120} \approx 8\%$ .

On a un écart inférieur à  $\pm 10 \text{ rad/s}$  qui était demandé dans la question 15. Le réglage de l'asservissement de vitesse est donc satisfaisant pour des conditions sévères de vol.

### Question 27 :

En comparant les Figures 5 et 18, on observe qu'il y a un écart très important d'environ  $-15 \text{ m/s}^2$  entre l'accélération mesurée à bord du DR400 et l'accélération du simulateur de vol. Soit un écart relatif de  $\frac{-25}{-10} \approx 250\%$ .

Pour l'accélération longitudinal en revanche, il n'y a pas d'écart de valeur maximale significativement visible.

L'exigence 1.1.1 du CdCF demande un écart maximal de  $0,2g = 2 \text{ m/s}^2$ , elle n'est donc pas du tout respectée pour l'accélération verticale.

D'autre part, on observe que les échelles de temps ne sont pas les mêmes ; 2,5s et 4,5s. Le mouvement est deux fois plus lent sur le simulateur que sur l'avion.

Lorsque l'on conçoit un mécanisme à encombrement limité, il est difficile d'obtenir des accélérations importantes sans faire exploser les coûts de production. Même si les accélérations ressenties par l'élève pilote sont plus faibles, le simulateur permet tout de même une pédagogie à prix réduit. Il a un comportement fidèle pour les phases de vols classiques, mais pas pour les conditions de vols sévères.