CORRECTION – Mines-Ponts MP 2017
Sciences Industrielles de l'Ingénieur
Renault Twizy

Ce corrigé vous est proposé par :

SciencesIndustrielles.com

Ce document est rédigé comme une copie d'élève devrait l'être.
Attention, nous rappelons aux candidats, qu'aux concours, 1pt/20 est destiné à la présentation de la copie.

CONCOURS COMMUN MINES PONTS

Signature du candidat

NOM : _____ PRÉNOMS : _____
En lettres capitales En écriture courante

Épreuve de : _____

CENTRE D'ÉCRIT : _____

CADRE RÉSERVÉ AU CONCOURS NE RIEN INSCRIRE

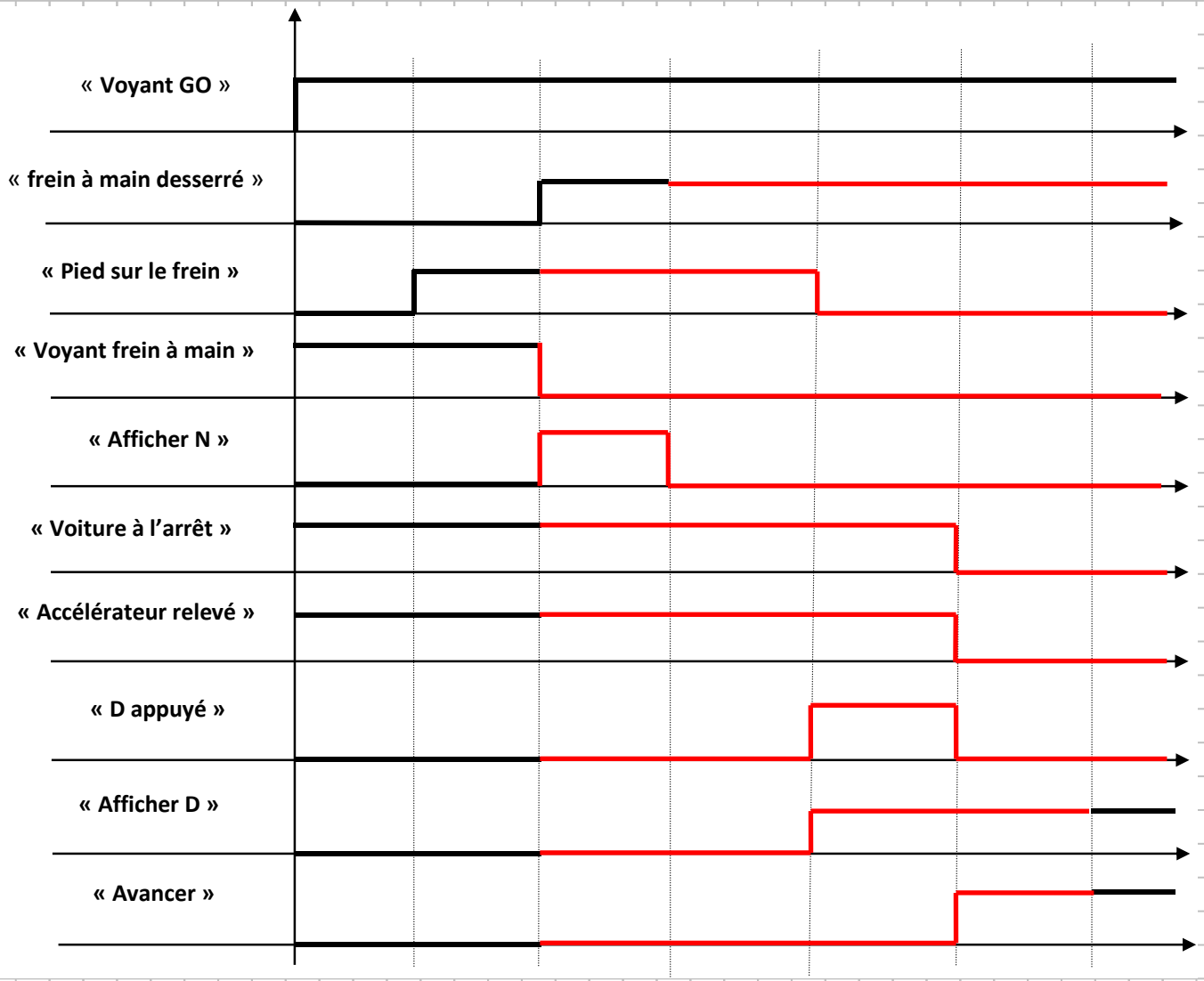
NE RIEN PORTER SUR CETTE FEUILLE AVANT D'AVOIR REMPLI COMPLÈTEMENT L'EN-TÊTE CI-DESSUS

Épreuve de : Sciences Industrielles MP *Feuille n°* _____

En dehors de l'espace réponse réservé à chaque partie l'espace libre page 16 peut être utilisé, mais le candidat identifiera clairement le numéro de la question à laquelle il répond.

1. ETUDE DU CYCLE DE DEMARRAGE DU MOTEUR [Q1]

Question 1 :



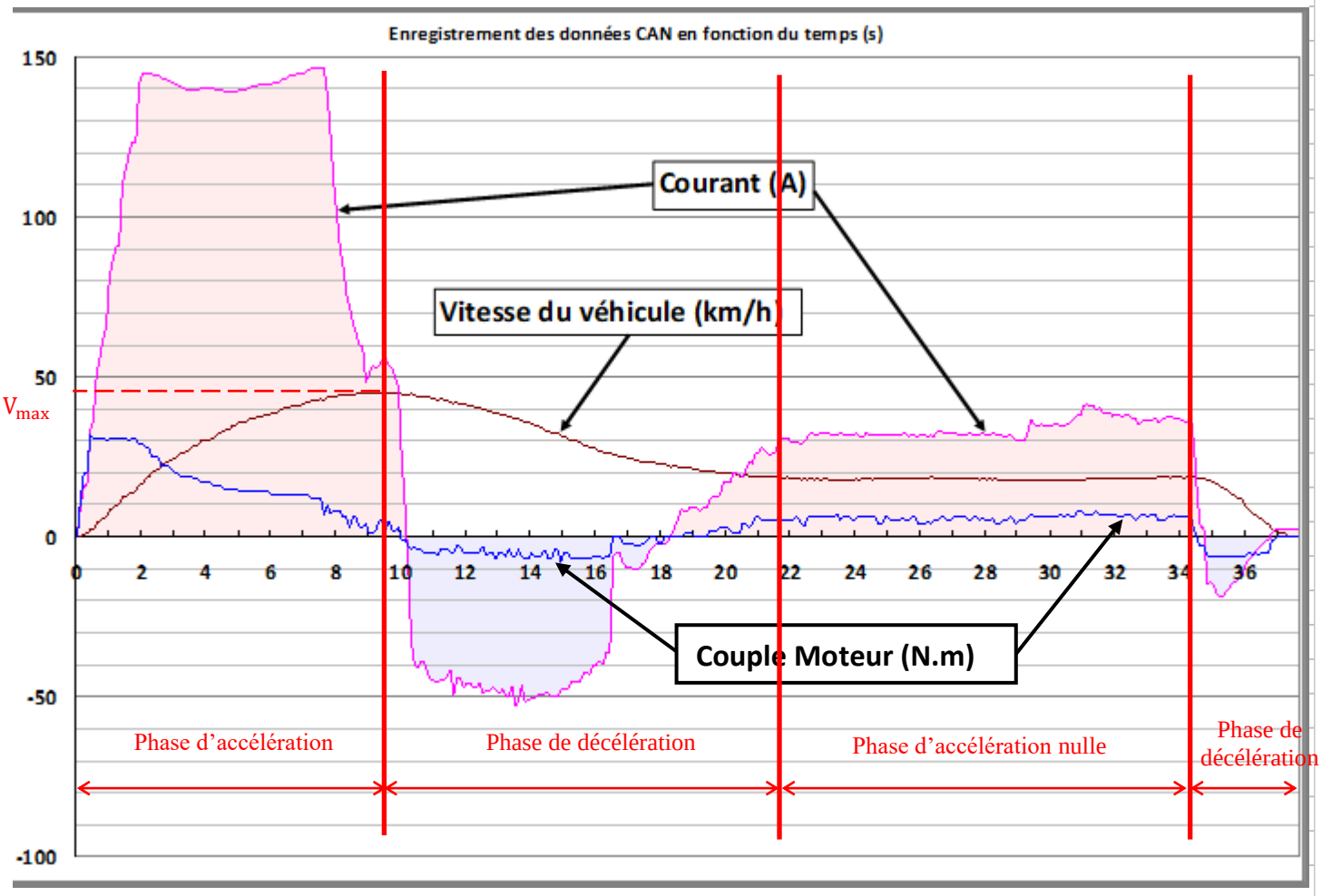
Remarque : Il y a plusieurs réponses possibles, notamment avec l'instant du front montant de « D Appuyé ».

Ne rien écrire dans la partie barrée

2. VERIFICATION DES PERFORMANCES ANNONCEES DU VEHICULE [Q2 à Q5]

2.1 Vérification des exigences de vitesse, d'accélération maxi et de couple maxi disponible du véhicule

Question 2 :



Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 3 :

Vitesse Maxi = 45 km/h

Conclusion : L'exigence 1.2.4 du CdCF est respectée car 45 km/h ≤ 45 km/h.

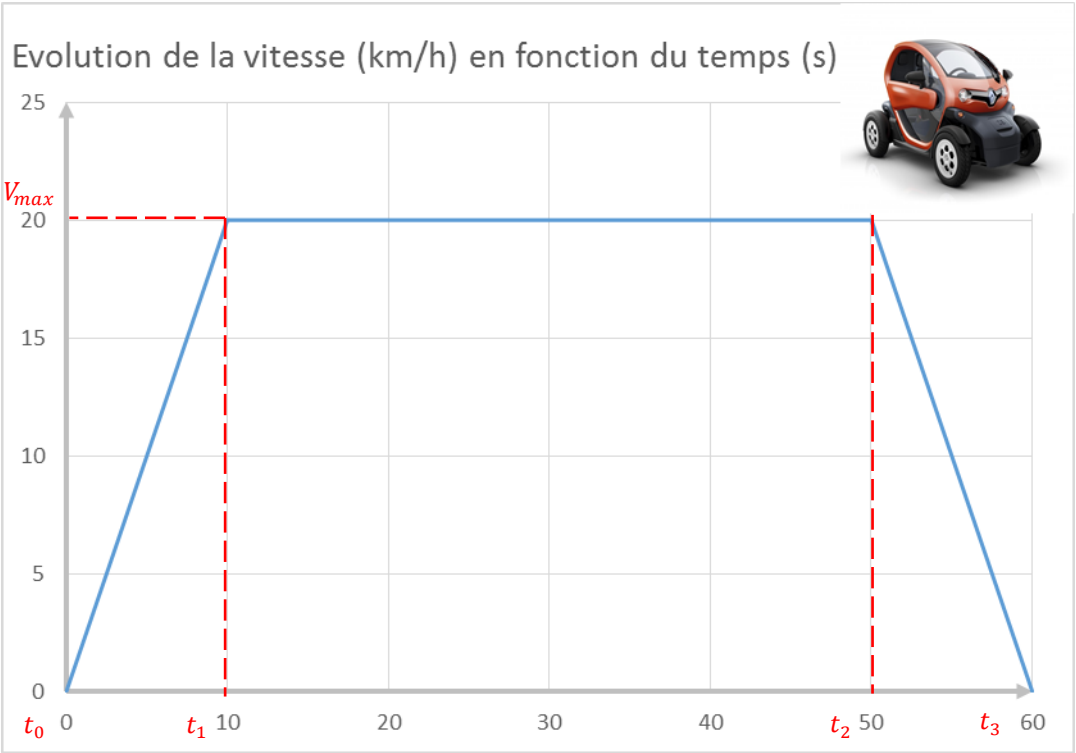
Temps d'accélération = 9,5 s

Conclusion : L'exigence 1.2.4 du CdCF est respectée car 9,5 s ≤ 10 s.

Couple Maxi = 30 Nm

2.2 Vérification de l'exigence sur l'autonomie du véhicule

Question 4 :



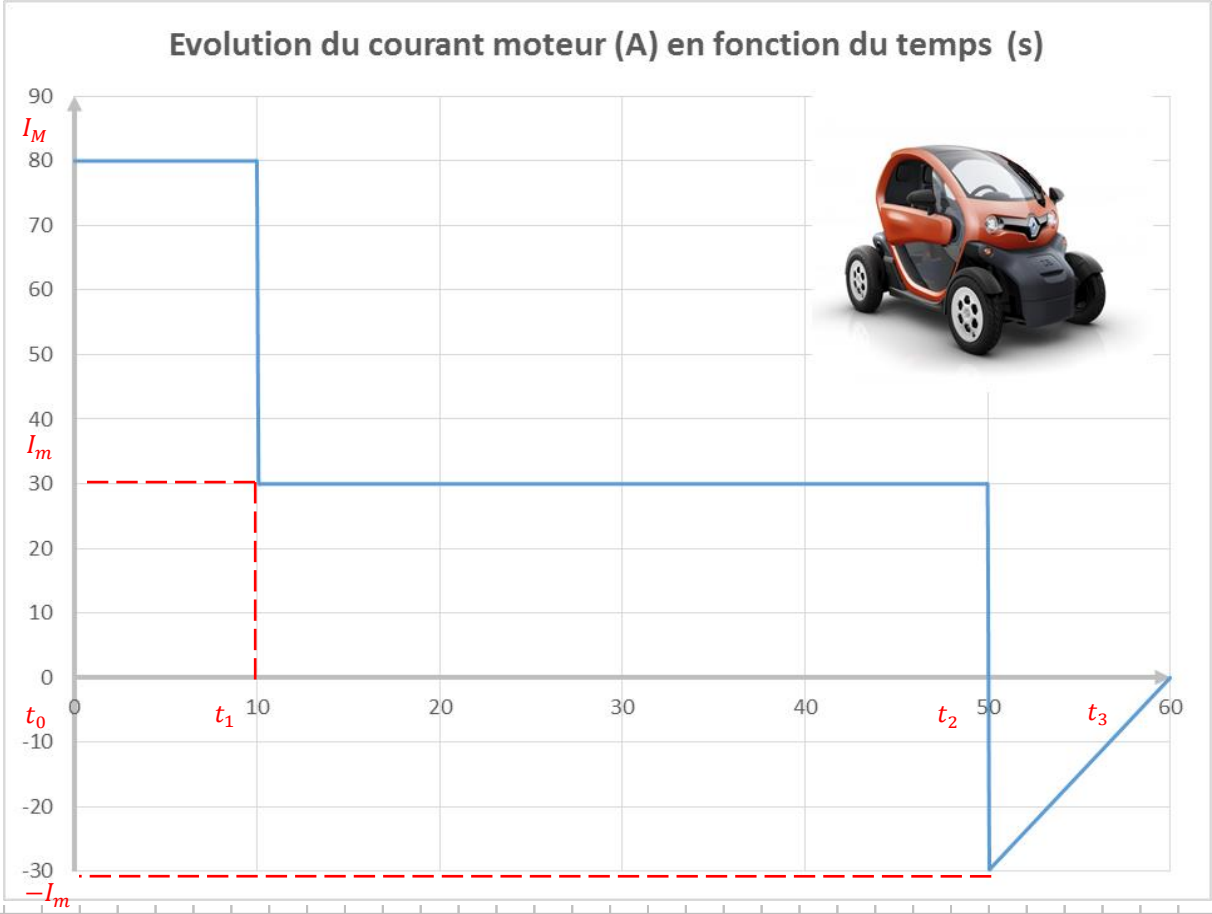
La distance parcourue représente l'aire sous la courbe de vitesse.

$$d = \frac{1}{2}V_{max}(t_1 - t_0) + V_{max}(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}V_{max}(t_3 - t_2) = \frac{1}{2}\frac{20}{3{,}6}.10 + \frac{20}{3{,}6}(50 - 10) + \frac{1}{2}\frac{20}{3{,}6}(60 - 50) \approx 277{,}8 \text{ m}$$

Distance parcourue d = 277,8 m

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 5 :



La capacité consommée représente l'aire sous la courbe d'intensité. Les phases négatives sont récupératrices d'énergie.

$$C = I_M(t_1 - t_0) + I_m(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} I_{max}(t_3 - t_2) = 80.10 + 30(50 - 10) - \frac{1}{2} 30(60 - 50) = 1850 \text{ As} \approx 0.514 \text{ Ah}$$

Capacité nécessaire = 0.514 Ah

La batterie a une capacité de $C_{tot} = 105$ Ah.
En extrapolant ce cycle type, on a une autonomie de :

$$d_{tot} = \frac{C_t}{C} d \approx \frac{105.3600}{1850}.277{,}8 \approx 56{,}7 \text{ km}$$

Autonomie = 56,7 km

Conclusion :
Le style de conduite lors de l'essai correspond donc à des conditions sévères d'usage.

Ne rien écrire dans la partie barrée

3. CHOIX DU MOTO-REDUCTEUR [Q6 à Q11]

Question 6 :

Théorème Energie-Puissance : On applique le TEC à $\Sigma = \{1,2,3,4\}$:

$$\frac{d}{dt}(E_c((1+2)/0) + E_c(3/0) + E_c(4/0)) = P(pes \to \Sigma) + P(s \to 1) + P(s \to 2) + P(3 \leftrightarrow 4)$$

Puissances extérieures :

Hypothèse : on néglige les frottements de l'air.

$$P(pes \to \Sigma) = {}_G\begin{Bmatrix} -m.g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \otimes {}_G\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ v.\vec{x}_s \end{Bmatrix} = -m.g.\vec{z}_0.v.\vec{x}_s = -m.g.v.\sin\alpha$$

$$P(s \to 1) = {}_{I_1}\begin{Bmatrix} T_1\vec{x}_s + N_1\vec{z}_s \\ \vec{M}(I_1, s \to 1) \end{Bmatrix} \otimes {}_{I_1}\begin{Bmatrix} \omega_{10}.\vec{y}_s \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = \mu\,\vec{x}_s \wedge (T_1\vec{x}_s + N_1\vec{z}_s).\omega_{1/0}.\vec{y}_s = -\mu.N_1.\omega_{10}$$

De même $P(s \to 2) = -\mu.N_i.\omega_{20} = -\mu.N_2.\omega_{10}$

Puissances intérieures :

Hypothèse : on suppose les liaisons intérieures parfaites.

$$P(3 \leftrightarrow 4) = {}_A\begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{34}\vec{y}_0 \end{Bmatrix} \otimes {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{34}\vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} = C_{34}\vec{y}_0.\omega_{34}\vec{y}_0 = C_m.\omega_m$$

Energies Cinétiques :

$$E_c(4/0) = \frac{1}{2}m_m.v^2 + \frac{1}{2}J_m.\omega_m{}^2$$

$$E_c((1+2)/0) = 4\left(\frac{1}{2}m_R.v^2 + \frac{1}{2}J_R.\omega_{10}{}^2\right)$$

$$E_c(3/0) = \frac{1}{2}m_c.v^2$$

$$E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}J_m.\omega_m{}^2 + 2J_R.\omega_{10}{}^2 \quad \text{avec} \quad m = m_m + m_R + m_c$$

Equation :

On a donc $v = R.\omega_{10} = R.r.\omega_m$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}J_m.\omega_m{}^2 + 2J_R.\omega_{1/0}{}^2 + \frac{1}{2}m.v^2\right) = -m.g.v.\sin\alpha - \mu.(N_1 + N_2).\omega_{10} + C_m.\omega_m$$

$$\Rightarrow J_m.\omega_m.\dot{\omega}_m + 4J_R.\omega_{1/0}.\dot{\omega}_{1/0} + m.v.\dot{v} = -m.g.v.\sin\alpha - \mu.(N_1 + N_2).\omega_{10} + C_m.\omega_m$$

On obtient une équation entre les paramètres cinématiques et les actions de liaisons. Ce n'est donc pas une équation du mouvement.

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 7 :
On isole $\Sigma = \{1,2,3,4\}$.
<u>Hypothèse :</u> on néglige les frottements de l'air.
BAME :

$$\mathcal{F}(\text{pes} \to \Sigma) = {}_G\begin{Bmatrix} -m.g.\vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \mathcal{F}(s \to 1) = {}_{I_1}\begin{Bmatrix} T_1\vec{x}_s + N_1\vec{z}_s \\ \vec{0} \end{Bmatrix} \qquad \mathcal{F}(s \to 2) = {}_{I_1}\begin{Bmatrix} T_1\vec{x}_s + N_1\vec{z}_s \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

On applique le théorème de la résultante dynamique selon $\vec{z}_s$:

$$-m.g.\vec{z}_0.\vec{z}_s + N_1 + N_2 = m.\vec{a}(G,\Sigma/0).\vec{z}_s = 0$$

$$\Rightarrow -m.g.\cos\alpha + N_1 + N_2 = 0$$

On remplace dans l'équation de la question 6 :

Equation obtenue :
$$J_m.\omega_m.\dot{\omega}_m + 4J_R.\omega_{10}.\dot{\omega}_{10} + m.v.\dot{v} = -m.g.v.\sin\alpha - \mu.m.g.\cos\alpha.\omega_{10} + C_m.\omega_m$$

Question 8 :
<u>Hypothèse :</u> Il y a roulement sans glissement aux points de contact roue/sol

$\vec{V}(I_1, 1/0) = \vec{0}$
$\Rightarrow \vec{V}(I_1, 1/3) + \vec{V}(I_1, 3/0) = \vec{0}$
$\Rightarrow \vec{V}(O_1, 1/3) + \overrightarrow{I_1O_1} \wedge \vec{\Omega}(1/3) + \vec{V}(I_1, 3/0) = \vec{0}$
$\Rightarrow R.\vec{z_s} \wedge \omega_{13}.\vec{y}_s + v.\vec{x}_s = \vec{0}$
$\Rightarrow -R.\omega_{13} + v = 0$

De plus $\omega_{13} = \omega_{10} + \omega_{03} = \omega_{10}$
$\Rightarrow v = R.\omega_{10}$
De même pour l'autre roue $v = R.\omega_{20}$.

Et d'autre part $\omega_m = r.\omega_{10} = r.\omega_{13}$ avec $r > 1$

$$\Rightarrow \omega_m = r.\omega_{10} = \frac{r.v}{R}$$

Relation entre (V et ω_{10}) : $v = R.\omega_{10}$

Relation entre (V et ω_{20}) : $v = R.\omega_{20}$

Relation entre (ω_m et ω_{10}) : $\omega_m = r.\omega_{10}$

L'équation du mouvement devient :

$$J_m.\frac{r.v}{R}.\frac{r.\dot{v}}{R} + 4J_R.\frac{v}{R}.\frac{\dot{v}}{R} + m.v.\dot{v} = -m.g.v.\sin\alpha - \mu.m.g.\cos\alpha.\frac{v}{R} + C_m.\frac{r.v}{R}$$

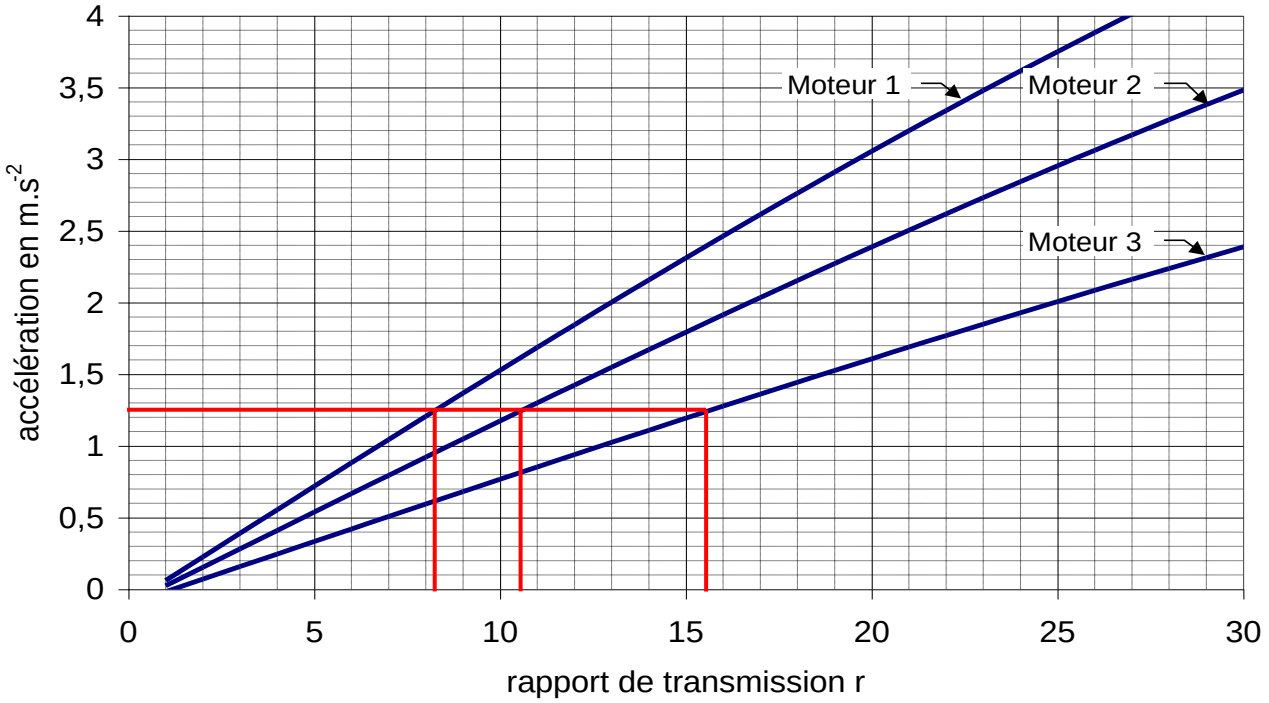
$$\Rightarrow \left(\frac{r^2J_m}{R^2} + 4\frac{J_R}{R^2} + m\right).\dot{v} = -m.g\left(\sin\alpha + \frac{\mu.\cos\alpha}{R}\right) + \frac{r}{R}C_m \qquad \text{pour } v \neq 0$$

$$\Rightarrow M_{eq}.\dot{v} = -F_r + \frac{r}{R}C_m$$

Fr = $m.g\left(\sin\alpha + \frac{\mu.\cos\alpha}{R}\right)$ **Méq =** $\frac{r^2J_m}{R^2} + 4\frac{J_R}{R^2} + m$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 9 :



D'après l'Annexe 1, le CdCF annonce une accélération de 0 à 45 km/h en 10 s.

$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{45,\frac{1000}{3600}}{10} = 1,25\ m/s^2$.

Accélération souhaitée = $1,25\ m/s^2$

On lit graphiquement :

Moteur 1	Moteur 2	Moteur 3
r_{mini} **= 8,2**	r_{mini} **= 10,5**	r_{mini} **= 15,5**

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 10 :

D'après l'Annexe 1, le CdCF annonce une vitesse maximale de $v_{max} = 45\ km/h$.

D'après la Question 8, $\omega_m = \frac{r.v}{R}$.
D'après l'Annexe 4, les 3 moteurs ont une vitesse maximale de $\omega_{m\,max} = 7000\ tr/min$.

$$r_{max} = \frac{R}{v_{max}}\omega_{m\,max} = \frac{0{,}280}{45\,\frac{1000}{3600}}\frac{2\pi\,7000}{60} \approx 16{,}42$$

r_{max} = $16{,}4$

Question 11 :
On veut le moteur permettant la plus grande plage possible pour le rapport de transmission. On choisit donc le moteur 1 avec $8{,}2 < r < 16{,}4$.

4. MODELISATION DE LA MISE EN MOUVEMENT DU VEHICULE [Q14 à Q22]

Question 12 :
Hypothèse : les conditions initiales sont nulles.

$$M_{eq}.pV(p) = -F_r(p) + \frac{r}{R}C_m(p) \Rightarrow V(p) = \frac{1}{M_{eq}.p}\left(\frac{r}{R}C_m(p) - F_r(p)\right)$$

Par identification :

A(p) = $\frac{r}{R}$

B(p) = $\frac{1}{M_{eq}.p}$

Question 13 :
Hypothèse : il n'y a pas saturation, $|u_m(t)| < U_{max}$
On prend $F_r(p) = 0$:

$$\frac{I(p)}{U_m(p)} = \frac{\frac{1}{R_m + L_m p}}{1 + \frac{1}{R_m + L_m p}K_m A(p)B(p)K_m A(p)} = \frac{1}{R_m + L_m p + K_m{}^2 A(p)^2 B(p)}$$

Voir suite du calcul page 16/16.

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \ \ldots$$

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{R_m{}^2 M_{eq}}{L_m K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2} + R_m{}^2 M_{eq}}\,\frac{1 + \frac{L_m}{R_m}.p + 1}{1 + \frac{2R_m}{\frac{r^2 K_m{}^2}{R^2 M_{eq}} + \frac{R_m{}^2}{L_m}}.p + \frac{L_m}{\frac{r^2 K_m{}^2}{R^2 M_{eq}} + \frac{R_m{}^2}{L_m}}p^2}$$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 14 :

En régime permanent : $I(\infty) = \frac{R_m{}^2 M_{eq}}{L_m K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2} + R_m{}^2 M_{eq}} I_0 = \frac{1}{\frac{L_m K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}{R_m{}^2 M_{eq}} + 1} I_0 \approx I_0$ car $\frac{L_m K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}{R_m{}^2 M_{eq}} \ll 1$

Question 15 :

$$V(p) = \frac{1}{M_{eq}.p}\left(\frac{r}{R} K_m I_c(p) - F_r(p)\right) = \frac{1}{M_{eq}.p}\left(\frac{r}{R} K_m \frac{I_0}{p} - \frac{F_0}{p}\right)$$

D'après l'Annexe 7 :

$$\boxed{\mathbf{v(t)} = \frac{1}{M_{eq}}\left(\frac{r}{R} K_m I_0 - F_0\right) t}$$

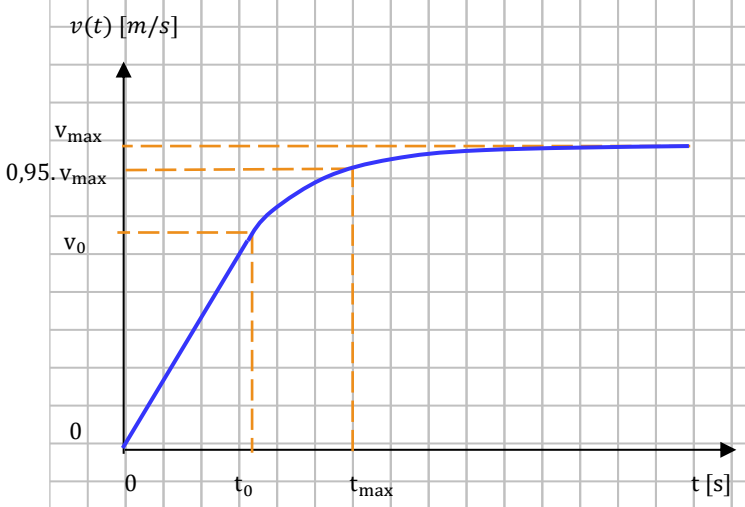
Question 16 :

Les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$ sont du premier ordre, le temps de réponse à 5% du modèle est donc :

$$t_{r5\%} = 3 \frac{R_m M_{eq}}{K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}$$

$$\boxed{\mathbf{t_{r5\%}} = 3 \frac{R_m M_{eq}}{K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}}$$

Question 17 :



On juxtapose les deux phases. D'après la Question 17, la réponse à un échelon de courant est une rampe. Et d'après la Question 19, la réponse à un échelon de tension est d'ordre 1.

$$v_0 = \frac{1}{M_{eq}}\left(\frac{r}{R} K_m I_0 - F_0\right) t_0 \Rightarrow t_0 = \frac{M_{eq}}{\frac{r}{R} K_m I_0 - F_0} v_0$$

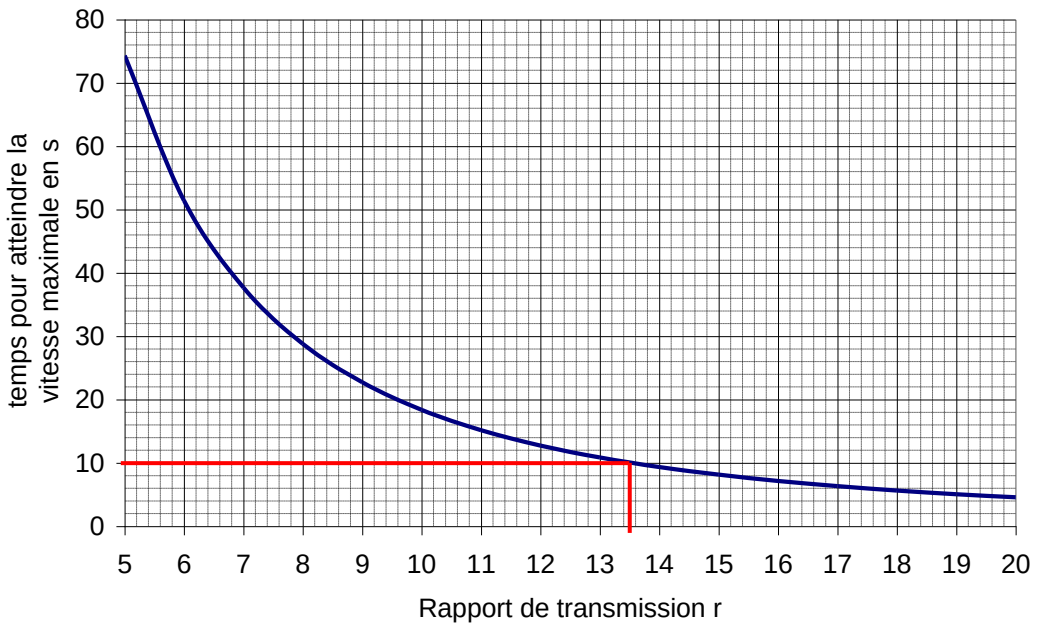
$$t_{r5\%} = 3 \frac{R_m M_{eq}}{K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}$$

$$t_{max} = t_0 + t_{r5\%}$$

$$\boxed{\mathbf{t_{max}} = \frac{M_{eq}}{\frac{r}{R} K_m I_0 - F_0} v_0 + 3 \frac{R_m M_{eq}}{K_m{}^2 \frac{r^2}{R^2}}}$$

Ne rien écrire dans la partie barrée

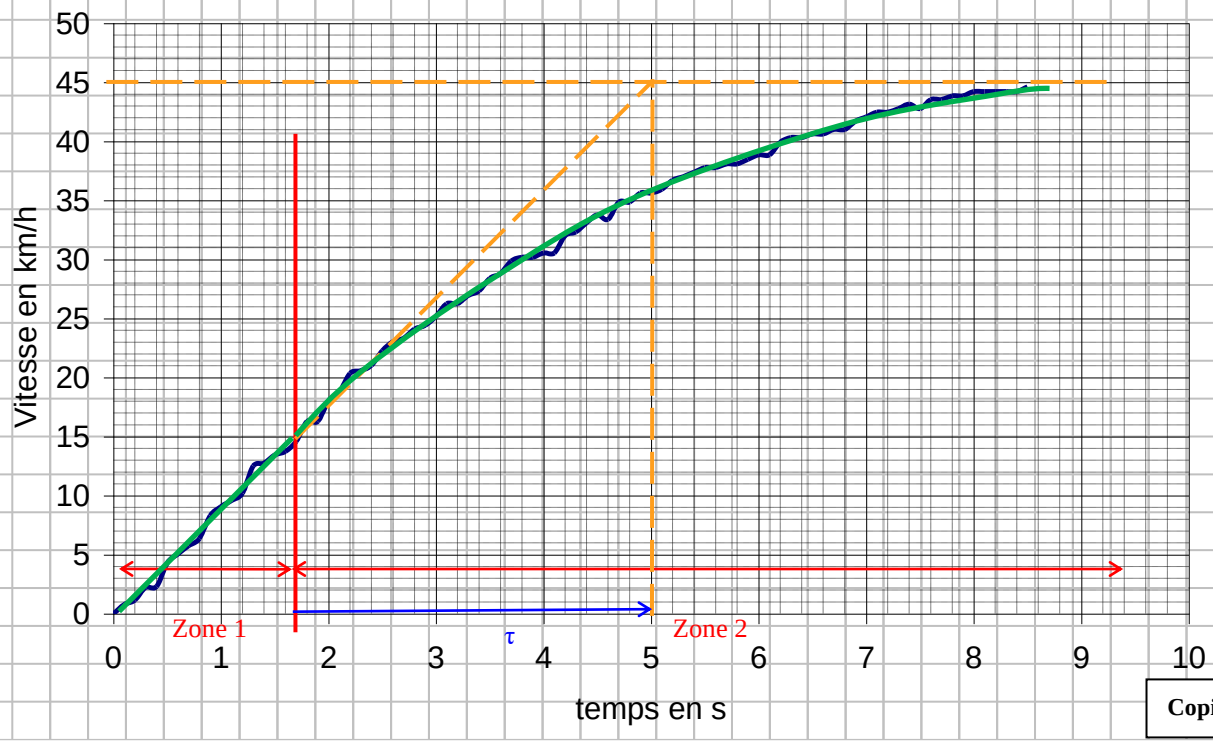
Question 18 :



Proposition et conclusion :

D'après l'Annexe 1, le CdCF annonce une accélération de 0 à 45 km/h en 10 s. On lit graphiquement qu'il faut $r \geq 13{,}5$. D'après la question 13 le rapport de réduction est de $r \approx 13{,}4$. On est donc à la limite basse, il faut regarder la flexibilité de ce critère.

Question 19 :



Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 19 : (suite)

Zone 1

On peut modéliser la zone 1 par un modèle linéaire.

$$v(t) = a.t$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15\frac{1000}{3600}}{1,7} \approx 2,45\ m/s^2 \approx 8,82\ km/h$$

$$v(t) = a.t$$

Zone 2

On peut modéliser cette zone par une réponse du premier ordre, car il n'y a pas d'oscillation et car la pente à l'origine est non nulle.

$$v(t) - v_0 = (v_{max} - v_0).\left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right)$$

avec $v_{max} = 45\ km/h = 12,5\ m/s$

$v_0 = 15\ km/h = 4,16\ m/s$

$t_0 = 1,7\ s$

$\tau = 5 - 1,7 = 3,3\ s$

$$v(t) = (v_{max} - v_0).\left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}\right) + v_0$$

5. RECUPERATION D'ENERGIE [Q20 à Q23]

Question 20 :

Justification du bloc $\frac{1}{R_m + L_m.p}$:

Loi des mailles et loi d'Ohm dans un MCC génératrice :

$$e(t) = u_a(t) + R_m\, i(t) + L_m \frac{di}{dt}(t)$$

Les conditions initiales sont nulles.

$$\Rightarrow E(p) = U_a(p) + (R_m + L_m p)I(p)$$

$$\Rightarrow \frac{I(p)}{E(p) - U_a(p)} = \frac{1}{R_m + L_m p}$$

Justification du bloc $\frac{1}{C.p}$:

Equation d'un condensateur :

$$i(t) = C\frac{du_a}{dt}(t)$$

Les conditions initiales sont nulles.

$$\Rightarrow I(p) = C\,p\,U_a(p)$$

$$\Rightarrow \frac{U_a(p)}{I(p)} = \frac{1}{C\,p}$$

Ne rien écrire dans la partie barrée

Question 21 :
La valeur initiale de v_0 n'est pas nulle.

$$a(t) = \frac{dv}{dt}(t) \xrightarrow{L(p)} A(p) = pV(p) - v_0$$

<u>Hypothèse :</u> on prend $L_m = 0$.
On utilise le théorème de la valeur initiale :

$$a_0 = \lim_{t\to 0^+} a(t) = \lim_{p\to+\infty} pA(p) = \lim_{p\to+\infty} p(pV(p) - v_0)$$

$$= \lim_{p\to+\infty} p\left(p\frac{1}{1+\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{C\,p}{R_m C\,p+1}}\frac{v_0}{p} - p\frac{\frac{1}{M_{eq}p}}{1+\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{C\,p}{R_m C\,p+1}}\frac{F_0}{p} - v_0\right)$$

$$= \lim_{p\to+\infty} p\left(\frac{1}{1+\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{1}{R_m}}v_0 - v_0\right) = \lim_{p\to+\infty} p\left(-\frac{\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{1}{R_m}}{1+\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{1}{R_m}}v_0\right)$$

La décélération a_0 ne dépend pas de C.

décélération a_0 = $-\frac{1}{M_{eq}}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{1}{R_m}v_0$ en m/s^2

Question 22 :

<u>Hypothèse :</u> on suppose le modèle stable.
<u>Hypothèse :</u> on prend $F_r = 0$.

On utilise le théorème de la valeur finale :

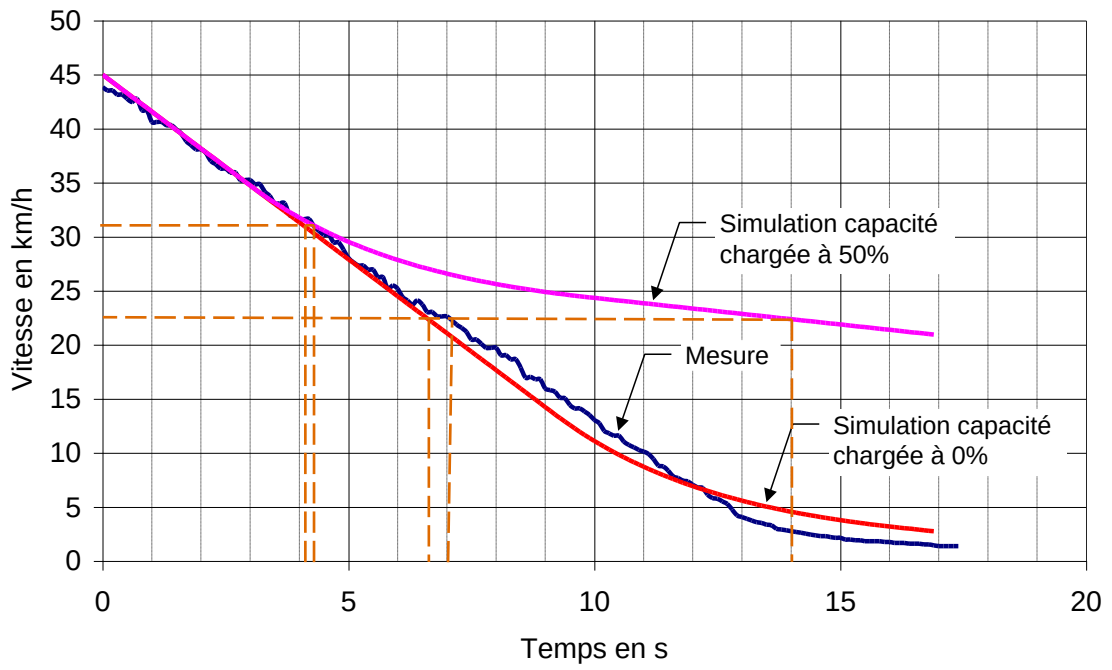
$$v_\infty = \lim_{t\to+\infty} v(t) = \lim_{p\to 0^+} pV(p) = \lim_{p\to 0^+} p\frac{1}{1+\frac{1}{M_{eq}p}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{C\,p}{(R_m + L_m p)C\,p+1}}\frac{v_0}{p}$$

$$= \lim_{p\to 0^+}\frac{1}{1+\frac{1}{M_{eq}}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2\frac{C}{(R_m + L_m p)C\,p+1}}v_0 = \lim_{p\to 0^+}\frac{1}{1+\frac{1}{M_{eq}}\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2 C}v_0$$

Plus la capacité du condensateur augmente, plus la vitesse v_∞ diminue.

v_∞ = $\frac{M_{eq}}{M_{eq}+\frac{r^2}{R^2}{K_m}^2 C}v_0$

Question 23 :



Réduction de vitesse de 30%

$Temps_{30\%}$ (simulation $_{0\%}$) = 4,1 s

$Temps_{30\%}$ (simulation $_{50\%}$) = 4,3 s

$Temps_{30\%}$ (mesure) = 4,3s

Réduction de vitesse de 50%

$Temps_{50\%}$ (simulation $_{0\%}$) = 6,6 s

$Temps_{50\%}$ (simulation $_{50\%}$) = 14 s

$Temps_{50\%}$ (mesure) = 7 s

Conclusion sur le modèle utilisé :

On constate que plus la capacité est grande, plus le freinage est efficace, conformément à la question précédente.

On constate aussi que lorsque le condensateur est déjà en partie chargée, le freinage est moins efficace.

La simulation avec une charge de 0% a un écart faible avec la mesure. La voiture avait donc une batterie peu chargée au moment de l'essai.

La récupération d'énergie est intéressante pour le bilan d'énergie mais nécessite d'anticiper les freinages.

Ne rien écrire dans la partie barrée

Suite de la question 15 :

$$\frac{I(p)}{I_c(p)} = \frac{C(p)H(p)\dfrac{1}{R_m + L_m p + {K_m}^2 A(p)^2 B(p)}}{1 + C(p)H(p)\dfrac{1}{R_m + L_m p + {K_m}^2 A(p)^2 B(p)}} = \frac{C(p)H(p)}{R_m + L_m p + {K_m}^2 A(p)^2 B(p) + C(p)H(p)}$$

$$= \frac{R_m\left(1 + \dfrac{R_m}{L_m.p}\right)}{R_m + L_m p + \dfrac{r^2}{R^2}\dfrac{{K_m}^2}{M_{eq}.p} + R_m\left(1 + \dfrac{R_m}{L_m.p}\right)} = \frac{R_m\left(p + \dfrac{R_m}{L_m}\right)}{R_m.p + L_m p^2 + \dfrac{r^2}{R^2}\dfrac{{K_m}^2}{M_{eq}} + R_m\left(p + \dfrac{R_m}{L_m}\right)}$$

$$= \frac{R_m.p + \dfrac{{R_m}^2}{L_m}}{\dfrac{r^2}{R^2}\dfrac{{K_m}^2}{M_{eq}} + \dfrac{{R_m}^2}{L_m} + 2R_m.p + L_m p^2} = \cdots$$