ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2016**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire à option de
SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

Durée : 4 heures

Coefficient : 3

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instruction pour remplir le QCM recto/verso
1 page d'avertissements
31 pages de texte/questions recto/verso
9 pages d'annexes recto

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2016**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE A OPTION DE SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGÉNIEUR

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

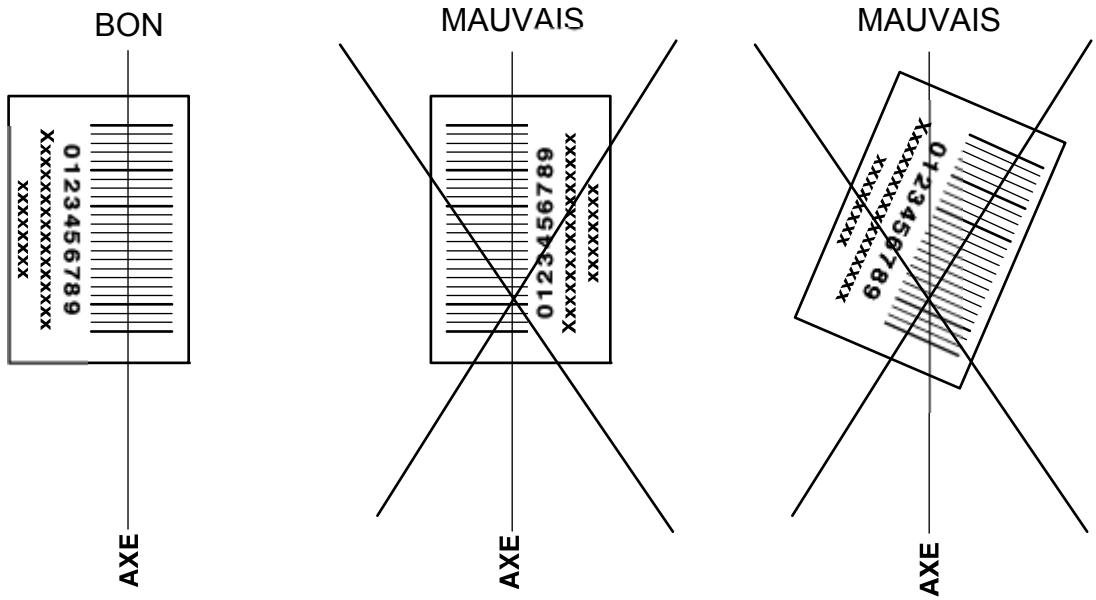
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « Epreuve obligatoire à option de sciences industrielles pour l'ingénieur ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

EXEMPLES :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un **STYLO BILLE** ou une **POINTE FEUTRE** de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

5) Cette épreuve comporte 50 questions obligatoires ; certaines de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page d'avertissements.

Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 50, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 51 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 50, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question :
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement****.*

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse entraîne pour la question correspondante une pénalité dans la note.

7) Exemples de réponses

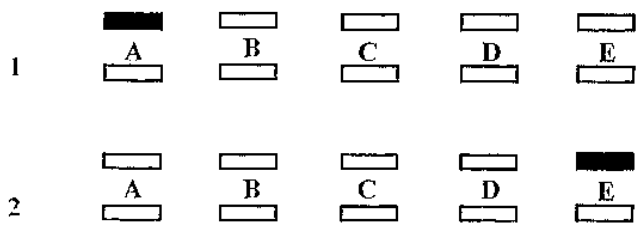
Question 1. Le torseur cinématique du solide $\boldsymbol{S}$ en mouvement par rapport à un référentiel $\boldsymbol{R_0}$ en un point $\boldsymbol{A}$ est noté $\{V_{S/R_0}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{S/R_0} \\ \vec{V}_{A,S/R_0} \end{Bmatrix}_A$. A partir de la formule de changement de point, indiquer l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}_{B,S/R_0}$.

A)	B)	C)	D)
$\vec{V}_{A,S/R_0} + \overrightarrow{BA} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \vec{\Omega}_{S/R_0} \wedge \overrightarrow{BA}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \overrightarrow{BA} \cdot \vec{\Omega}_{S/R_0}$	$\vec{V}_{A,S/R_0} + \overrightarrow{OB} \wedge \vec{\Omega}_{S/R_0}$

Question 2. Soit $\boldsymbol{f}$ la fonction logique, de représentation algébrique : $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} \cdot \overline{\boldsymbol{c}}$. Déterminer le complément de $\boldsymbol{f}$.

A)	B)	C)	D)
$\overline{f} = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c$	$\overline{f} = a + b + \overline{c}$	$\overline{f} = \overline{a} \cdot \overline{b} + c$	$\overline{f} = a + \overline{b} + c$

Vous cocherez sur la feuille réponse :



AVERTISSEMENTS

Les calculatrices sont interdites pour cette épreuve. Dans certaines questions, les candidats doivent choisir entre plusieurs valeurs numériques. Les valeurs fausses qui sont proposées ont des ordres de grandeur suffisamment différents de la valeur exacte arrondie selon les règles habituelles, afin d'éliminer toute ambigüité dans le choix de la bonne réponse.

Exemple :
Le calcul sera arrondi au plus proche : 11,56 kg ≈ 12 kg

Les propositions de réponse sont :

A)	B)	C)	D)
2 kg	12 kg	18 kg	24 kg

QUESTIONS LIÉES

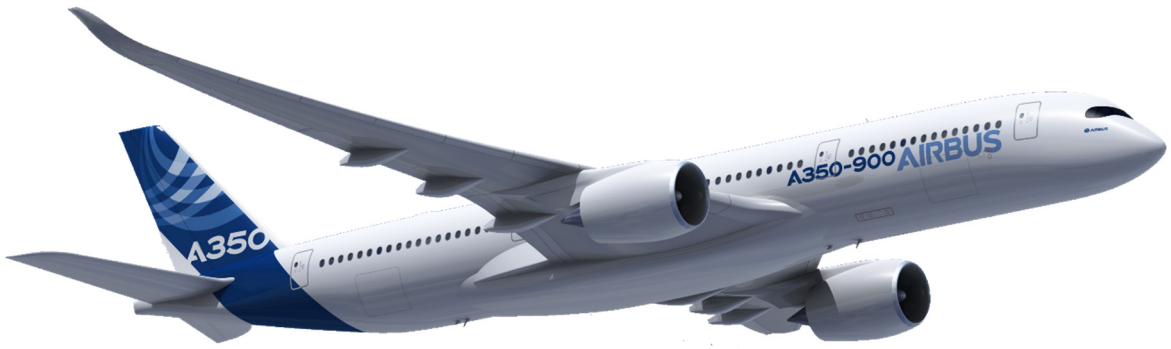
Partie A :	*Partie B :*	*Partie C :*
7, 10	20, 21 22 à 24 25 à 31	39, 40 41, 42 46, 47

♦

FIN DES CONSIGNES

♦

COMMANDE DE VOL LONGITUDINAL DE L'AIRBUS A350 XWB



Le sujet porte sur la modélisation de la loi de commande en protection d'incidence dans le cas du vol longitudinal d'un avion de type Airbus A350 XWB.

Ce biréacteur gros porteur et moyen-long courrier, dernier né de la famille du constructeur européen Airbus et mis en service en janvier 2015, a été baptisé « **A350 XWB** », pour *e**X**tra**W**ide **B**ody* (*fuselage extra large*).

Cette nouvelle génération d'avion comporte 3 versions passagers qui ont un rayon d'action complémentaire :

Spécifications	**A350-800**	**A350-900**	**A350-1000**
Longueur	60,54 m	66,89 m	73,78 m
Envergure	64,75 m	64,91 m	64,75 m
Largeur fuselage	5,96 m	5,96 m	5,96 m
Hauteur	17,05 m	17,05 m	17,08 m
Capacité en sièges	276	315	369
Distance franchissable	15 300 km	14 350 km	14 800 km
Masse au décollage	248 t	268 t	308 t
Capacité des réservoirs	138 000 L	138 000 L	156 000 L
Poussée des moteurs	337 kN	374 kN	442 kN
Vitesse maximale en Mach (1) **——— en kt** (2) **——— en m.s^{-1}**	Mach 0,89 593,40 kt 305,27 m.s^{-1}		

La principale prouesse technologique réside dans la réduction de consommation de kérosène de plus de 25% par rapport à la gamme A340. Ceci grâce à l'emploi de matériaux composite innovant plus légers (fibre de carbone renforcée de plastique – voilure et fuselage).

[1] Mach 1 ≈ 1 234,8 km.h^{-1} ≈ 340 m.s^{-1} (vitesse du son dans l'air à 0°C)
[2] kt : milles nautiques par heure (knot en anglais) – 1 kt ≈ 1,852 km.h^{-1} ≈ 0,514 m.s^{-1}

PRÉSENTATION ET PLAN DE L'ÉTUDE

Nota : *l'étude fera référence à des termes définis dans les documents DOC 1 et DOC 2 des pages 32 à 35. Il est vivement conseillé de consulter ces documents avant de commencer le sujet.*

Contexte

Le schéma de la Figure 1, illustre les différentes boucles de commande rencontrées sur la commande de vol de l'**A350 XWB**.

Les lois de commande de vol, linéaires ou non, doivent être robustes et embarquables dans les calculateurs d'avions de transport modernes. Nous nous intéresserons dans ce sujet à une phase de vol longitudinal, exigeante car en transitoire et à proximité du sol : **manœuvre d'évitement instinctive** (*avoidance carefree maneuver*).

Le sujet comporte 3 parties indépendantes :

Pour commencer, la **partie A** s'intéresse à la description du modèle avion rigide afin d'appréhender les lois de pilotage d'un avion.

Le contrôle de l'avion suivant l'axe de tangage s'effectue en contrôlant trois surfaces mobiles horizontales à l'arrière de l'appareil : 2 gouvernes de profondeur et 1 plan horizontal réglable PHR**.**
Les gouvernes de profondeur assurent la commande longitudinale à court terme, alors que le PHR assure la commande longitudinale à long terme (constante de temps de l'ordre de 14 s) permettant de conserver un braquage de la profondeur en moyenne nulle.
Dans le but de contrôler l'avion dans une phase dynamique, nous analyserons le comportement des gouvernes de profondeur dans la **partie B**.

L'état de l'avion est mesuré par les ADIRS (***A**ir **D**ata and **I**nertial **R**eference **S**ystem*). Le calculateur embarqué reçoit trois valeurs redondantes pour chaque paramètre de vol et doit élaborer une seule et unique valeur pour le calcul des commandes. Ce point sera abordé en introduction de la **partie C**, dans le cas particulier des capteurs d'incidence (sondes). L'étude se poursuivra, par la mise en place d'un correcteur pour l'ensemble des boucles d'asservissements (boucles 1 à 5). La conclusion de cette **partie C** permettra de vérifier les performances attendues en termes de qualité de vol.

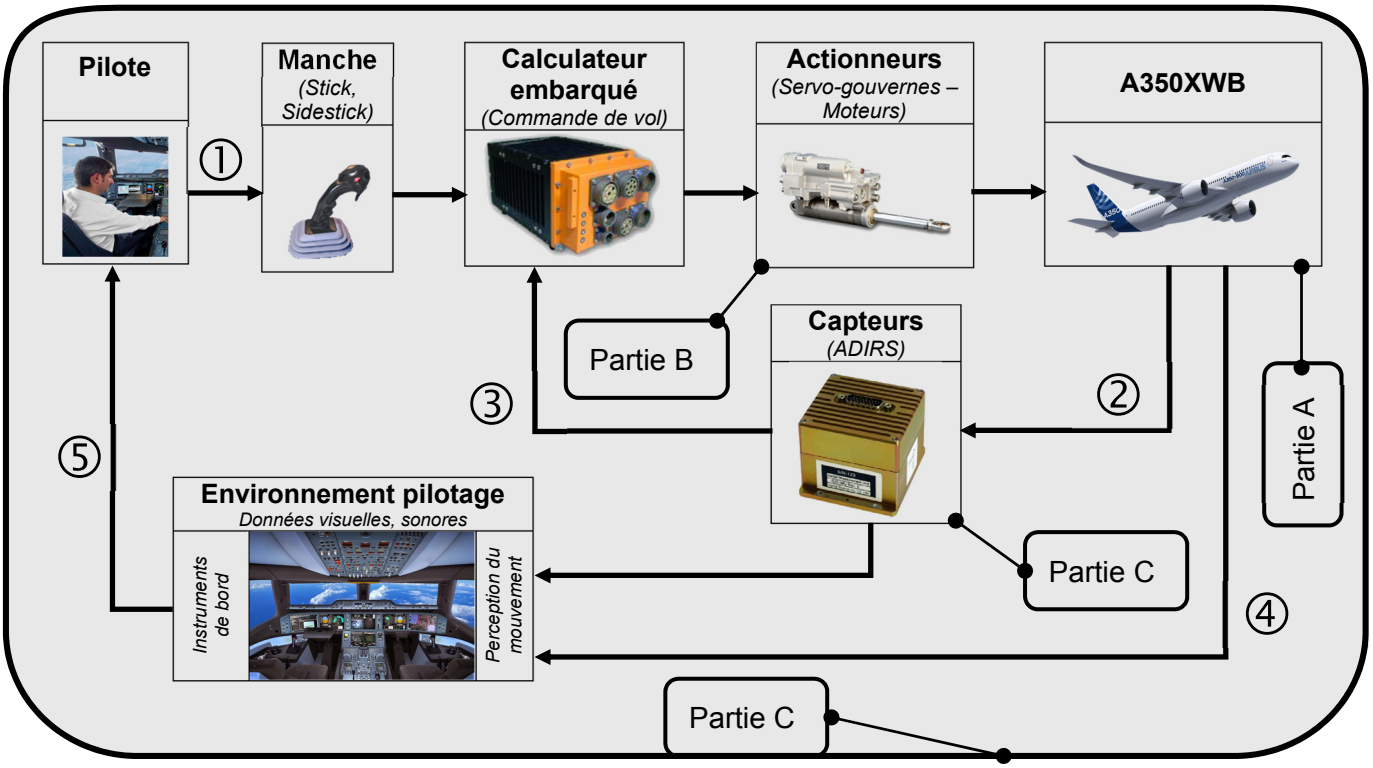


Figure 1 Les différentes boucles de contrôle mises en jeu dans la commande de vol

PARTIE A CONDUITE DU VOL LONGITUDINAL

I VOL SYMÉTRIQUE

Objectif

Mettre en place les conditions du vol longitudinal pur afin de proposer un paramétrage simplifié.

Pour mettre en œuvre les équations du vol, nous définirons trois repères (voir DOC 2 page 33).
Le repère terrestre supposé galiléen, le repère avion ainsi que le repère aérodynamique.

Cas d'étude

Un vol sera qualifié de symétrique lorsque l'écoulement de l'air est parallèle au plan de symétrie de l'avion $(G, \overrightarrow{x_b}, \overrightarrow{z_b})$.

Supposons que l'avion en vol symétrique subisse une rafale provenant de la gauche. Cette situation amène l'axe longitudinal de l'avion à se placer dans le lit du vent correspondant à la rafale. L'avion est alors dit en dérapage à droite (voir Figure 2).

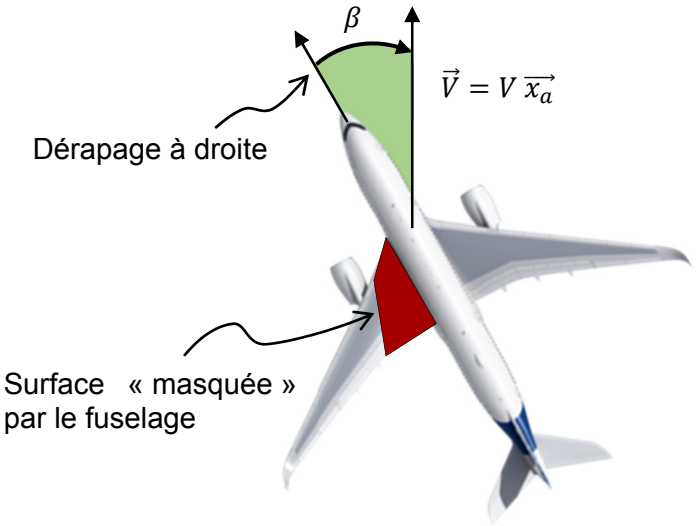


Figure 2 Avion en dérapage à droite

Question 1. Quelle est la conséquence d'un dérapage à droite sur l'attitude du vol ?

A)	La traînée de la demi-aile gauche va diminuer en raison d'une zone « masquée » par le fuselage. La conséquence immédiate sera la création d'un moment de lacet positif donc l'avion retrouvera son vol symétrique.

B)	La portance ainsi que la traînée de la demi-aile gauche vont diminuer en raison d'une zone « masquée » par le fuselage. La conséquence immédiate sera la création d'un moment de tangage positif, l'assiette de l'avion augmentera.

C)	La portance de la demi-aile gauche va diminuer en raison d'une zone « masquée » par le fuselage. La conséquence immédiate sera la création d'un moment de roulis négatif donc l'avion s'inclinera à gauche.

D)	La portance de la demi-aile gauche va diminuer en raison d'une zone « masquée » par le fuselage. La conséquence immédiate sera la création d'un moment de roulis positif donc l'avion s'inclinera à droite.

Dans le cadre de notre étude, nous traiterons le cas du vol longitudinal pur, c'est-à-dire un vol dans le plan vertical. Ainsi, l'avion n'aura ni angle de dérapage ($\boldsymbol{\beta = 0}$), ni angle de gîte ($\boldsymbol{\phi = 0}$).

II MODÈLE AVION : LINÉARISATION AUTOUR D'UN POINT DE VOL

——— Objectifs ———

Définir le modèle avion pour déterminer les équations de la dynamique du vol.
Nous aborderons les notions de pilotage autour d'un point d'équilibre pour introduire une proposition de loi de commande qui sera détaillée en partie C.

Une des principales difficultés de la modélisation du comportement de l'avion réside sur la prise en compte des variations des paramètres physiques. Les paramètres ayant une grande influence sur la dynamique de l'appareil sont :

- la masse M ;
- le centrage (position du centre de poussée par rapport au centre de gravité) ;
- le point de vol (vitesse et altitude) ;
- la configuration (présence de becs, volets, spoilers…).

Une première approche de la commande de vol reposerait sur l'élaboration d'un ensemble de modèles dynamiques linéaires, chacun déterminé par un ensemble de paramètres distincts. La zone de variation des paramètres physique serait ainsi couverte par un ensemble de modèles linéaires différents.

Cette approche n'est pas acceptable car elle nécessite d'embarquer une loi de commande différente pour chaque modèle. En effet, outre une mémoire importante du calculateur, il faudrait une logique de sélection de la loi de commande adaptée qui représente un risque d'erreur suivant les mauvaises estimations de certains paramètres.

Dans ce cadre, les avionneurs ont le souci de minimiser le nombre de lois de commandes différentes, de manière à ce qu'elles soient valables sur une plage de fonctionnement la plus large possible.

Ainsi dans cette partie, nous déterminerons une commande valable localement autour d'un point de fonctionnement.
Dans ce modèle, les forces extérieures appartiennent au plan de symétrie avion et les moments sont perpendiculaires à ce plan.

L'étude sera alors menée dans les conditions suivantes :

- angle de gîte nul, soit $\phi = 0$;
- forces aérodynamiques dans le plan de symétrie donc dérapage nul, soit $\beta = 0$;
- force de propulsion (poussée) parallèle au plan de symétrie ;
- moment aérodynamique perpendiculaire au plan de symétrie donc les vitesses de roulis et lacet sont nulles, soit $p = r = 0$;
- moment de propulsion perpendiculaire au plan de symétrie.

1. Modélisation et paramétrage

Les repères et le paramétrage associés à l'avion ainsi que la modélisation des actions mécaniques appliquées à l'avion sont définis sur la Figure 3.

γ : pente (angle entre l'horizontale $\overrightarrow{x_0}$ et le vecteur vitesse $V\,\overrightarrow{x_a}$ de l'avion) $\gamma = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_a})$.

ε : angle de calage des moteurs (angle entre le vecteur $F\,\overrightarrow{x_\varepsilon}$ de poussée et $\overrightarrow{x_b}$) $\varepsilon = (\overrightarrow{x_b}, \overrightarrow{x_\varepsilon})$.

θ : assiette longitudinale $\theta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_b})$.

α : incidence $\alpha = (\overrightarrow{x_a}, \overrightarrow{x_b})$.

Remarques :

$(O, F\,\overrightarrow{x_\varepsilon})$ ne passe pas par G. La position de O est défini par $\overrightarrow{OG} = a\,\overrightarrow{x_b} - b\,\overrightarrow{z_b}$.

Les actions aérodynamiques sont modélisables par un torseur exprimé en G dont le moment de tangage prend en compte l'ensemble des moments (ailes / fuselage / PHR / gouvernes).

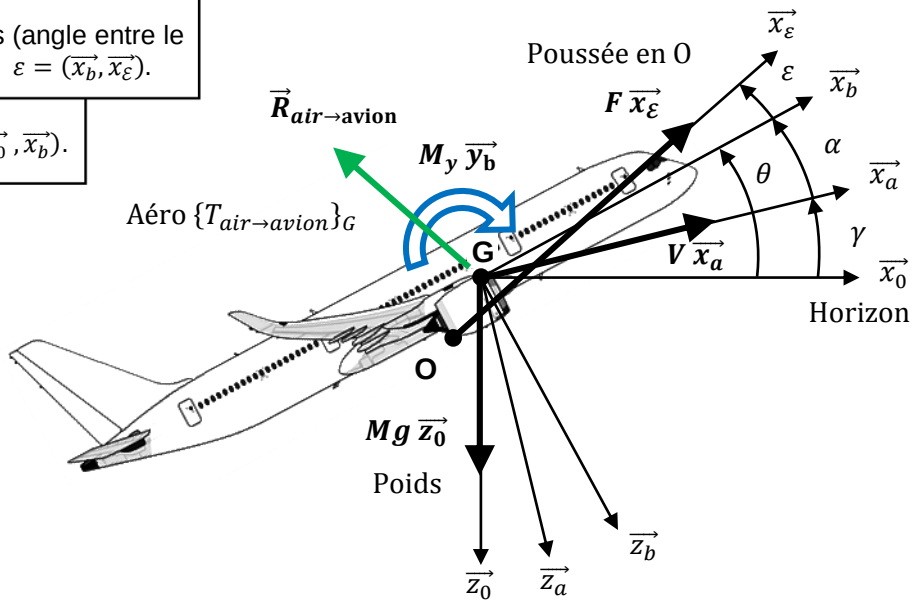


Figure 3 Modélisation cinématique et mécanique dans le cas du vol longitudinal

Paramétrage du mouvement de l'avion par rapport au repère galiléen $R_0 = (O_T, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$:

$$\{V_{avion/R_0}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{avion/R_0} = q\,\overrightarrow{y_b} \\ \vec{V}_{G,avion/R_0} = V\,\overrightarrow{x_a} \end{Bmatrix}_G$$

- q est la vitesse de rotation de tangage ;
- on supposera en première approximation que la vitesse de l'avion et la vitesse relative par rapport à l'air sont confondus (vol sans vent).

Question 2. Exprimer la vitesse de tangage q en fonction du paramétrage proposé.

A)	B)	C)	D)
$q = \frac{d\beta}{dt} - \frac{d\gamma}{dt} + \frac{d\theta}{dt}$ Noté également : $q = \dot{\beta} - \dot{\gamma} + \dot{\theta}$	$q = \frac{d\beta}{dt} + \frac{d\gamma}{dt}$ Noté également : $q = \dot{\beta} + \dot{\gamma}$	$q = \frac{d\theta}{dt}$ Noté également : $q = \dot{\theta}$	$q = \frac{d\alpha}{dt} + \frac{d\gamma}{dt}$ Noté également : $q = \dot{\alpha} + \dot{\gamma}$

Question 3. Calculer l'accélération du centre d'inertie G de l'avion dans son mouvement par rapport à R_0 , noté $\vec{\Gamma}_{G,avion/R_0}$.

A)	B)	C)	D)
$m\dot{V}\,\overrightarrow{x_a} - m\,\frac{d^2\gamma}{dt^2}\overrightarrow{OG}$	$\dot{V}\,\overrightarrow{x_a} - V\,\frac{d\gamma}{dt}\overrightarrow{z_a}$	$\dot{V}\,\overrightarrow{x_a}$	$\dot{V}\,\overrightarrow{x_a} - \frac{d^2\gamma}{dt^2}\overrightarrow{OG}$

Inventaire des actions mécaniques extérieures appliquées à l'avion :

Actions aérodynamiques : $\{T_{air\to avion}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{air\to\text{avion}} = R_x\,\overrightarrow{x_a} + R_z\,\overrightarrow{z_a} \\ \vec{M}_{G,air\to\text{avion}} = M_y\,\overrightarrow{y_b} \end{Bmatrix}_G$

- R_x est appelée la traînée ;
- R_z est appelée la portance ;
- M_y est appelé le moment de tangage.

Toutes les composantes des actions aérodynamiques sont proportionnelles à la pression cinétique définie par $p_c = \frac{\rho\,V^2}{2}$ (où ρ est la masse volumique de l'air et *V* la vitesse propre) et également à la surface ailaire *S* (surface totale de la voilure).

On définit les coefficients aérodynamiques C_x et C_z qui sont respectivement les coefficients de proportionnalité de R_x et R_z avec $p_c S$.
On définit également C_m, le coefficient de proportionnalité du moment M_y avec $p_c S\ell$ (ℓ étant la longueur de la corde de l'aile).

Ces différentes actions mécaniques s'écriront alors :

$R_x = -\frac{1}{2}\rho S C_x V^2$	$R_z = -\frac{1}{2}\rho S C_z V^2$	$M_y = \frac{1}{2}\rho S \ell C_m V^2$

Actions de propulsion $\{T_{moteurs\to avion}\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{F} = F\,\overrightarrow{x_\varepsilon} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$

avec $\overrightarrow{x_\varepsilon} = \cos\varepsilon\,\overrightarrow{x_b} - \sin\varepsilon\,\overrightarrow{z_b}$ (ε est l'angle de calage des moteurs par rapport à l'axe longitudinal $\overrightarrow{x_b}$).

Action de la pesanteur : $\{T_{pesanteur\to avion}\}_G = \begin{Bmatrix} Mg\,\overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$

avec $\overrightarrow{z_0}$ vecteur vertical descendant, *g* accélération de la pesanteur ($g \approx 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$).

Grandeurs inertielles : Matrice d'inertie de l'avion en son centre d'inertie *G* exprimée dans la base avion $\mathcal{B}_b = (\overrightarrow{x_b}, \overrightarrow{y_b}, \overrightarrow{z_b})$.

$$\bar{\bar{I}}_{avion,G} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_b}$$

Question 4. D'après la propriété de symétrie de l'avion, indiquer la forme de la matrice d'inertie $\bar{\bar{I}}_{avion,G}$.

A)	B)	C)	D)
$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & -D \\ 0 & -D & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_b}$	$\begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_b}$	$\begin{bmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_b}$	$\begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_b}$

Question 5. De plus, en supposant que la dimension de l'avion suivant l'axe $\overrightarrow{z_b}$ est faible devant les autres, quelle relation existe-t-il entre les trois moments d'inertie *A*, *B* et *C* ?

A)	B)	C)	D)
$C = \frac{A+B}{2}$	$\mathrm{C} = A + B$	$B = \frac{A+2C}{2}$	$A + B + C = 2A$

2. Équations longitudinales

Équation de propulsion :

Question 6. Déterminer l'équation de propulsion **(Eq.P)**, en appliquant le théorème de la résultante dynamique à l'avion dans son mouvement par rapport à R_0 galiléen, en projection sur l'axe $\overrightarrow{x_a}$.

A)	B)
$M\dfrac{dV}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S C_x V^2 + F\cos(\alpha+\varepsilon) - Mg\sin\gamma$	$M\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S C_x V^2 - Mg\cos\gamma - F\sin(\alpha+\varepsilon)$

C)	D)
$M\dfrac{dV}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S C_x V^2 - F\sin\alpha - Mg\cos\alpha$	$M\dfrac{dV}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S C_x V^2 - F\sin\varepsilon - Mg\cos\alpha$

Équation de sustentation :

Question 7. Déterminer l'équation de sustentation **(Eq.S)**, en appliquant le théorème de la résultante dynamique à l'avion dans son mouvement par rapport à R_0 galiléen, en projection sur l'axe $\overrightarrow{z_a}$.

A)	B)
$M\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S C_z V^2 - F\sin\alpha + Mg\cos\alpha$	$M\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S C_z V^2 - F\sin\gamma + Mg\cos\alpha$

C)	D)
$-M\dfrac{dV}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S C_z V^2 - F\cos\gamma + Mg\sin\alpha$	$-MV\dfrac{d\gamma}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S C_z V^2 - F\sin(\alpha+\varepsilon) + Mg\cos\gamma$

Équation de moment :

Question 8. Déterminer l'équation de moment **(Eq.M)**, en appliquant le théorème du moment dynamique à l'avion en *G*, dans son mouvement par rapport à R_0 galiléen, en projection sur l'axe $\overrightarrow{y_a}$.

A)	B)
$C\dfrac{d\gamma}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S \ell C_m V^2 + Fb\cos\varepsilon$	$B\dfrac{dq}{dt} = \dfrac{1}{2}\rho S \ell C_m V^2 + F(b\cos\varepsilon - \mathrm{a}\sin\varepsilon)$

C)	D)
$B\dfrac{d\alpha}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S \ell C_m V^2 - F(b\cos\varepsilon + \mathrm{a}\sin\varepsilon)$	$A\dfrac{d\theta}{dt} = -\dfrac{1}{2}\rho S \ell C_m V^2 + Fb\cos\varepsilon$

3. Hypothèses simplificatrices de découplage

Trois hypothèses simplificatrices sont couramment utilisées :

(1) le vecteur poussée $\vec{F}$ est parallèle à la vitesse $\vec{V}$, soit $\vec{F} = F\,\overrightarrow{x_a}$;

(2) le moment en *G* de la force de poussée est nul, c'est-à-dire $\vec{M}_{G,moteurs\to avion} = \vec{0}$;

(3) la pente γ est modérée, soit $\cos\gamma \approx 1$ et $\sin\gamma \approx \gamma$.

Question 9. Indiquer les découplages provoqués par ces hypothèses sur les équations longitudinales (Eq.P, Eq.S et Eq.M).

A)	B)
Hypothèse (1) : Découplage de Eq.P et Eq.S par rapport à *F*.	***Hypothèse (3) :*** Découplage de Eq.S et Eq.M par rapport à γ.

C)	D)
Hypothèse (1) et Hypothèse (2) : Découplage de Eq.M et Eq.P par rapport à *F* et γ.	***Hypothèse (2) :*** Découplage de Eq.P et Eq.M par rapport à *F*.

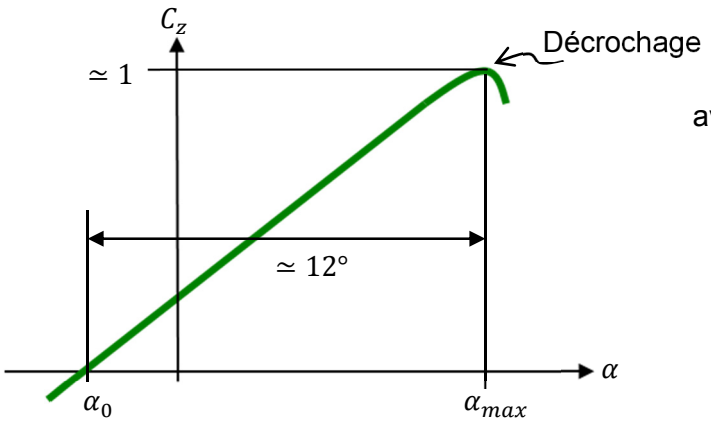
4. Équilibres longitudinaux

Question 10. À l'équilibre, les dérivées temporelles étant nulles, indiquer la nature du vol longitudinal en vous appuyant sur les valeurs prises par les paramètres $\alpha, \gamma \; et \; q$.

A)	B)	C)	D)
Vol rectiligne uniformément accéléré : $\ddot{\gamma} = 0$	Vol en palier : $\gamma = 0$	Vol rectiligne : $\alpha = cte$ et $q = 0$	Vol de montée ou descente à vitesse constante : $\ddot{\gamma} = 0$

Modèle du coefficient aérodynamique C_z :

Le coefficient de portance C_z est une fonction linéaire de l'incidence (voir Figure 4) tant que l'on n'a pas atteint le décrochage (perte de contrôle de l'avion).



$$C_z = C_z(\alpha) = C_{z\alpha}(\alpha - \alpha_0)$$

avec $C_{z\alpha} = \frac{dC_z}{d\alpha} \simeq 5$ pour un avion type A350.

Figure 4 Coefficient de portance C_z en fonction de l'incidence α

Question 11. D'après la figure 4, le décrochage se produit toujours à :

A)	B)	C)	D)
La même incidence	La même vitesse	La même inclinaison	La même assiette

Question 12. D'après l'équation de sustentation (Eq.S), à l'équilibre avec l'hypothèse de découplage, calculer le facteur de charge N_z défini par $N_z = \frac{Portance}{Poids} = \frac{\frac{1}{2}\rho S C_z V^2}{Mg}$

A)	B)	C)	D)
$N_z = \frac{\dot{V}\gamma}{g} \approx 0$	$N_z = 1 + \frac{\dot{V}\gamma}{g}$	$N_z = \frac{V\dot{\gamma}}{g}$	$N_z = \cos\gamma \approx 1$

III CALCUL APPROCHÉ DE LA FONCTION DE TRANSFERT DU MODÈLE AVION

Objectif

Déterminer un modèle de connaissance du contrôle de l'incidence et de la pente de l'avion. Cette modélisation sera rendue possible à partir des équations de la mécanique du vol linéarisées autour d'un point de vol.

Le point de vol considéré est caractérisé par :

- vitesse de vol : $V \approx V_0 = cte$;
- l'angle d'incidence α varie autour de l'incidence d'équilibre α_e avec $\Delta\alpha = \alpha - \alpha_e \in [0°, 15°]$;
- l'avion est en vol longitudinal pur (la pente γ est modérée).

Le modèle de coefficient de moment C_m, **pris au centre d'inertie *G*** de l'avion est :

$$C_m = C_{m0} + C_{m\alpha}(\alpha - \alpha_e) + C_{\delta m}\delta$$

Avec :

- C_{m0}, le coefficient de moment constant à l'équilibre ;
- $C_{m\alpha} = \frac{\partial C_m}{\partial \alpha} < 0$, le gradient de coefficient de moment C_m vis-à-vis d'une variation d'incidence α ;
- $C_{\delta m} = \frac{\partial C_m}{\partial \delta} > 0$, le gradient de coefficient de moment C_m vis-à-vis d'une variation d'angle de gouverne δ.

En linéarisant les équations de moment et de sustentation autour du point de vol, on aboutit aux équations différentielles linéaires :

$$B(\ddot{\alpha} + \ddot{\gamma}) = \frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 [\alpha C_{m\alpha} + \delta C_{\delta m}] \quad (1)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{2M}\rho S V_0 \alpha C_{z\alpha} \quad (2)$$

Question 13. En se plaçant dans les conditions initiales nulles, déterminer les fonctions de transfert $H_{inc}(p) = \frac{\alpha(p)}{\delta(p)}$ et $H_{pente}(p) = \frac{\gamma(p)}{\alpha(p)}$.

A)	$H_{inc}(p) = \frac{\frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{\delta m}}{Bp^2 + \frac{B}{2M}\rho S V_0 C_{z\alpha} p - \frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{m\alpha}}$ et $H_{pente}(p) = \frac{1}{2Mp}\rho S V_0 C_{z\alpha}$
B)	$H_{inc}(p) = \frac{\frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{\delta m}}{Bp^2 + \frac{1}{2M}\rho S V_0 C_{z\alpha} p + \frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{m\alpha}}$ et $H_{pente}(p) = \frac{2Mp}{\rho S V_0 C_{z\alpha}}$
C)	$H_{inc}(p) = \frac{1}{Bp^2 + \frac{1}{2M}\rho S V_0 C_{z\alpha} p - \frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{m\alpha}}$ et $H_{pente}(p) = \frac{1}{2Mp}\rho S V_0 C_{z\alpha}$
D)	$H_{inc}(p) = \frac{\frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{\delta m}}{Bp^2 + \frac{B}{2M}\rho S V_0 C_{z\alpha} p - \frac{1}{2}\rho S \ell V_0^2 C_{m\alpha}}$ et $H_{pente}(p) = \frac{1}{2M}\rho S V_0 C_{z\alpha}$

PARTIE B MODÈLE DES SERVO-GOUVERNES

I MODÈLE CINÉMATIQUE DES GOUVERNES DE PROFONDEUR

Objectifs

Les sollicitations aérodynamiques importantes, subies par la gouverne, conduisent à prendre en compte un montage suffisament rigide pour le guidage en rotation de la gouverne par rapport au PHR.

Nous montrerons dans un premier temps, que le choix du montage conduit à un mécanisme hyperstatique.

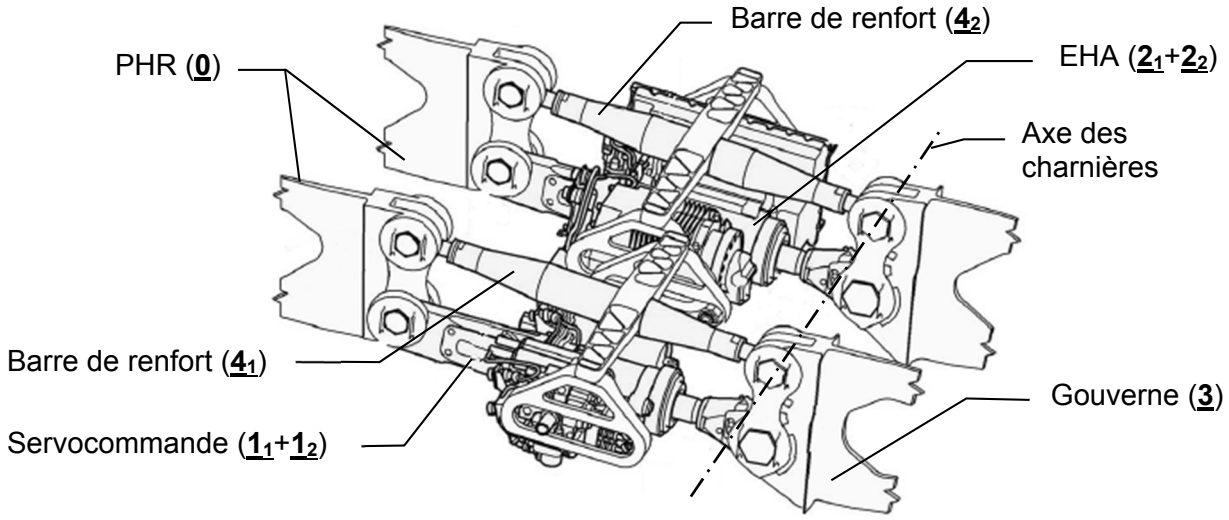
Par contre, pour des conditions évidentes de sécurité, les actionneurs ainsi que les barres de renfort, ne devront pas supportés des sollicitations parasites alternées au niveau des ancrages.

Nous proposerons alors dans un second temps, une modification des liaisons concernées afin de réduire le degré d'hyperstatisme.

Les gouvernes de profondeur sont reliées au PHR par des liaisons pivots et manœuvrées par :

- une servocommande hydraulique (SCH), actionneur principal ;
- un actionneur électro-hydraulique (EHA), utilisé en cas de défaillance.

L'actionneur EHA est alimenté électriquement et l'énergie hydraulique nécessaire à son fonctionnement est produite localement par l'intermédiaire d'une pompe électrique. En mode normal, **cet actionneur fonctionne en amortisseur.**



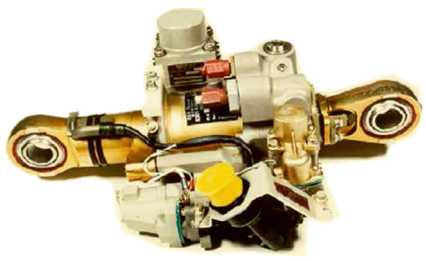
		
Electro-**H**ydrostatic **A**ctuator (EHA) (Constructeur MOOG)	Servocommande hydraulique (Constructeur MOOG)	Barre de renfort (Constructeur Liebherr)

Figure 5 Représentation du mécanisme de commande et photographies des principaux constituants

Le schéma cinématique du mécanisme ainsi que le graphe des liaisons (sans la désignation des liaisons) sont représentés sur la Figure 6.

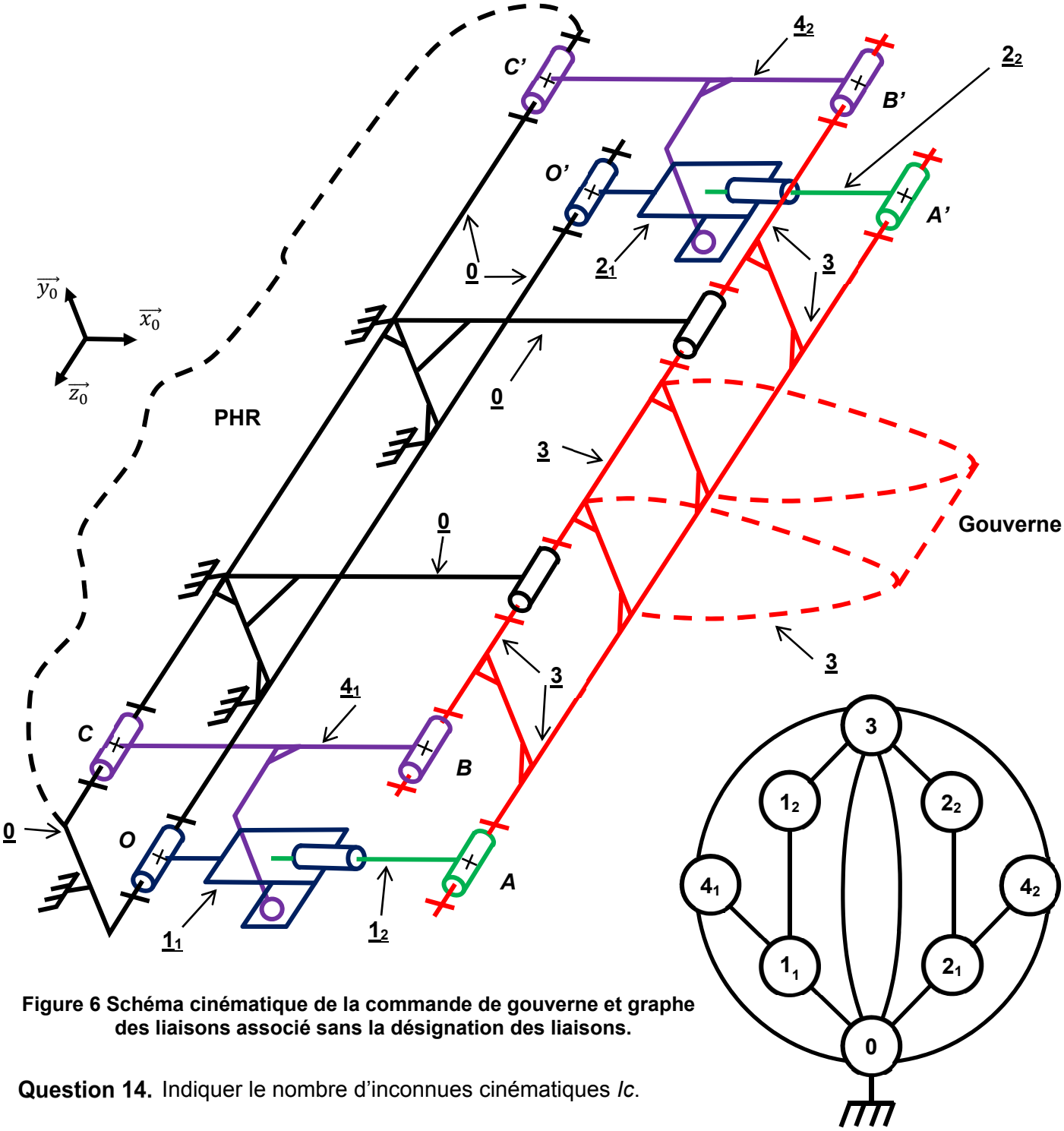


Figure 6 Schéma cinématique de la commande de gouverne et graphe des liaisons associé sans la désignation des liaisons.

Question 14. Indiquer le nombre d'inconnues cinématiques *Ic*.

A)	B)	C)	D)
Ic=16	*Ic*=24	*Ic*=22	*Ic*=20

Question 15. Déterminer le nombre cyclomatique μ.

A)	B)	C)	D)
$\mu = 7$	$\mu = 5$	$\mu = 8$	$\mu = 4$

Question 16. Déterminer le degré de mobilité cinématique du mécanisme m_c.

A)	B)	C)	D)
$m_c = 0$	$m_c = 2$	$m_c = 1$	$m_c = 5$

Question 17. En déduire le degré d'hyperstatisme *h*.

A)	B)	C)	D)
$h = 9$	$h = 13$	$h = 17$	$h = 19$

Question 18. Indiquer quels sont les avantages ou inconvénients d'un mécanisme fortement hyperstatique.

A)	Avantage : une diminution des pertes donc un meilleur rendement. De plus, les procédés de fabrication sont simples et peu coûteux.

B)	Avantage : montage rigide nécessaire en raison des actions mécaniques transmissibles importantes.

C)	Inconvénient : des usinages et montages coûteux pour respecter les conditions géométriques relatives des surfaces fonctionnelles.

D)	Inconvénient : un mécanisme hyperstatique ne fonctionne pas correctement, on lui préfèrera une solution isostatique.

Question 19. Comment modifier les liaisons pivots des vérins et des barres de renfort (en O, A, B, C et O', A', B', C') afin de réduire le degré d'hyperstatisme tout en supprimant les sollicitations « indésirables » ? Il faut les remplacer par :

A)
Des sphères-cylindres.

B)
Des pivots glissants.

C)
Des liaisons sphériques.

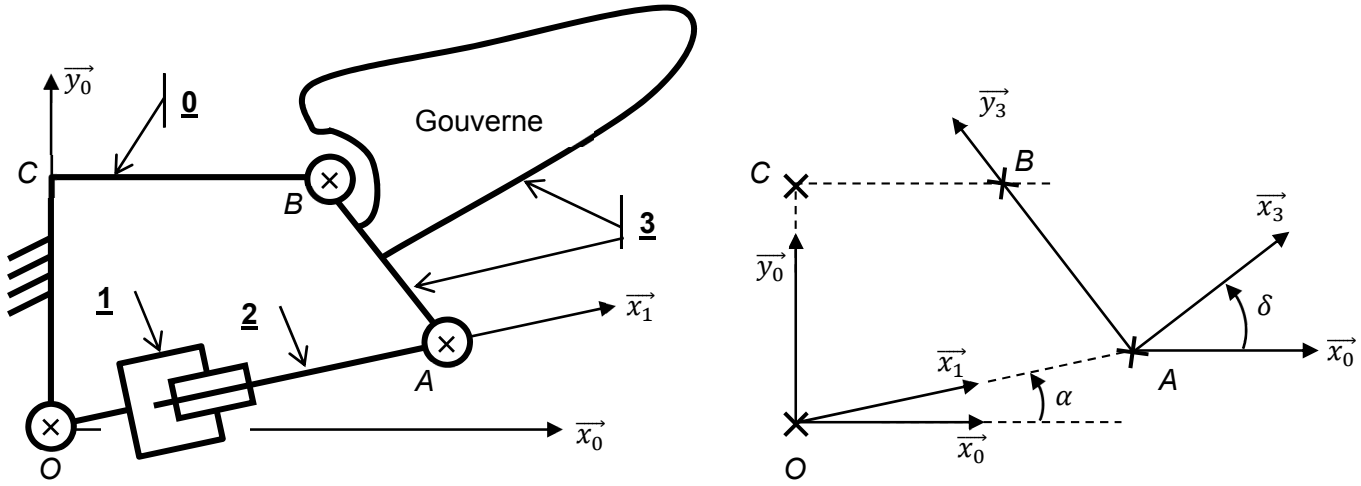
D)
Des couples pivot glissant / appui-plan.

II ANALYSE DE LA SERVO-VALVE

Objectif

Analyser le modèle cinématique de la servo-gouverne en vue de justifier le choix de la servo-valve vis-à-vis des performances attendues.

Le modèle retenu pour la suite de l'étude est représenté Figure 7. On fait l'hypothèse d'un mécanisme plan et ne comportant que l'actionneur principal.



$\overrightarrow{OA} = \lambda\,\overrightarrow{x_1}$	$\overrightarrow{AB} = a\,\overrightarrow{y_3}$	$\overrightarrow{CB} = b\,\overrightarrow{x_0}$	$\overrightarrow{OC} = c\,\overrightarrow{y_0}$
$(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = \alpha$	$(\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3}) = \delta$	$a = c = 0{,}17\ m$	$b = 0{,}25\ m$

Figure 7 Schéma cinématique d'une servo-gouverne et paramétrage

Question 20. Déterminer la loi entrée-sortie géométrique $\lambda = f(\delta, a, b, c)$.

A)	B)
$\lambda^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab\sin\delta$	$\lambda = \sqrt{(\mathrm{a}\sin\delta + b)^2 + (\mathrm{c} - \mathrm{a}\cos\delta)^2}$

C)	D)
$\lambda\sin\delta = \mathrm{c} - \mathrm{a}\cos\delta + \mathrm{a}\sin\delta - b$	$\lambda\tan\alpha = \dfrac{\mathrm{a}\sin\delta + b}{\mathrm{c} - \mathrm{a}\cos\delta}$

Les angles de braquage $\delta \in [-12°, 12°]$ et pour la position au repos ($\delta = 0°$) donne $\lambda = \lambda_0 = 0{,}25\ \mathrm{m}$.

Pour les débattements angulaires maximals, soit $\delta_{max} = 12° = \frac{\pi}{15}\ rad$, nous remarquons que :

$$\frac{\sin\delta_{max} - \delta_{max}}{\sin\delta_{max}} \simeq 0.7\%$$

et

$$\frac{1 - \cos\delta_{max}}{\cos\delta_{max}} \simeq 2\%$$

Question 21. Justifier la possibilité de linéariser la loi entrée-sortie autour du point de fonctionnement $\delta = 0°$ et $\lambda = \lambda_0$ (rappel a=c). En déduire, un modèle linéarisé sous la forme $\delta = A_0\,\lambda + B_0$.

A)	B)
Possible car : $a = c$ Alors : $\delta = \frac{\lambda}{2a} - \frac{b}{a}$	Possible car : $\cos\delta \approx 1$ Alors : $\delta = \frac{\lambda}{2a} + \frac{b}{a}$

C)	D)
Possible car : $\sin\delta \approx \delta$ Alors : $\delta = \frac{\lambda}{2a\sqrt{1+\left(\frac{b-a}{a+b}\right)^2}} + \frac{b}{a}\sqrt{1+\left(\frac{b-a}{a+b}\right)^2}$	Possible car : $\sin\delta \approx \delta$ et $\cos\delta \approx 1$ Alors : $\delta = \frac{\lambda}{a} - \frac{b}{a}$

Pour la suite de l'étude, la loi entrée-sortie linéarisée s'écrit :

$\boldsymbol{\delta = 6\lambda - 1.5}$ avec λ en mètre et δ en radian.

La commande en vitesse de l'angle de braquage de la gouverne obéit à une loi trapézoïdale (voir Figure 8).

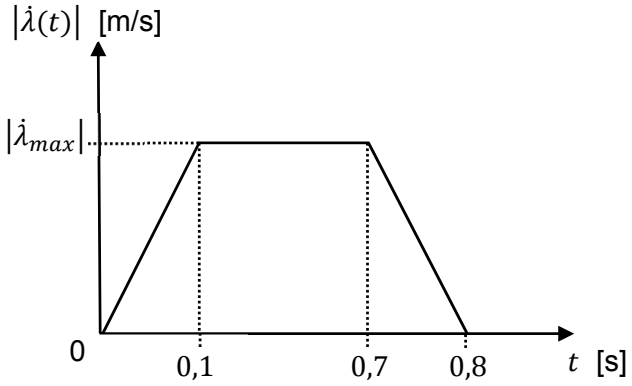


Figure 8 Loi de vitesse en déplacement de la tige du vérin de la servo-commande

Question 22. La course du vérin étant de 7 cm, déterminer alors la vitesse maximale à imposer $|\dot{\lambda}_{max}|$. En déduire alors $|\dot{\delta}_{max}|$.

A)	B)	C)	D)
$\lvert\dot{\lambda}_{max}\rvert = 0{,}1\ \mathrm{m.s^{-1}}$ $\lvert\dot{\delta}_{max}\rvert = 0{,}6\ \mathrm{rad.s^{-1}}$	$\lvert\dot{\lambda}_{max}\rvert = 1\ \mathrm{m.s^{-1}}$ $\lvert\dot{\delta}_{max}\rvert = 34\ °.\mathrm{s^{-1}}$	$\lvert\dot{\lambda}_{max}\rvert = 0{,}5\ \mathrm{m.s^{-1}}$ $\lvert\dot{\delta}_{max}\rvert = 3\ \mathrm{rad.s^{-1}}$	$\lvert\dot{\lambda}_{max}\rvert = 0{,}01\ \mathrm{m.s^{-1}}$ $\lvert\dot{\delta}_{max}\rvert = 3{,}4\ °.\mathrm{s^{-1}}$

Afin de justifier le choix de la servo-valve pour l'actionneur EHA de secours, on souhaite comparer son débit nominal Q_{nom} devant le débit maximum Q_{max} nécessaire pour la manœuvre de la gouverne.

En première approximation, les hypothèses suivantes sont retenues :

- fluide incompressible ;
- fuites négligées ;
- débit constant assuré par la pompe électrique.

Les données techniques relatives à la transmission hydraulique sont :

Vérin	Servo-valve
Vérin hydraulique double effet symétrique Section utile $S = 25.10^{-4}\mathrm{m}^2$	Gain pur : $K_s = 20\ \mathrm{L.s^{-1}.A^{-1}}$ Intensité nominale : $I_{nom} = 40\ \mathrm{mA}$

Question 23. À partir de la loi de commande de la gouverne, calculer le débit maximum Q_{max} nécessaire.

A)	B)	C)	D)
$2{,}5\ \mathrm{L.s^{-1}}$	$0{,}25\ \mathrm{L.s^{-1}}$	$0{,}00125\ \mathrm{m^3.s^{-1}}$	$0{,}0125\ \mathrm{m^3.s^{-1}}$

Pour ne pas altérer la sécurité et la durée de vie de la transmission hydraulique, la servo-valve ne doit pas travailler à pleine puissance.

Ainsi, le débit nominal sera majoré en vérifiant que $\boldsymbol{Q_{max} \leq 65\% Q_{nom}}$, cela permet de prendre en compte les pertes par frottements sec et visqueux, les pertes de charges, les fuites ainsi qu'une utilisation à moyenne puissance de la servo-valve.

Question 24. Déterminer le débit nominal Q_{nom} de la servo-valve choisie. Préciser si ce choix est correct vis-à-vis de la recommandation ci-dessus.

A)	B)	C)	D)
$Q_{nom} \approx 0{,}04\ \mathrm{m^3.s^{-1}}$ Choix incorrect	$Q_{nom} \approx 0{,}02\ \mathrm{m^3.s^{-1}}$ Choix validé	$Q_{nom} \approx 0{,}8\ \mathrm{L.s^{-1}}$ Choix validé	$Q_{nom} \approx 4\ \mathrm{L.s^{-1}}$ Choix incorrect

III FONCTION DE TRANSFERT DE LA SERVO-GOUVERNE

Objectif

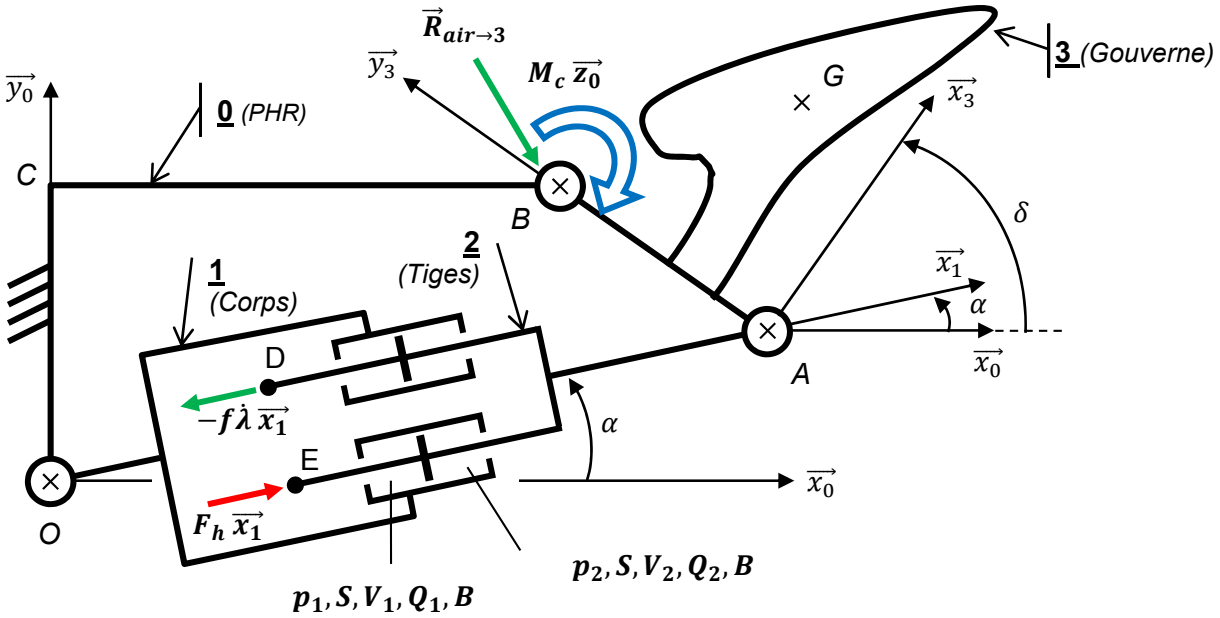
Déterminer un modèle de connaissance de la servo-commande qui pourra être utilisé dans la chaîne d'asservissement étudiée en partie C.

L'objectif étant de déterminer l'expression de la fonction de transfert de la servo-gouverne, on adoptera la représentation cinématique et mécanique proposée sur la Figure 9.

Le vérin hydraulique (SCH) est utilisé en tant qu'actionneur alors que le **vérin (EHA)** est utilisé en tant qu'**amortisseur**.

Hypothèses :

- on considère que les deux tiges des vérins ont la même masse $\boldsymbol{m_t}$;
- le débattement angulaire α étant faible, on néglige la rotation des corps des vérins (d'où la forme des torseurs cinématiques proposés). Ainsi, l'énergie cinétique de **1**/**0** sera négligée, $\boldsymbol{T_{1/0} \approx 0}$;
- on néglige les forces de pesanteur devant les actions mécaniques mises en jeu.



$\overrightarrow{OA} = \lambda\,\overrightarrow{x_1}$	$\overrightarrow{AB} = a\,\overrightarrow{y_3}$	$\overrightarrow{CB} = b\,\overrightarrow{x_0}$	$\overrightarrow{OC} = c\,\overrightarrow{y_0}$
$\overrightarrow{BG} = d\,\overrightarrow{x_3} + e\,\overrightarrow{y_3}$	$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{y_1} = \overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{y_1} = h$	$\alpha = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1})$	$\delta = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3})$

Figure 9 Modélisation de la servo-gouverne

	Solide 2	Solide 3
Torseurs des actions mécaniques	**<u>Frottements visqueux</u> :** $\{T_{f\to 2}\}_D = \begin{Bmatrix} -f\dot{\lambda}\,\overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$ f : coefficient de frottement visqueux de l'amortisseur. **<u>Actions hydrauliques</u> :** $\{T_{h\to 2}\}_E = \begin{Bmatrix} F_h\,\overrightarrow{x_1} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_E$	**<u>Actions aérodynamiques</u> :** $\{T_{air\to 3}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{air\to 3} \\ M_c\ \overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_G$ M_c est le moment de charnière de la gouverne. Remarque : $M_c < 0$ si δ>0 (moment à cabrer).
Torseurs cinématiques	$\{V_{2/0}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{2/0} \approx \vec{0} \\ \dot{\lambda}\,\overrightarrow{x_1} \end{Bmatrix}_A$	$\{V_{3/0}\}_B = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{3/0} = \dot{\delta}\ \overrightarrow{z_0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$
Grandeurs inertielles	Les deux tiges des vérins ont la même masse m_t soit : $m_2 = 2\,m_t$	La gouverne, de masse m_3, a pour matrice d'inertie exprimée en son centre d'inertie *G* suivant la base $\mathcal{B}_3 = (\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{y_3}, \overrightarrow{z_3})$: $\bar{\bar{I}}_{3,G} = \begin{bmatrix} A_3 & -F_3 & 0 \\ -F_3 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_3}$
Données	**<u>Force exercée par le vérin hydraulique</u> :** $F_h = (p_1 - p_2)S$ Avec : S, section utile du vérin ; p_i, pression dans la chambre *i* ($i \in [\![1,2]\!]$) <u>On définit également</u> : V_i, volume de la chambre *i* Q_i, débit dans la chambre *i* ($i \in [\![1,2]\!]$) B, module de compressibilité du fluide	$M_c = \frac{1}{2}\rho S_G V^2 \ell_c C_m$ ρ : masse volumique de l'air ; S_G : surface aérodynamique de la gouverne ; V : vitesse de l'air par rapport à l'avion ; ℓ_c : longueur de la corde de la gouverne ; C_m : coefficient de charnière. Dans les conditions de vol définies page 9, nous admettrons la relation simplifiée $C_m = -1{,}5\,\delta$; δ : angle de braquage de la gouverne exprimé en radian. **Afin d'alléger l'écriture on adoptera la notation suivante :** $\boldsymbol{M_c = -\delta N_0}$ avec : $N_0 = \frac{3}{4}\rho S_G V^2 \ell_c$

Tableau 1 Propriétés cinétiques et mécaniques

Question 25. Donner l'expression de l'énergie cinétique de l'ensemble mobile $\Sigma = \{2+3\}$ par rapport au référentiel $R_0 = (O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ supposé galiléen, que l'on notera $T_{\Sigma/0}$.

A)	B)
$\frac{1}{2}(2\,m_t)\dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2}[C_3 + m_3(d^2+e^2)]\dot{\delta}^2$	$\frac{1}{2}(2\,m_t)\dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2}C_3\dot{\delta}^2$

C)	D)
$\frac{1}{2}m_t\dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2}B_3\dot{\delta}^2$	$\frac{1}{2}(2\,m_t)\dot{\lambda}^2 + \frac{1}{2}(C_3 + m_t d^2)\dot{\delta}^2$

Question 26. On rappelle que le modèle linéarisé de la loi entrée-sortie de la servo-gouverne s'écrit $\delta = A_0\,\lambda + B_0$. Déterminer le moment d'inertie équivalent J_{eq} de l'ensemble mobile $\Sigma = \{2+3\}$ ramené sur l'axe de charnière $(B, \overrightarrow{z_0})$.

A)	B)	C)	D)
$\frac{m_t}{A_0} + B_3$	$\frac{2\,m_t}{A_0^2} + C_3 + m_3(d^2+e^2)$	$\frac{2\,m_t}{A_0^2} + C_3 + 2\,m_t d^2$	$2\,m_t + C_3$

Question 27. Calculer les puissances galiléennes, développées par les efforts extérieurs et les inter-efforts, appliquées sur l'ensemble mobile $\Sigma = \{2+3\}$ et notées respectivement P_{ext} et P_{int}.

A)
$P_{int} = f\dot{\alpha}^2 + (p_2 - p_1)S\dot{\delta}$

B)
$P_{int} = -f\dot{\lambda}^2 + (p_1 - p_2)S\dot{\lambda}$

C)
$P_{ext} = -\delta N_0 \dot{\delta}$

D)
$P_{ext} = \delta N_0 \dot{\lambda}$

Question 28. En appliquant le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble mobile $\Sigma = \{2+3\}$, déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement de braquage de la gouverne.

A)
$J_{eq}\ddot{\delta} + f\dot{\delta} + N_0\delta = (p_1 - p_2)S$

B)
$J_{eq}\ddot{\delta} + \frac{f}{B_0^2}\dot{\delta} - N_0\delta = \frac{(p_1 - p_2)S}{A_0}\dot{\delta}$

C)
$\frac{1}{2}J_{eq}\ddot{\delta} + \frac{2f}{A_0^2}\dot{\delta} + \frac{N_0}{A_0^2}\delta = \frac{(p_1 - p_2)S}{A_0^2}$

D)
$J_{eq}\ddot{\delta} + \frac{f}{A_0^2}\dot{\delta} + N_0\delta = \frac{(p_1 - p_2)S}{A_0}$

Modélisation du vérin hydraulique de la servo-gouverne (SCH) :

Les équations des débits du vérin sont les suivantes :

$$Q_1(t) = S\frac{d\lambda}{dt} + \frac{V_1}{B} \times \frac{dp_1}{dt}$$

$$Q_2(t) = S\frac{d\lambda}{dt} - \frac{V_2}{B} \times \frac{dp_2}{dt}$$

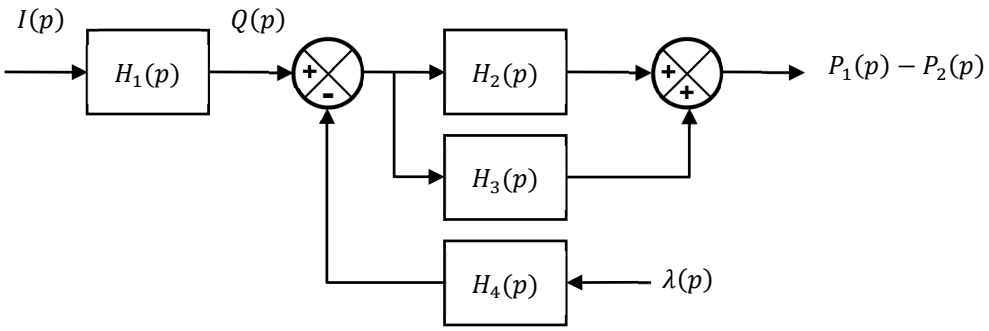
Les différentes variables sont définies dans le Tableau 1 page 17.

<u>Hypothèses :</u>

- Conservation des débits (débit de fuite négligé), soit $Q_1(t) = Q_2(t) = Q(t)$;
- Servo-valve à commande proportionnelle, soit $Q(t) = K_s\, i(t)$ avec :
  - K_s, gain de la servo-valve $[\,\mathrm{L.s^{-1}.A^{-1}}\,]$;
  - $i(t)$, intensité du courant de commande de la servo-valve $[\,\mathrm{A}\,]$.

Par convention, la fonction dite **transformée de Laplace** de *f*(*t*) sera notée *F(p).*

Le modèle de connaissance de la servo-valve ainsi que du vérin peut être représenté par le schéma-blocs ci-après.



Question 29. Déterminer les fonctions de transferts $H_i(p)$ $(i \in [\![1,4]\!])$.

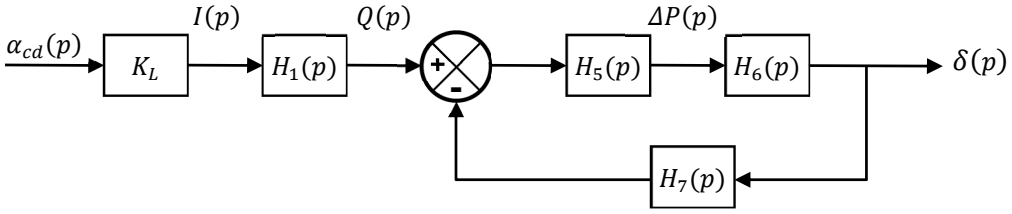
A)	$H_1(p) = \frac{1}{K_s}$	$H_2(p) = \frac{V_1 p}{\mathrm{B}}$	$H_3(p) = \frac{V_{2p}}{\mathrm{B}}$	$H_4(p) = \frac{1}{Sp}$

B)	$H_1(p) = K_s$	$H_2(p) = \frac{B}{V_1 p}$	$H_3(p) = \frac{B}{V_2 p}$	$H_4(p) = Sp$

C)	$H_1(p) = \frac{1}{K_s}$	$H_2(p) = \frac{V_1}{B}$	$H_3(p) = \frac{V_2}{B}$	$H_4(p) = \frac{1}{S}$

D)	$H_1(p) = K_s$	$H_2(p) = \frac{Bp}{V_1}$	$H_3(p) = \frac{Bp}{V_2}$	$H_4(p) = S$

Le modèle complet de la servo-gouverne est proposé ci-dessous.



Avec :

- K_L, un gain pur [$\mathrm{A.rad^{-1}}$] permettant l'adaptation de la commande d'incidence $\alpha_{cd}(p)$ en intensité du courant électrique $I(p)$;
- $\Delta P(p)$, la différence de pression : $\Delta P(p) = P_1(p) - P_2(p)$;

Par ailleurs, on introduit la raideur hydraulique $r_h = \left(\frac{B}{V_1} + \frac{B}{V_2}\right) S^2$ et on rappelle la relation $\delta = A_0\,\lambda + B_0$.

Question 30. À partir des résultats des questions précédentes, déterminer les fonctions de transferts $H_i(p)$ ($i \in [\![5,7]\!]$).

A)	$H_5(p) = \frac{1}{S}$	$H_6(p) = \frac{r_h S^2}{J_{eq}p^2 + \frac{f}{A_0^2}p + N_0}$	$H_7(p) = \frac{1}{A_0}$
B)	$H_5(p) = r_h$	$H_6(p) = \frac{Sp}{J_{eq}p^2 + \frac{f}{A_0^2}p + N_0}$	$H_7(p) = \frac{1}{A_0}$
C)	$H_5(p) = \frac{1}{S}$	$H_6(p) = \frac{r_h Sp}{J_{eq}p^2 + \frac{f}{A_0^2}p + N_0}$	$H_7(p) = \frac{1}{A_0}$
D)	$H_5(p) = \frac{r_h}{pS^2}$	$H_6(p) = \frac{\frac{S}{A_0}}{J_{eq}p^2 + \frac{f}{A_0^2}p + N_0}$	$H_7(p) = \frac{Sp}{A_0}$

Question 31. Déterminer la fonction de transfert de la servo-gouverne $H_{gouv}(p) = \frac{\delta(p)}{\alpha_{cd}(p)}$.

A)	**B)**
$H_{gouv}(p) = \frac{\frac{A_0 K_l K_s}{S}}{p\left[1 + \left(\frac{f}{r_h}\right)p + \left(\frac{J_{eq} A_0^2}{r_h}\right)p^2\right]}$	$H_{gouv}(p) = \frac{\frac{A_0 K_l K_s}{S}}{\left[1 + \left(\frac{f}{r_h}\right)p + \left(\frac{J_{eq} A_0^2}{r_h}\right)p^2\right]}$

C)	**D)**
$H_{gouv}(p) = \frac{\frac{A_0 r_h K_l K_s}{S(r_h + N_0 A_0^2)}}{p\left[1 + \left(\frac{f}{r_h + N_0 A_0^2}\right)p + \left(\frac{J_{eq} A_0^2}{r_h + N_0 A_0^2}\right)p^2\right]}$	$H_{gouv}(p) = \frac{\frac{A_0 r_h}{S(r_h + N_0 A_0^2)}}{\left[1 + \left(\frac{f}{r_h + N_0 A_0^2}\right)p + \left(\frac{J_{eq} A_0^2}{r_h + N_0 A_0^2}\right)p^2\right]}$

PARTIE C LOI DE COMMANDE

I SONDE D'INCIDENCE

Objectifs

Concevoir la chaîne d'asservissement de la loi de commande en incidence. Pour cela, un modèle de comportement des capteurs (sondes) d'incidence sera étudié dans un premier temps. Nous verrons dans un second temps, comment introduire une méthode de protection d'incidence (triplex) permettant d'écarter le risque de décrochage.

Les sondes d'incidence permettent de mesurer l'angle d'attaque de l'avion, nommé alpha : α. Elles sont au nombre de trois et disposées sur le nez de l'avion (voir Figure 10).

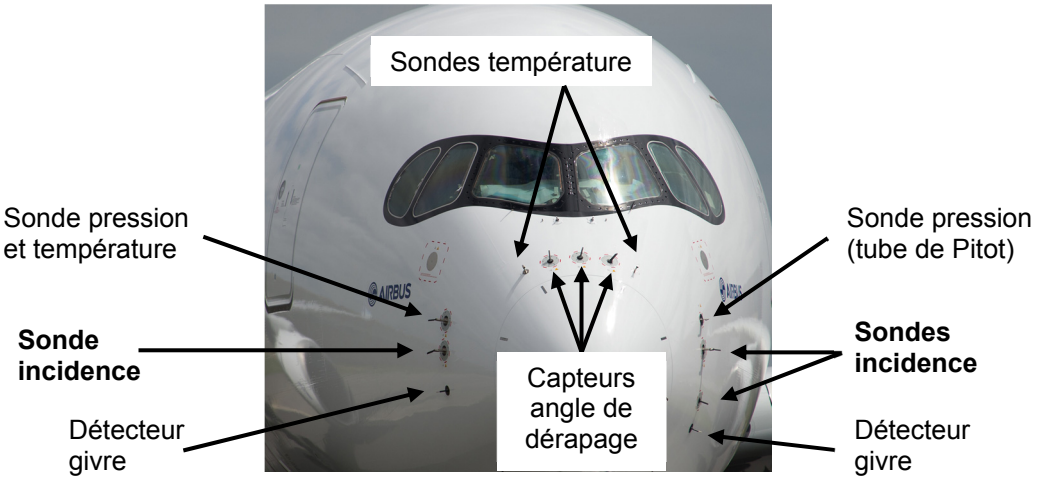


Figure 10 Positionnement des capteurs A350 XWB

Leur fonctionnement est identique à celui d'une girouette. Une pale s'oriente automatiquement dans le flux d'air, permettant ainsi de relever l'angle d'inclinaison de l'appareil (voir Figure 11).

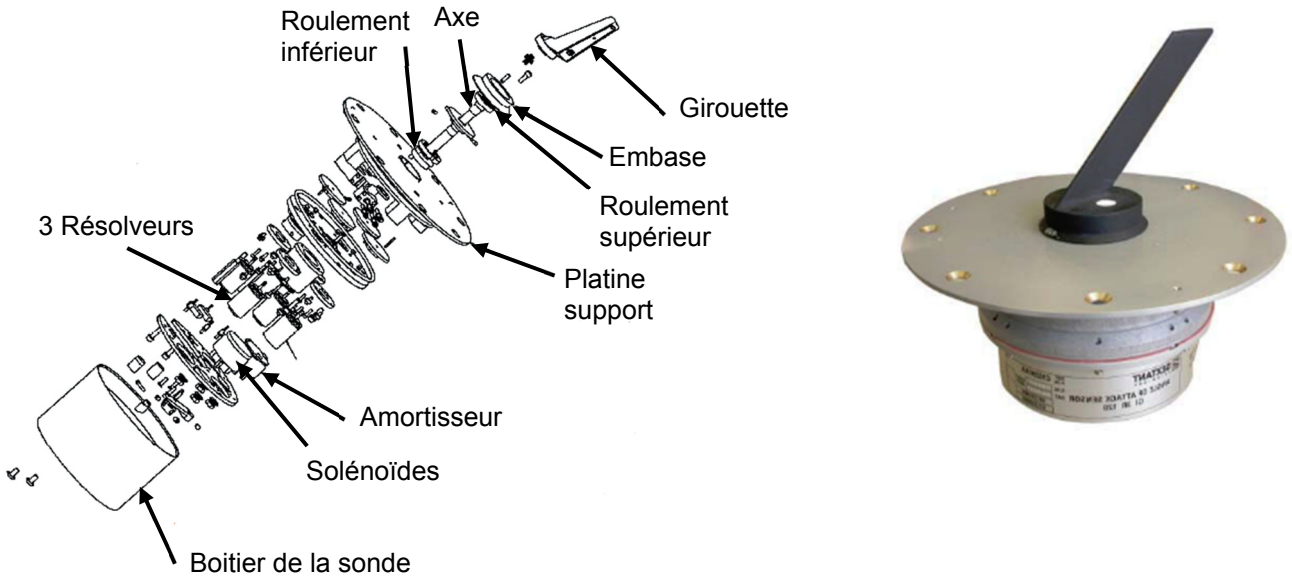


Figure 11 Sonde d'incidence - vue éclatée

1. Modèle de comportement des sondes d'incidence

Essais en soufflerie

Des essais en soufflerie jusqu'à la vitesse de l'air de 210 kt (108 m/s) ont été effectués par l'équipementier. Les réponses fréquentielles indiquent que les sondes ont toutes un modèle de comportement du second ordre (voir Figure 12).

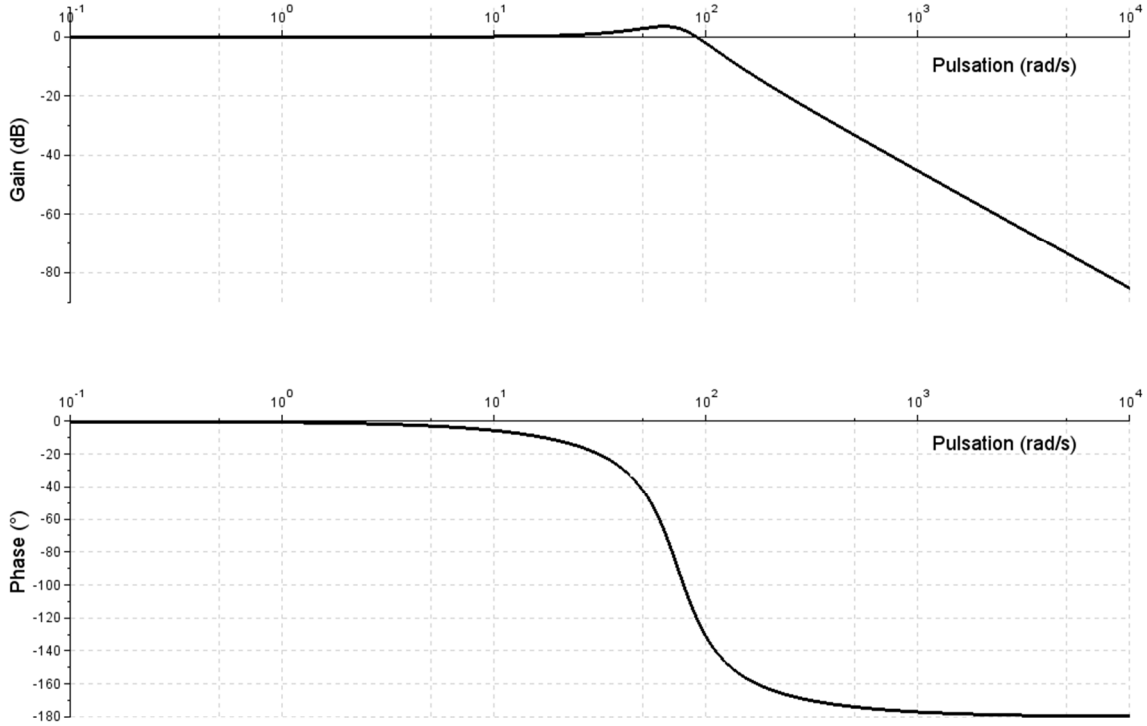


Figure 12 Diagrammes de Bode (Gain/Phase) d'une sonde d'incidence à la vitesse *V*=150kt

La fonction de tranfert de la sonde d'incidence sera notée :

$$H_{cap}(p) = \frac{1}{1 + 2\xi_c \frac{p}{\omega_c} + \frac{p^2}{\omega_c^2}}$$

avec ξ_c le coefficient d'amortissement et ω_c la pulsation propre non amortie de la sonde.

Le Tableau 2 donne les résultats d'identification obtenus en soufflerie pour différentes vitesses de l'air.

Vitesse air (kt) ([3])	Vitesse air (m/s)	ω_c (rad/s)	ξ_c	$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$ (Hz)	$T_c = \frac{1}{f_c}$ (s)
90	46.3	54,1	0,559	8,61	0,12
110	56.6	59,6	0,484	9,49	0,11
130	66.9	65,2	0,424	10,38	0,10
150	77.2	73,5	0,354	11,70	0,09
170	87.5	87,5	0,276	13,93	0,07
190	97.8	101,4	0,228	16,14	0,06
210	108.0	115,4	0,2	18,37	0,05

Tableau 2 Résultats d'identification des sondes d'incidence

[3] Vitesse en nœud, c'est-à-dire milles/heure : 1 kt ≈ 1,852 km.h^{-1} ≈ 0,514 m.s^{-1}

Échantillonnage : vérification de la fréquence d'échantillonnage

Le traitement et l'utilisation de l'angle d'incidence mesurée par les sondes, sont effectués par le calculateur principal FCPC (*Flight Control Primary Computer*, voir Figure 13) qui est cadencé à **25 Hz.**

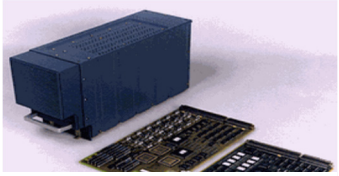


Figure 13 Calculateur principal FCPC.

Question 32. Déterminer le pas de calcul du calculateur.

A)	B)	C)	D)
40 ms	4 ms	7 ms	0,25 s

On rappelle que la réponse indicielle d'un système du second ordre sous-amorti possède une pseudo-période T qui s'exprime en fonction du coefficient d'amortissement ξ_c :

$$T = \frac{2\pi}{\omega_c\sqrt{1-\xi_c{}^2}} \text{ soit une fréquence } f = \frac{\omega_c\sqrt{1-\xi_c{}^2}}{2\pi}$$

Comme nous sommes en présence d'un système du second ordre faiblement amorti (surtensif), la fréquence de coupure à –3dB n'a pas beaucoup de signification. On regardera donc la fréquence propre des sondes pour quantifier la bande passante.

Ainsi la fréquence maximum du signal de sortie en incidence α sera telle que $f_{max} \approx \frac{\omega_c}{2\pi} = f_c$.

On admettra que le choix de la fréquence d'échantillonnage f_e impose que le signal ne doit pas comporter de composante de **fréquence supérieure à** $\frac{f_e}{2}$ (Théorème de Shannon).

Question 33. Indiquer la plage de vitesse pour laquelle la règle d'échantillonnage est vérifiée, c'est-à-dire telle que $\boldsymbol{f_{max}} < \frac{f_e}{2}$.

A)
La vitesse air doit être supérieure à 150 kt.

B)
Toutes les vitesses conviennent.

C)
Aucune car $\xi_c < 1$ donc il y aura du dépassement.

D)
La vitesse air doit être comprise entre 90 kt et 150 kt.

Question 34. Pourquoi la dynamique des sondes à haute vitesse ne présente-t-elle pas d'intérêt significatif ?

A)	Les vitesses de vol réclamant une forte dynamique en incidence sont en dessous de 150 kt.

B)	À haute vitesse, le gain très faible annule complètement la mesure du capteur. Les sondes ne sont donc plus utilisables.

C)	Aucun intérêt, car un avion de transport ne dépasse jamais la vitesse de 170 kt.

D)	Les hautes vitesses se retrouvent pour des vols en croisière au-dessus de 10 000 m (40 000 ft). À cette altitude, il n'y a pas d'obstacle donc la dynamique sera faiblement sollicitée.

Les réponses temporelles mesurées lors des essais en soufflerie (voir Figure 14) correspondent à une sollicitation de consigne de type trapézoïdale. La pente de la rampe imposée de **10°/s** est au-delà du domaine de variation classique de l'incidence afin d'assurer un facteur de sécurité supplémentaire.

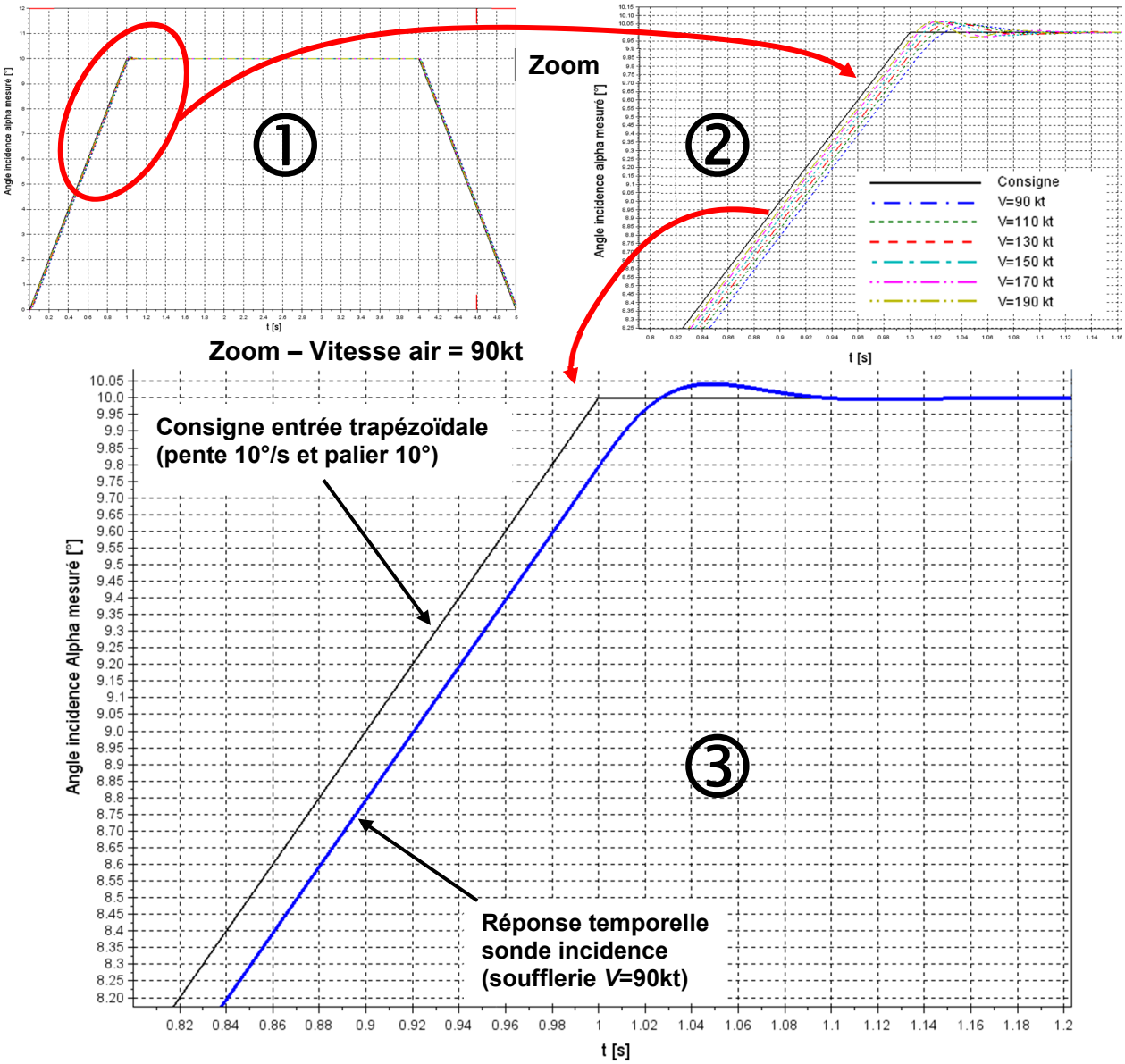


Figure 14 Réponses temporelles des sondes d'incidence pour différentes vitesses air ① consigne entrée trapézoïdale et réponses ② Zoom sur la transition poursuite-échelon ③ Zoom pour la réponse (V=90kt)

On définit l'erreur telle que $\varepsilon(t) = \alpha_c(t) - \alpha(t)$.

Question 35. Pour une entrée de type rampe $\alpha_c(t) = \dot{\alpha}_{max} t\, u(t)$, exprimer l'erreur de traînage notée $\varepsilon_t = \lim_{t\to\infty} \varepsilon(t)$ en fonction de $\dot{\alpha}_{max}$, ξ_c et ω_c (On note $u(t)$ la fonction échelon unitaire).

A)	B)
$\varepsilon_t = 0°$ car le gain est unitaire	$\varepsilon_t = \frac{1}{\xi_c \omega_c} \dot{\alpha}_{max}$

C)	D)
$\varepsilon_t = \frac{2\xi_c}{\omega_c} \dot{\alpha}_{max}$	$\varepsilon_t \to \infty$ car la pente de la rampe n'est pas unitaire

Question 36. Dans le cas le plus défavorable pour une vitesse air de 90 kt, déterminer la valeur de l'erreur de traînage.

A)	B)	C)	D)
$\varepsilon_t = 8°$	$\varepsilon_t = 3°$	$\varepsilon_t = 0°$	Non défini

Question 37. Déterminer le retard de traînage $T_{\alpha t}$. Est-il compatible vis-à-vis du pas de calcul du calculateur FCPC ?

A)	B)
Incompatible car : $T_{\alpha t} = 40$ ms > pas de calcul du FCPC	Compatible car : $T_{\alpha t} = 2$ ms < pas de calcul du FCPC

C)	D)
Incompatible car : $T_{\alpha t} = 10$ ms > pas de calcul du FCPC	Compatible car : $T_{\alpha t} = 20$ ms < pas de calcul du FCPC

Question 38. La valeur de l'incidence utilisée par le calculateur, dans la loi de protection (prot α) est filtrée par un premier ordre de constante de temps 0,1 s (10 Hz). Indiquer l'intérêt de ce filtrage.

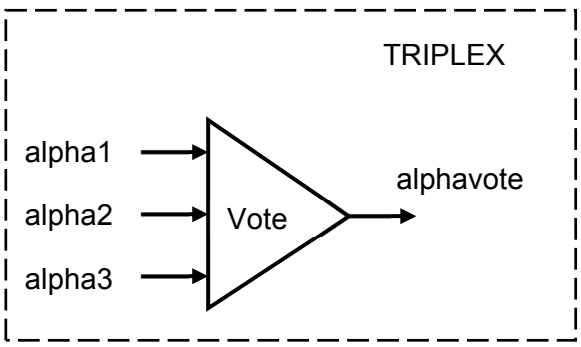
A)	B)
Le faible amortissement de la sonde n'a pas d'influence sur la loi prot α, car il est « gommé » par le filtre.	Ce filtrage permet d'améliorer la rapidité.

C)	D)
Ce filtrage permet de s'affranchir des bruits de mesure.	Ce filtrage permet d'augmenter la fréquence d'échantillonnage.

La criticité dans les lois de contrôle de la commande de vol nécessite d'utiliser **3 sources indépendantes** (3 sondes sur l'A350 XWB, voir Figure 10), pour élaborer la valeur retenue de l'angle d'incidence.

Le vote permet de calculer une valeur unique à partir des trois valeurs mesurées par les sondes, on parle de méthode « triplex ».

Cette méthode de calcul dépend du nombre de sources de mesure valides et diffère selon les avionneurs. Le constructeur Airbus a opté pour une méthode « triplex » définie selon le sous-programme Python proposé Figure 15, permettant la passivation d'une mesure erronée.




```
# Test du voteur triplex :

alpha1=5;
alpha2=1;
alpha3=6;

print (triplex(alpha1,alpha2,alpha3))
```

```
def triplex(alpha1,alpha2,alpha3):
    alpha=[alpha1,alpha2,alpha3]
    n = len(alpha)
    alphavote=0

    for i in range(n):
        imin=i
        for k in range(imin+1, n):
            if alpha[k] < alpha[imin]:
                imin=k
         alpha[i], alpha[imin] = alpha[imin], alpha[i]

    p=int(n/2)
    if n == p:
        alphavote=(alpha[p-1]+alpha[p])/2.0
    else:
        alphavote=alpha[p]
    return alphavote
```

Figure 15 Méthode « triplex » - Sous-programme du vote d'incidence alphavote

Question 39. En vous appuyant sur le programme ci-dessus calculant l'angle d'incidence **alphavote** à partir des 3 mesures des sondes (notées **alpha1**, **alpha2** et **alpha3**), indiquer la méthode « triplex » retenue par le constructeur Airbus pour le vote de l'angle d'incidence.

A)
alphavote correspond à la moyenne des 3 angles mesurés.

B)
alphavote correspond à la moyenne de la médiane des 3 angles mesurés avec la valeur de l'angle minimum.

C)
alphavote correspond à la moyenne des 2 angles les plus élevés (passivation de l'angle faible).

D)
alphavote correspond à la médiane des 3 angles mesurés.

Question 40. Indiquer la valeur du vote calculé lors du test de la fonction triplex pour (alpha1, alpha2, alpha3)=(5, 2, 6).

A)	B)	C)	D)
$\mathbf{alphavote} = 4$	$\mathbf{alphavote} = 5$	$\mathbf{alphavote} = 3$	$\mathbf{alphavote} = 5{,}5$

II LOI DE PROTECTION EN INCIDENCE

Objectif

Pour conclure, une modélisation complète de l'asservissement sera proposée pour déterminer un correcteur adapté aux exigences du cahier des charges.

1. Contexte

Si le pilote force sur le manche (maintien en position arrière) alors dès que l'incidence α dépasse un seuil de protection noté α_{prot}, la stratégie de contrôle change, soit un passage de la loi normale (condition de vol standard) à la loi de protection d'incidence (condition de vol dynamique).
Ainsi le manche commande désormais une consigne d'incidence (voir Figure 16).
En pilotant explicitement le paramètre à protéger, cela garantit la meilleure trajectoire d'obstacle (manœuvre d'évitement instinctive).

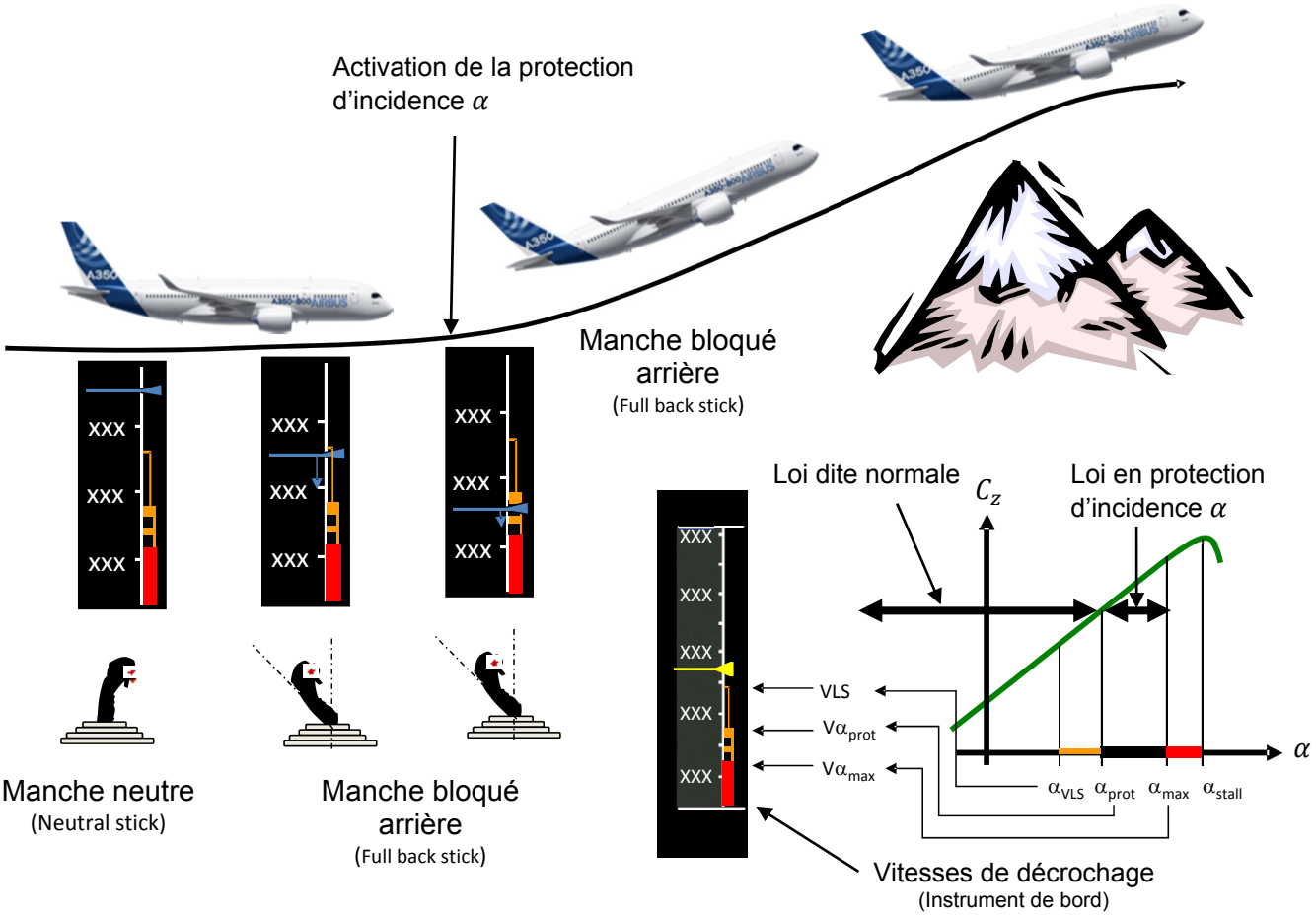


Figure 16 Loi de commande en protection d'incidence, nommée Prot Alpha

<u>Le cahier des charges de la loi de commande en protection d'incidence impose :</u>

Marge de gain	M_g	**>6dB**
Marge de phase	M_φ	**>60°**

Dépassement	$D\alpha_{\%}$	**< 10%**
Temps de réponse	$tr_{5\%}$	**< 5s**
Ecart statique	ε_s	**nul**

Nous allons vérifier les performances attendues d'une telle loi à partir d'une modélisation simplifiée des différentes boucles de commandes.

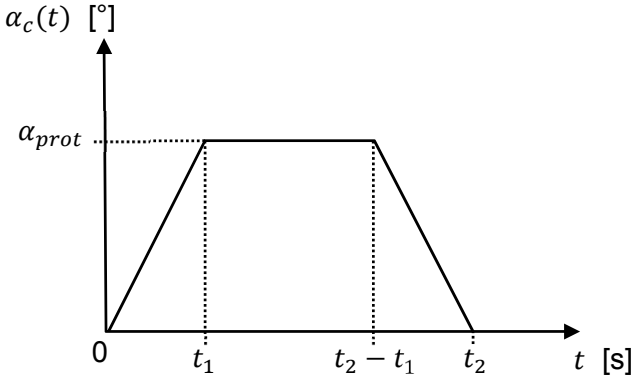
Paramètres de vol :

Vitesse	77 $\mathrm{m.s^{-1}}$ soit 278 $\mathrm{km.h^{-1}}$ ou encore 150 kt	Vitesse limite de variation d'incidence $\dot{\alpha}_{max}$	10°/s
Incidence max α_{max}	12°	Poussée des moteurs	Pleine poussée (TO/GA[4]) sous 200 ft
Incidence de protection α_{prot}	10°	Centrage A350	41.7%
Altitude	200 ft soit 61 m	Masse maximum	167 t
Pente	$\gamma = -3°$	Manche pilote	Manche bloqué en position arrière (*full back stick*)

L'avion se place en phase d'atterrissage mais, sous la barre des 200 ft soit 61 m, la manœuvre d'approche doit être annulée. Le pilote commande alors une pleine poussée des moteurs et un ordre d'incidence maximum avec le manche bloqué en position arrière.

La loi de commande passe donc en protection d'incidence et nous souhaitons qu'elle élabore la consigne d'incidence trapézoïdale notée α_c définie ci-contre.

Les pentes suivent une rampe maximum à $|\dot{\alpha}_{max}| = 10°/\mathrm{s}$, le palier étant bloqué à la valeur de protection d'incidence soit $\alpha_{prot} = 10°$. On fixe la durée de la consigne $t_2 = 20$ s.



Question 41. Déterminer la fonction causale $\alpha_c(t)$. On note $u(t)$ la fonction échelon unitaire.

A)	$10[tu(t) + u(t) - tu(t)]$

B)	$10[tu(t) - tu(t+1) - u(t+19)]$

C)	$10[u(t) - u(t-19)]$

D)	$10[tu(t) - (t-1)u(t-1) - (t-19)u(t-19) + (\mathrm{t}-20)u(\mathrm{t}-20)]$

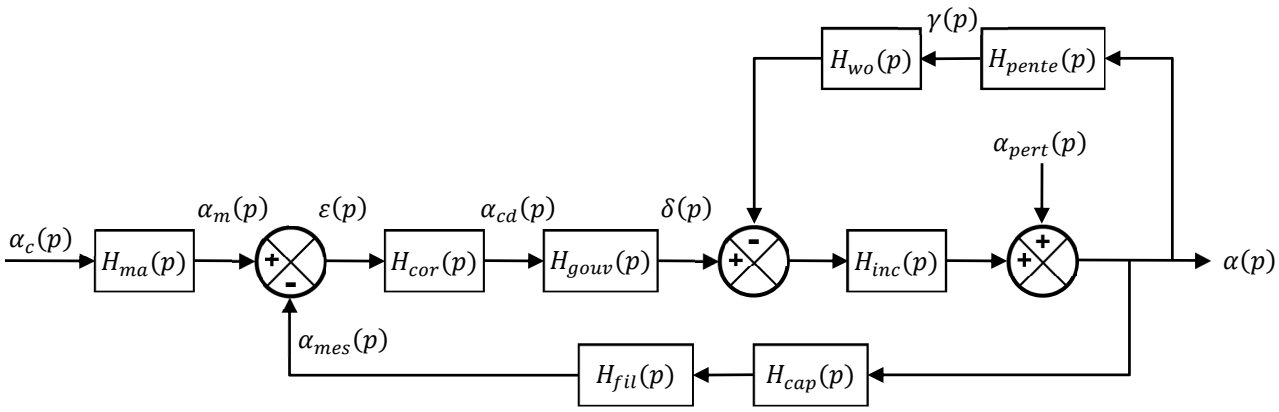
Question 42. En déduire la transformée de Laplace de cette consigne notée $\alpha_c(p)$.

A)	B)	C)	D)
$\frac{10}{p^2}(1 - e^{-p} - e^{-19p} + e^{-20p})$	$\frac{10}{p^2}(1-p)$	$\frac{10}{p^2}(1 - e^{p} - e^{19p})$	$\frac{10}{p}(1 - e^{-19p})$

[4] Take off / Go around – Pleine poussée décollage ou remise des gaz pour une manœuvre de remontée.

2. Asservissement d'incidence

L'asservissement proposé repose sur la modélisation suivante :



Les différentes fonctions de transfert issues des études précédentes sont définies en utilisant les notations suivantes :

Fonction de transfert du manche $H_{ma}(p) = \frac{1}{1+\frac{p}{\omega_{ma}}}$ (1ier ordre, pulsation ω_{ma})	Fonction de transfert du correcteur $H_{cor}(p)$ La synthèse du correcteur sera étudiée dans cette partie.	Fonction de transfert des gouvernes $H_{gouv}(p) = \frac{K_e}{p\left(1+2\xi_e\frac{p}{\omega_e}+\frac{p^2}{\omega_e^2}\right)}$
Fonction de transfert avion $H_{inc}(p) = \frac{K_i}{1+2\xi_i\frac{p}{\omega_i}+\frac{p^2}{\omega_i^2}}$	Fonction de transfert de la pente $H_{pente}(p) = \frac{K_\gamma}{p}$	Fonction de transfert du filtre passe-haut type « washout » $H_{wo}(p) = \frac{p}{1+\frac{p}{\omega_{wo}}}$ (pulsation ω_{wo})
Fonction de transfert capteur sonde d'incidence $H_{cap}(p) = \frac{1}{1+2\xi_c\frac{p}{\omega_c}+\frac{p^2}{\omega_c^2}}$	Fonction de transfert du filtre passe-bas de 10 Hz $H_{fil}(p) = \frac{1}{1+\frac{p}{\omega_{fil}}}$ (1ier ordre, pulsation ω_{fil})	Consigne : $\alpha_c(p)$ • échelon (créneau de 20s) Ou • trapèze Perturbation : $\alpha_{pert}(p)$ • nulle Ou • échelon

Dans un premier temps, on considère une **<u>correction proportionnelle de gain *K*</u>** ainsi que **<u>l'absence de perturbation</u>**.

Question 43. Déterminer l'ordre et la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{\alpha_{mes}(p)}{\varepsilon(p)}$ de l'asservissement d'incidence.

A)	B)	C)	D)
Ordre 9 Classe 1	Ordre 12 Classe 2	Ordre 12 Classe 1	Ordre 7 Classe 1

La Figure 22 (DOC 3 page 36) représente les diagrammes de Bode de gain et de phase de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée (*K*=1).

Question 44. Indiquer pour ce système si la marge de phase est :

A)	B)	C)	D)
Nulle	Négative	20 dB	Non définie

Afin de satisfaire le critère de stabilité du cahier des charges, le choix de la correction se porte vers un correcteur dont la fonction de transfert est la suivante : $H_{cor}(p) = K\frac{1+aT_d\,p}{1+T_d\,p}$ avec $a > 1$

Question 45. Nommer le type de correcteur choisi.

A)	B)	C)	D)
Proportionnel intégral et dérivé.	Proportionnel et à retard de phase.	Proportionnel intégral.	Proportionnel et à avance de phase.

Le diagramme de Bode (gain et phase) de ce correcteur est donné sur le DOC 4 page 39. Afin d'assurer un gain significatif de phase, nous décidons de placer la pulsation ω_m du correcteur sur la pulsation de coupure à 0 dB du système non corrigé, soit à la pulsation $\omega_m = \omega_{0\mathrm{dB}} \approx 4\ \mathrm{rad/s}$.

Question 46. En vous aidant du DOC 4 (diagrammes de Bode et courbe représentant la fonction $a : \varphi_m \mapsto \frac{1+\sin(\varphi_m)}{1-\sin(\varphi_m)}$), déterminer la valeur du paramètre a pour que le correcteur permette d'assurer la marge de phase du cahier des charges. En déduire la valeur de T_d.

A)	B)	C)	D)
$a = 4$ $T_d = 0{,}125\ \mathrm{s}$	$a = 9$ $T_d = 80\ \mathrm{ms}$	$a = 6$ $T_d = 12\ \mathrm{s}$	$a = 2$ $T_d = 0{,}06\ \mathrm{s}$

Question 47. Déterminer la valeur du gain K pour que la pulsation de coupure à 0 dB du système corrigé ne soit pas modifiée, c'est-à-dire $\omega_{0\mathrm{dB}} \approx 4\ \mathrm{rad/s}$.

A)	B)	C)	D)
10	0,5	2	4

La réponse indicielle pour une consigne créneau de 10° et une perturbation de 2° du système corrigé est donnée Figure 24 du DOC 3 page 37.

Par ailleurs, le diagramme de Bode (gain et phase) de la fonction de transfert en boucle ouverte du système corrigé est donné Figure 25 du DOC 3 page 38.

Question 48. Préciser si les performances attendues dans le **C**ahier **d**es **C**harges (CdC) sont respectées ?

A)	B)	C)	D)
CdC non respecté car le système est instable. M_g : **- 10 dB** M_φ : **- 120°** $D\alpha_{\%}$: **0** $tr_{5\%}$: **5 s** ε_s : **1,2°**	CdC non respecté car ε_s **est non nul**.	CdC respecté car M_g : **20 dB** M_φ : **120°** $D\alpha_{\%}$: **0** $tr_{5\%}$: **2 s** ε_s : **négatif**	CdC respecté car M_g : **6 dB** M_φ : **60°** $D\alpha_{\%}$: **<10%** $tr_{5\%}$: **4,8 s** ε_s : **0**

Question 49. Quel constat peut-on faire sur la valeur du temps de réponse.

A)	B)
Le temps de réponse du système corrigé est nettement amélioré grâce à l'action du correcteur.	Le temps de réponse du système corrigé est inchangé car la bande passante à 0 dB en boucle ouverte n'a pas été modifiée.

C)	D)
Le temps de réponse n'est pas acceptable car le système n'est pas précis.	Le temps de réponse du système corrigé est fortement dégradé car la marge de phase est trop faible.

La sécurité de vol ne permet pas l'utilisation d'une consigne de commande en échelon, on la remplace alors par une commande trapézoïdale définie à la Question 41.

Par ailleurs, pour compenser le déphasage accumulé dans les boucles, une correction prédictive (*feedforward*) de gain pur K_{ff} est mise en place.

Le modèle numérique Scilab ainsi que les réponses en incidence α, facteur de charge N_z et en vitesse verticale V_z sont donnés sur le DOC 5 page 40.

Question 50. Indiquer les critères du cahier des charges améliorés, par la mise en place de la correction prédictive.

A)	B)	C)	D)
ε_s, $D\alpha_{\%}$ M_φ, $tr_{5\%}$	ε_s, $D\alpha_{\%}$	$D\alpha_{\%}$, $tr_{5\%}$	Tous les critères

♦

FIN DU QUESTIONNAIRE

♦

DOC 1 STRUCTURE GÉNÉRALE D'UN AVION

La Figure 17 présente la structure générale d'un avion.

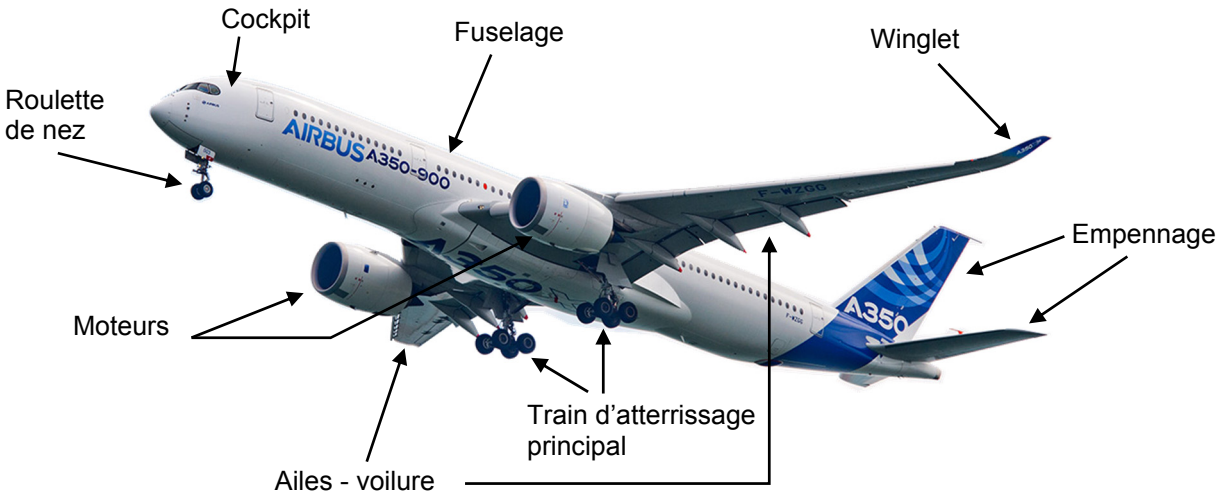


Figure 17 Structure générale d'un avion

Rôles des principaux constituants intervenant dans le pilotage d'un avion :

Fuselage : partie massive permettant le transport de la charge (passager, fret, courrier …).

Moteurs : leur rôle est de fournir l'énergie propulsive nécessaire au vol (poussée).

Les éléments de contrôle :

Les commandes de vol permettent de contrôler les évolutions de l'avion suivant trois directions ou axes dans l'espace : lacet, roulis et tangage (voir Figure 18 page 33).

Surfaces à manœuvrer :

Voilure :
La voilure est constituée d'une paire d'ailes qui sont les éléments constituant le système sustentateur principal de l'avion.

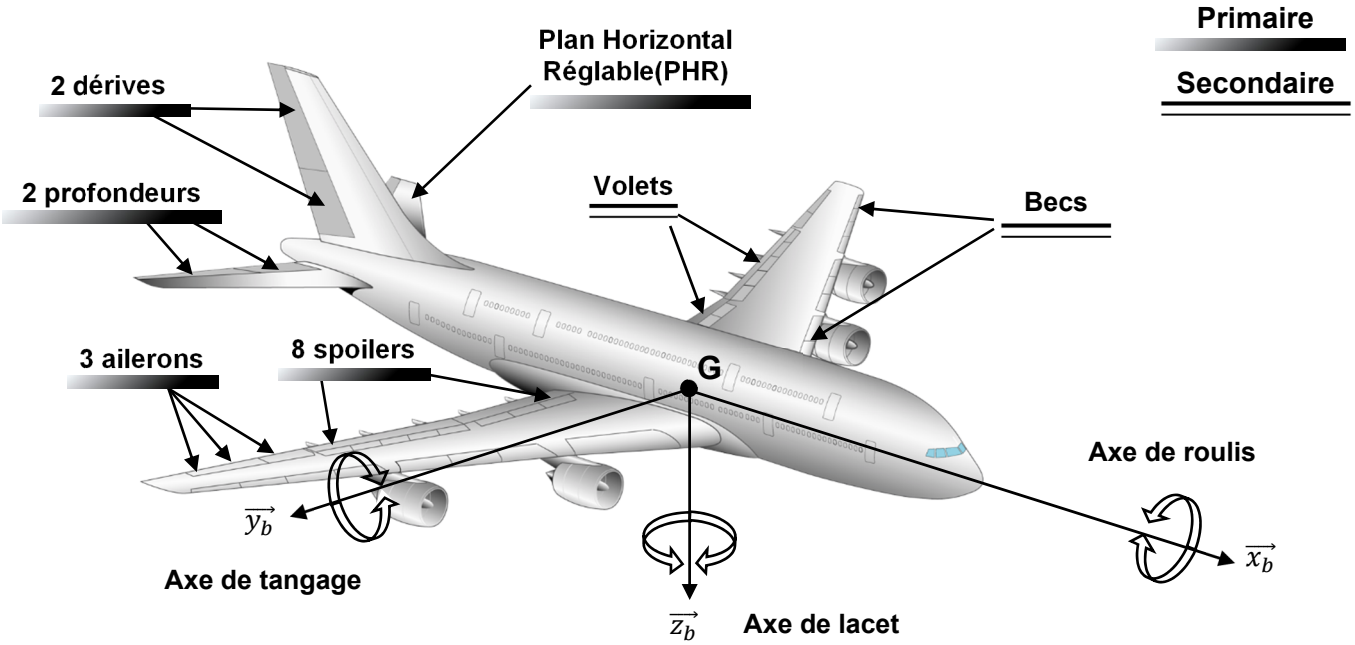
- les ailerons localisés sur le bord de fuite pivotent de façon asymétrique sur chacune des ailes permettant d'incliner l'avion selon l'axe de roulis afin d'engager un virage ;
- les volets hypersustentateurs (volets et becs) dont le rôle est d'augmenter la portance à faible vitesse ;
- les spoilers, situés sur l'extrados de l'aile, se soulèvent afin d'assurer la descente de l'avion et permettent également le rôle d'aérofreins.

Empennage :
L'empennage, situé en partie arrière du fuselage, permet d'assurer la stabilité de l'avion et d'effectuer les différentes manœuvres de pilotage. On distingue :

- l'empennage vertical, constitué de la dérive (partie fixe) et de la gouverne de direction contrôlant l'axe de lacet ;
- l'empennage horizontal, constitué du plan horizontal réglable (PHR) ainsi que des gouvernes de profondeur contrôlant l'axe de tangage.

DOC 2 MÉCANIQUE DU VOL

Repères utilisés pour la mise en place des équations de la mécanique du vol.



Commandes primaires : utilisées pendant tout le vol pour contrôler l'avion.
Commandes secondaires : utilisées pendant les phases d'atterrissage et décollage.

Figure 18 Surfaces de contrôle de l'A350XWB

Le repère terrestre ayant pour origine O_T un point fixe sur la surface de la Terre, avec :

- $R_0 = (O_T, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ supposé **galiléen** et tel que $\overrightarrow{\boldsymbol{z_0}}$ représente la **verticale descendante** de la force de gravitation locale en G et usuellement $\overrightarrow{x_0}$ orienté selon le nord magnétique.

Les angles d'EULER permettent la définition de la position du repère avion par rapport au repère terrestre. Les angles sont appelés : ψ pour le cap (azimut), θ pour l'assiette longitudinale et ϕ pour l'assiette latérale (gîte). (Voir Figure 19)

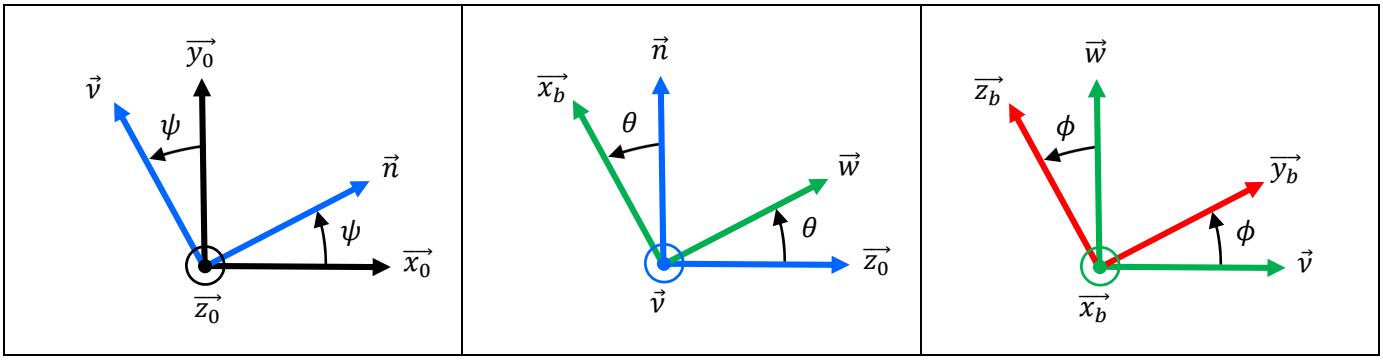


Figure 19 Changements de bases - Repère terrestre R_0 vers repère avion R_b

Les deux repères suivants ont pour origine le centre de gravité G de l'avion, avec :

- Un repère avion, $R_b = (G, \overrightarrow{x_b}, \overrightarrow{y_b}, \overrightarrow{z_b})$ avec :
  - $\overrightarrow{x_b}$ appartient au plan de symétrie, orienté vers l'avant et parallèle à une génératrice du fuselage de l'avion ;
  - $\overrightarrow{z_b}$ est dans le plan de symétrie avion et orienté vers l'intrados (« ventre » de l'avion) ;
  - $\overrightarrow{y_b}$ est perpendiculaire au plan de symetrie avion et orienté vers la droite (« sens pilote » de l'avion).
- Un repère aérodynamique, $R_a = (G, \overrightarrow{x_a}, \overrightarrow{y_a}, \overrightarrow{z_a})$ avec $\overrightarrow{x_a}$ tel que la vitesse aérodynamique de l'avion soit $\vec{V} = V\,\overrightarrow{x_a}$.

Le repère aérodynamique est défini par rapport au repère avion à l'aide des angles : α pour l'incidence et β pour le dérapage (Voir Figure 20 et Figure 21).

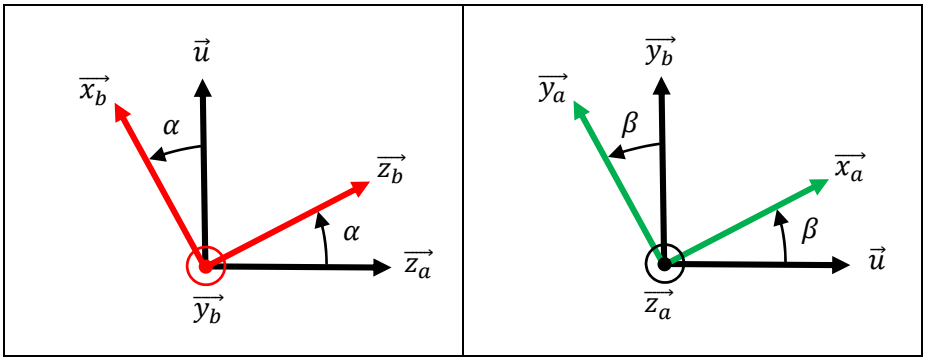


Figure 20 Changement de bases - Repère aérodynamique R_a vers repère avion R_b

Mouvement de l'avion R_b par rapport au sol R_0 :

Le torseur cinématique de l'avion par rapport sol en G aura alors pour expression :

$$\{V_{avion/R_0}\}_G = \begin{Bmatrix} \vec{\Omega}_{avion/R_0} = \dot{\psi}.\overrightarrow{z_0} + \dot{\theta}.\vec{\mathrm{v}} + \dot{\phi}.\overrightarrow{x_b} = \boldsymbol{p}\,\overrightarrow{\boldsymbol{x_b}} + \boldsymbol{q}\,\overrightarrow{\boldsymbol{y_b}} + \boldsymbol{r}\,\overrightarrow{\boldsymbol{z_b}} \\ \vec{\mathrm{V}}_{G,avion/R_0} = \boldsymbol{V}\,\overrightarrow{\boldsymbol{x_a}} \end{Bmatrix}_{\boldsymbol{G}}$$

Par habitude, on exprime le vecteur taux de rotation dans la base associée au repère avion avec *p*, *q*, *r*, respectivement les vitesses de rotation de roulis, tangage, lacet.

Le vecteur vitesse de l'avion par rapport au sol est naturellement exprimé dans le trièdre aérodynamique.

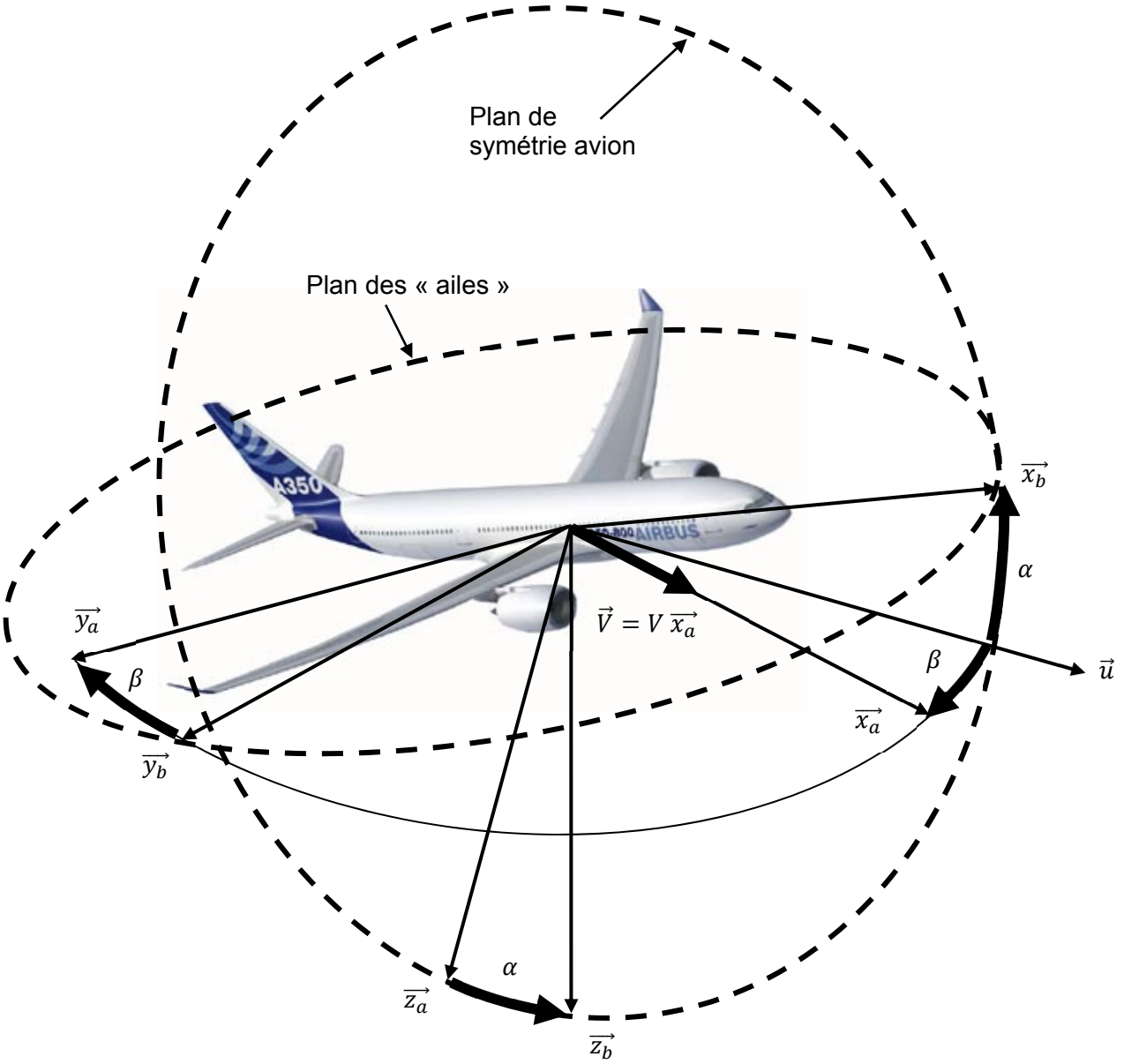
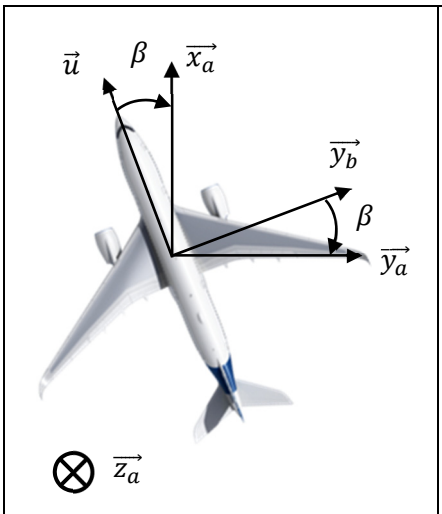
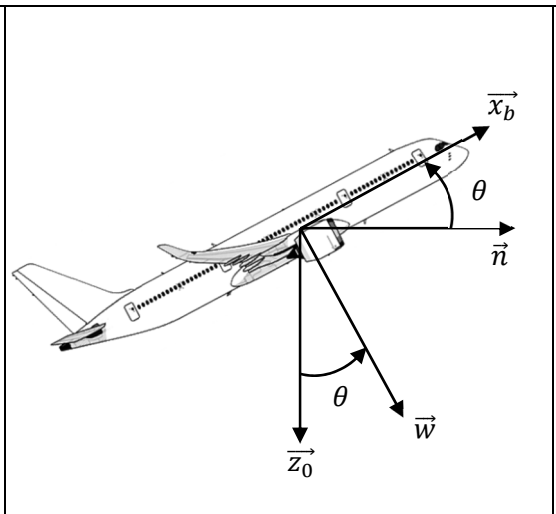
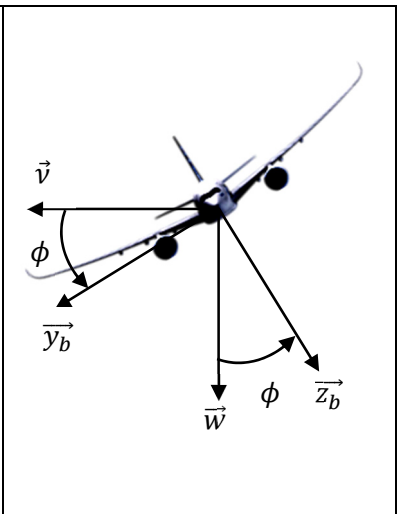


Figure 21 Passage du repère avion vers le repère aérodynamique : $R_b = (G, \overrightarrow{x_b}, \overrightarrow{y_b}, \overrightarrow{z_b})$ à $R_a = (G, \overrightarrow{x_a}, \overrightarrow{y_a}, \overrightarrow{z_a})$

		
Angle de dérapage	Assiette longitudinale	Angle de gîte (assiette latérale)

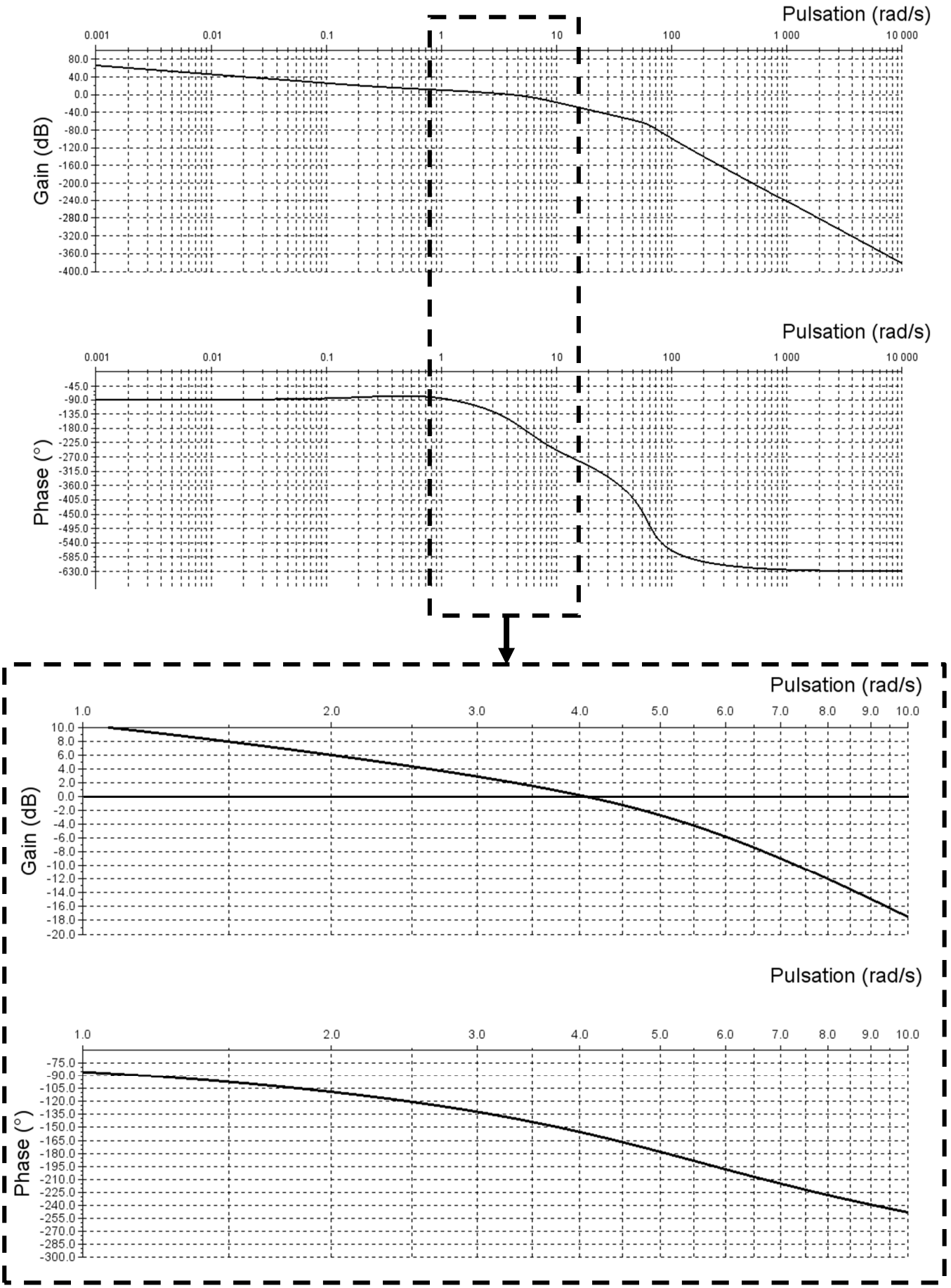


Figure 22 Diagramme de Bode (Gain - Phase) de la FTBO non corrigée (*K*=1)

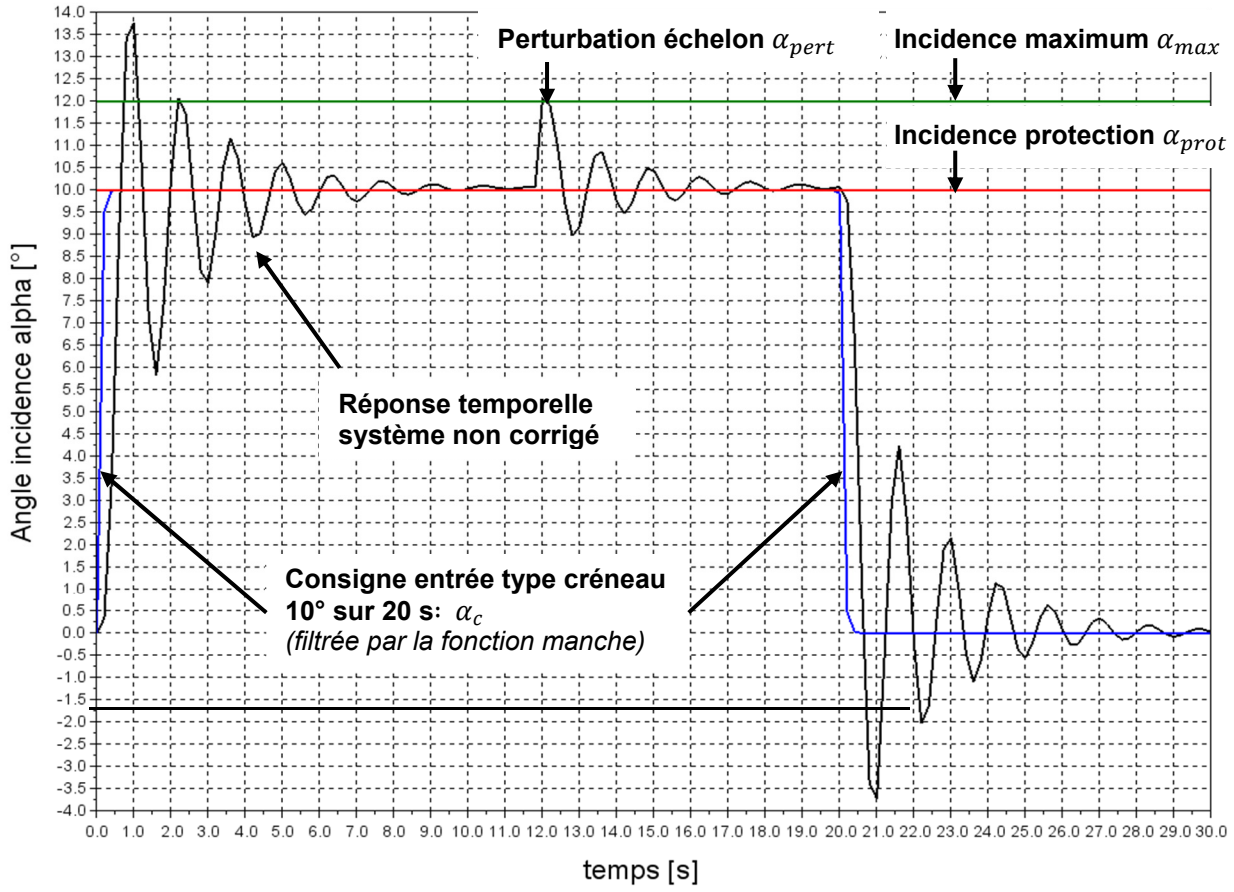


Figure 23 Réponse temporelle du système en boucle fermée non corrigé pour une consigne créneau

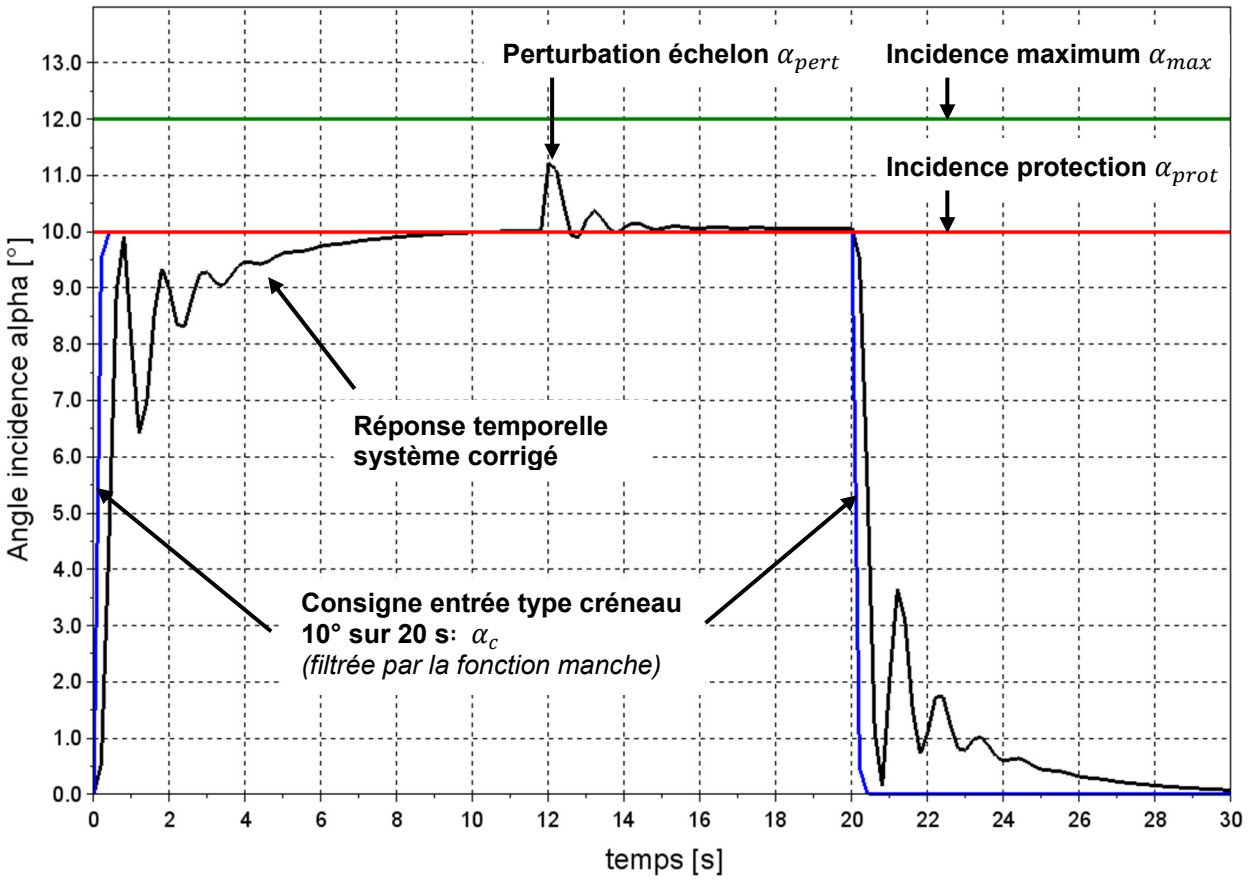


Figure 24 Réponse temporelle du système en boucle fermée corrigé pour une consigne créneau

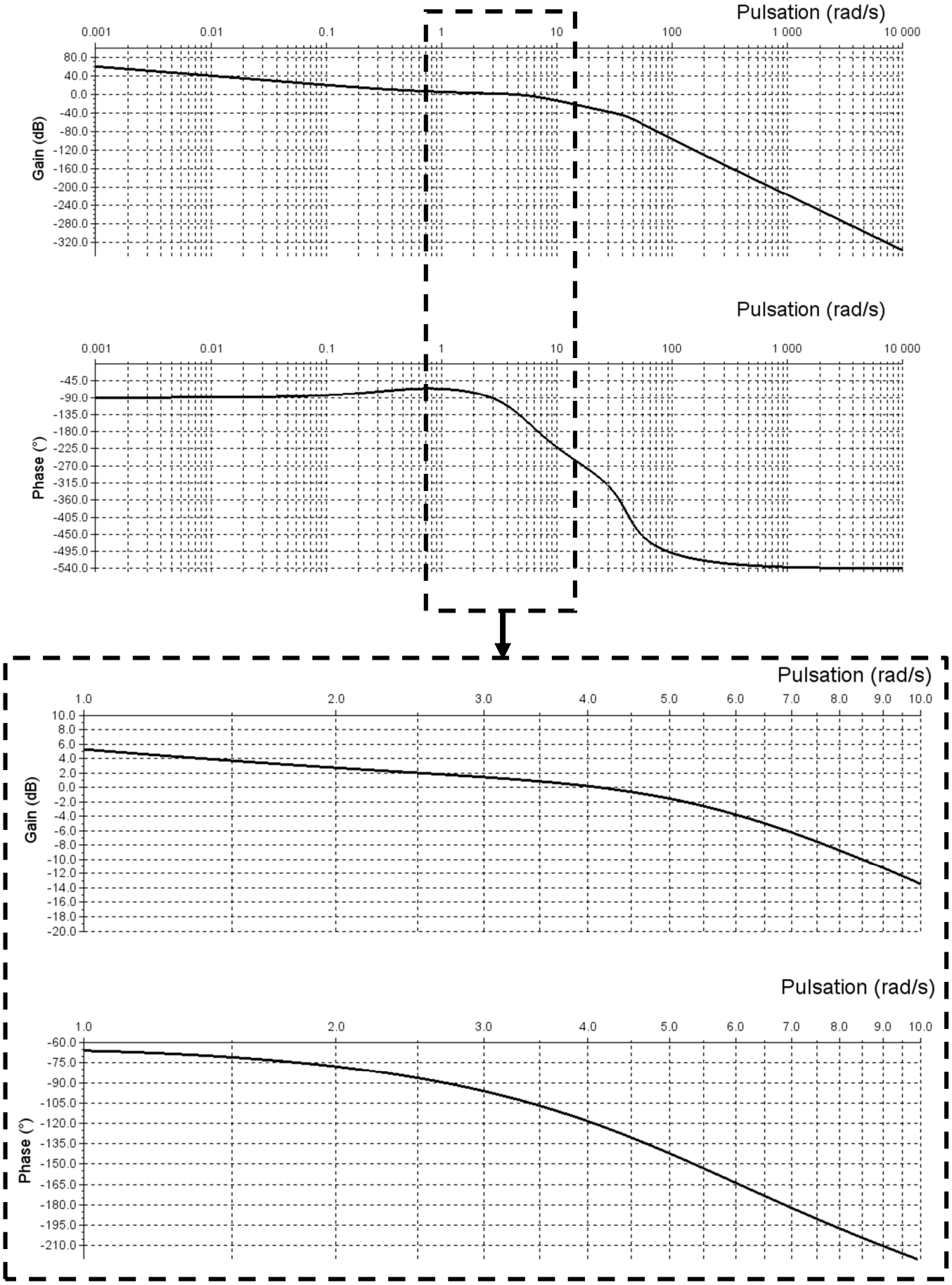
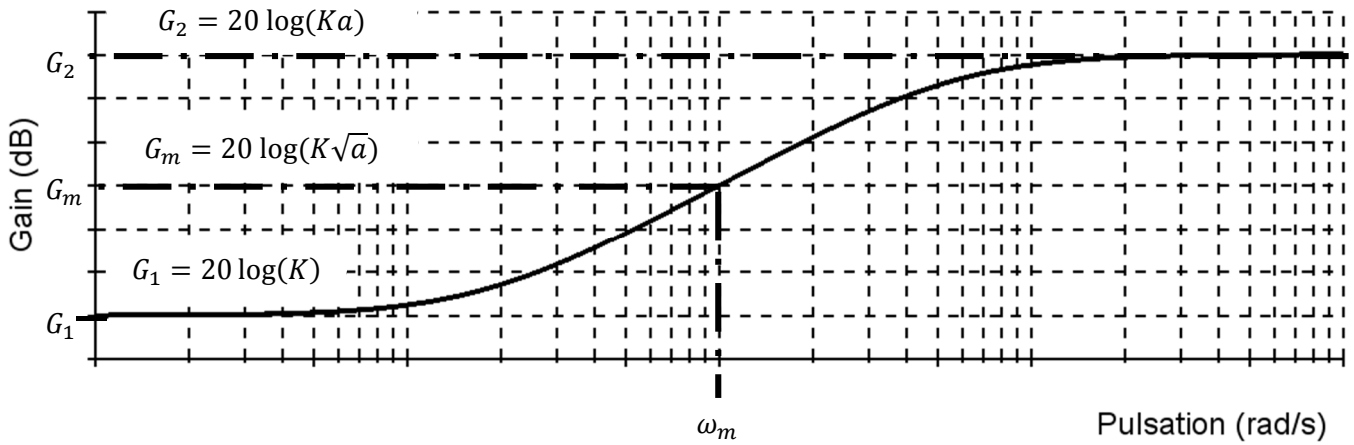
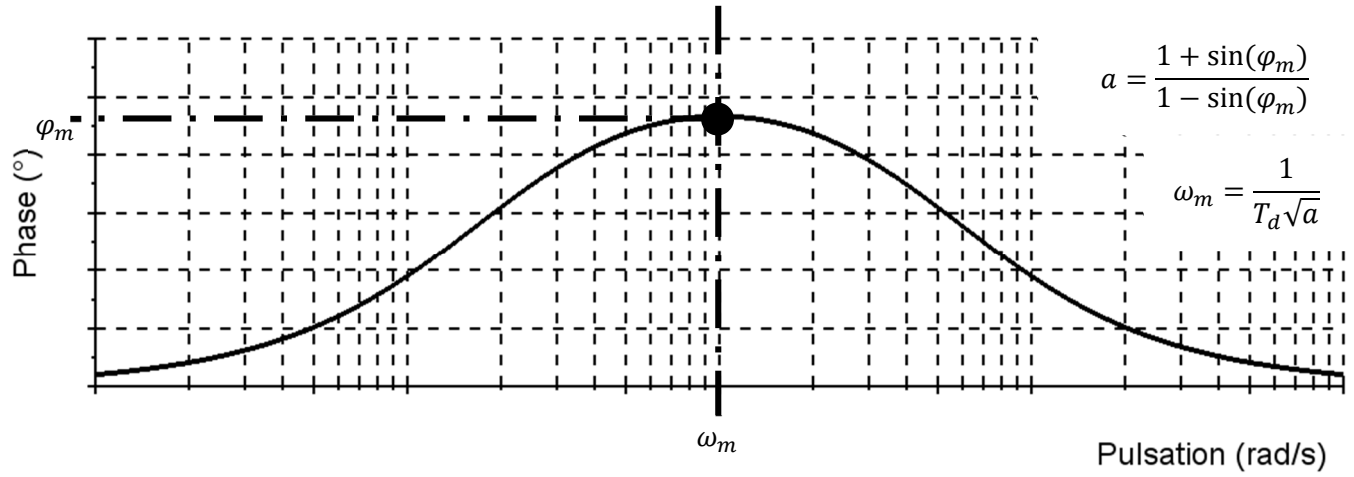
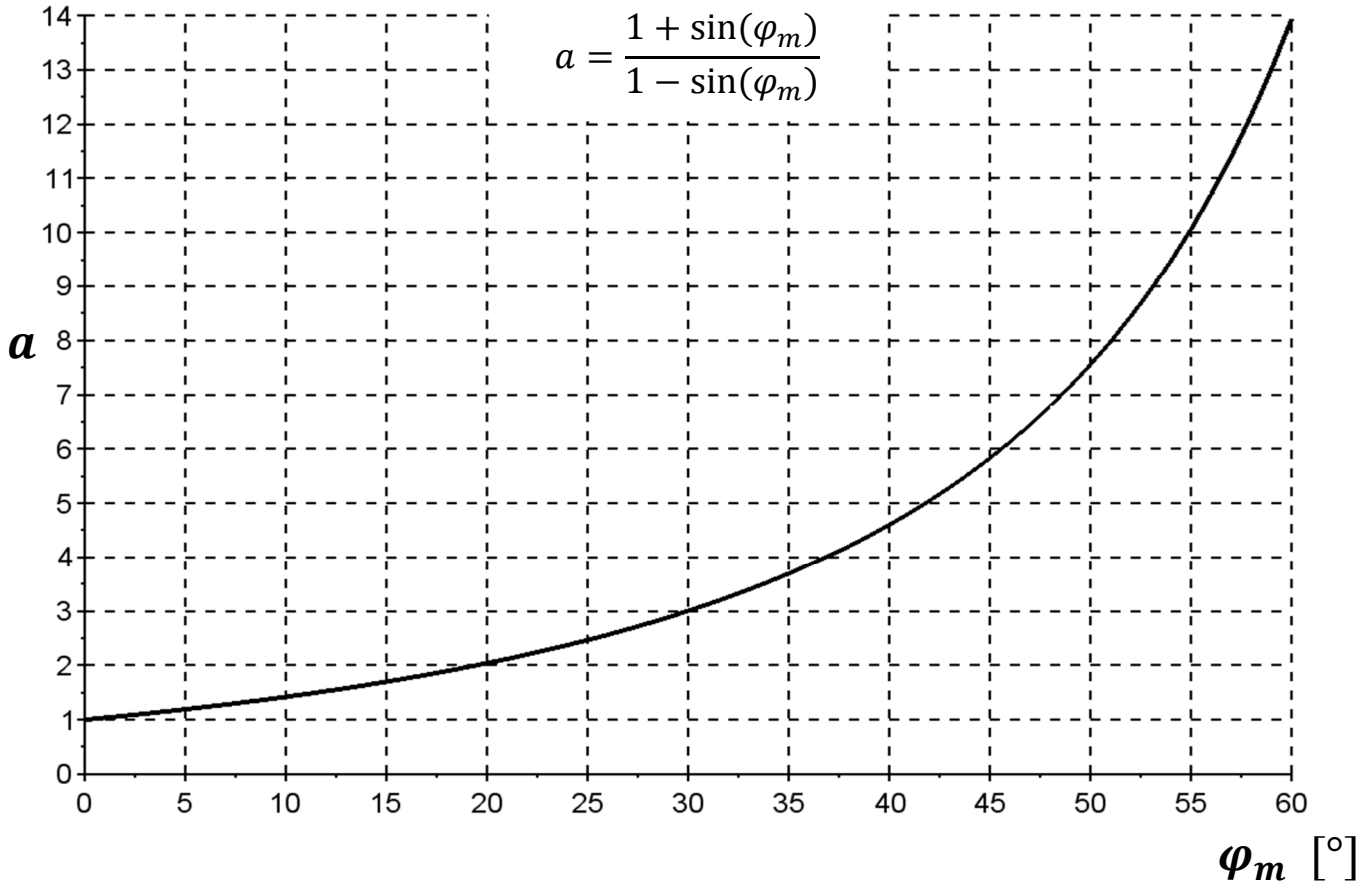


Figure 25 Diagramme de Bode (Gain - Phase) de la FTBO corrigée

DOC 4 SYNTHÈSE DU CORRECTEUR

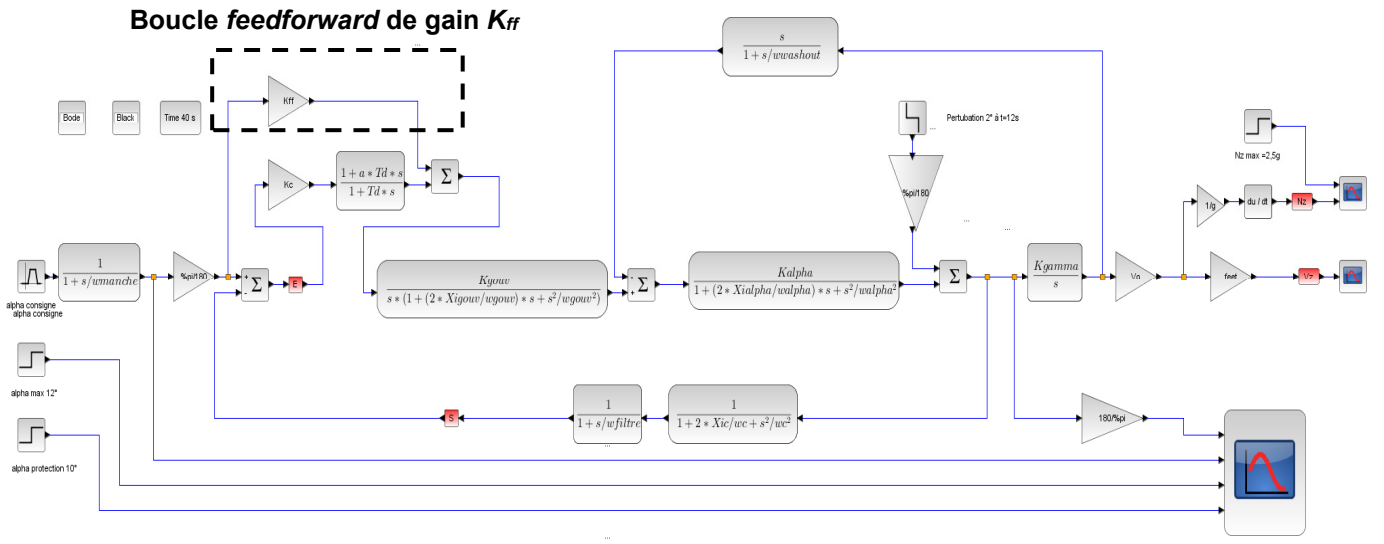






DOC 5 ANNEXE – AMÉLIORATION DU CORRECTEUR

Modification du correcteur par ajout d'une boucle de correction prédictive (*feedforward*). Les réponses temporelles du système ainsi corrigé sont données ci-dessous.



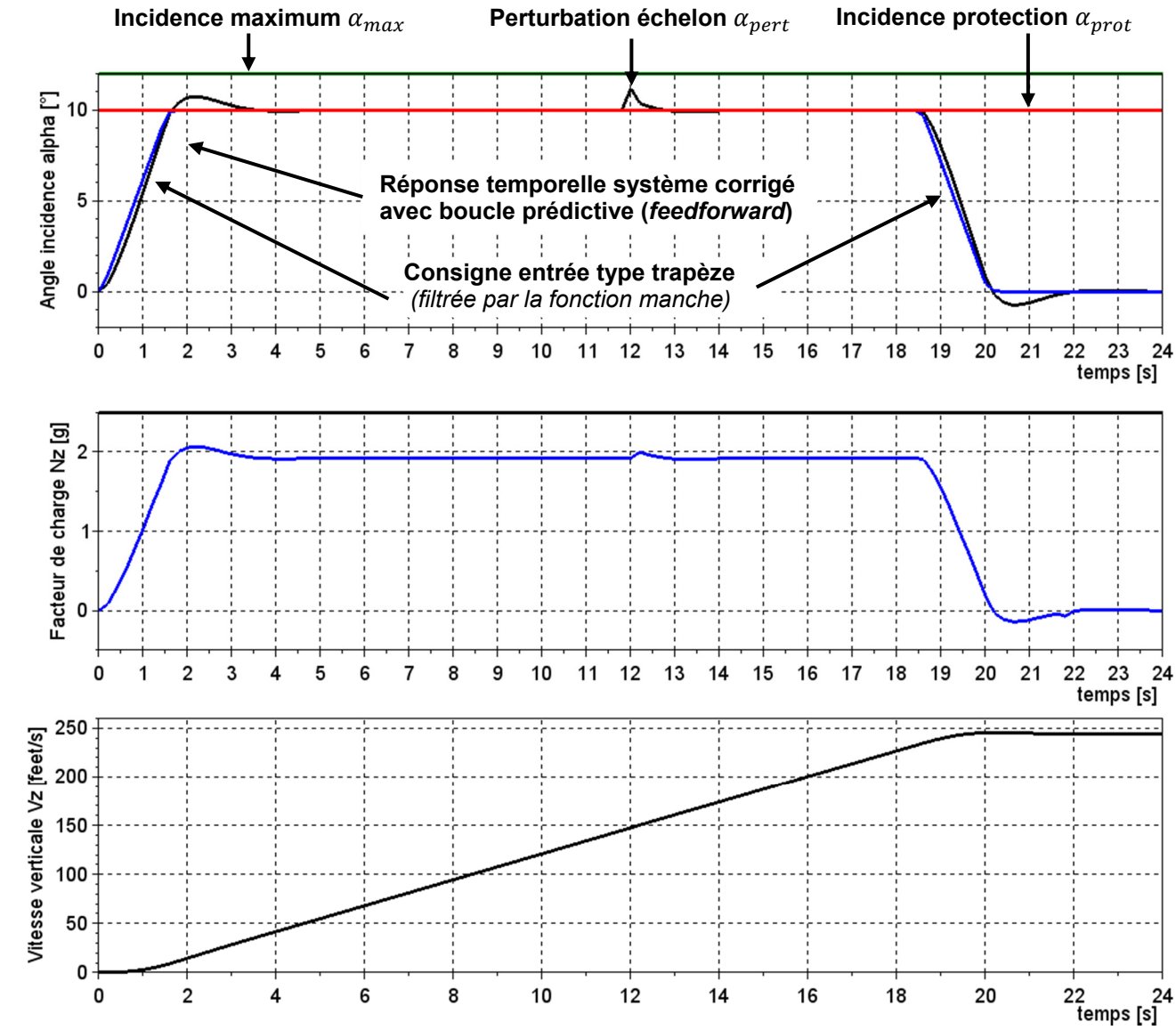


Figure 26 Modification du correcteur - Réponses temporelles avec la mise en place de la boucle prédictive.