

Laveuse autoportée

Présentation de la laveuse

La société Nilfisk propose une large gamme d'engins de nettoyage des sols. Celle des laveuses autoportées répond aux besoins de lavage pour des surfaces de plusieurs milliers de km carrés. C'est par exemple le cas des sols de super et hypermarché. Les qualités de ces machines résident dans leur sécurité d'usage, leur faible nuisance sur l'environnement, leur autonomie et leur maniabilité. Cette maniabilité impose des encombrements minimisés en largeur et des rayons de giration très faibles.



Le modèle étudié dans ce sujet est la laveuse BR 752 dont la structure du châssis à trois roues est privilégiée pour autoriser des rayons de giration très petits. Sur la gamme actuelle, la motorisation est assurée par la roue avant avec une machine à courant continu. Une évolution est envisagée qui conduirait à remplacer la motorisation avant par deux moteurs à l'arrière non orientables mais commandés en vitesse. Cette modification doit à *minima* maintenir les performances de la solution existante.

Ce sujet a pour but d'analyser les différentes performances de la nouvelle laveuse et de justifier les solutions technologiques utilisées. Pour cela, il est demandé de :

- valider le critère de sécurité lors d'un freinage d'urgence lors du déchargement ;
- proposer une loi de commande des moteurs à partir de la cinématique de la laveuse ;
- valider une solution technologique numérique pour la loi de commande ;
- dimensionner des éléments de la chaîne d'acquisition de la vitesse de rotation des roues ;
- dimensionner et valider le choix des moteurs ;
- concevoir une solution d'asservissement en vitesse des moteurs.

Les figure 1 et figure 2 représentent un extrait du cahier des charges de l'actuelle laveuse en phase d'utilisation.

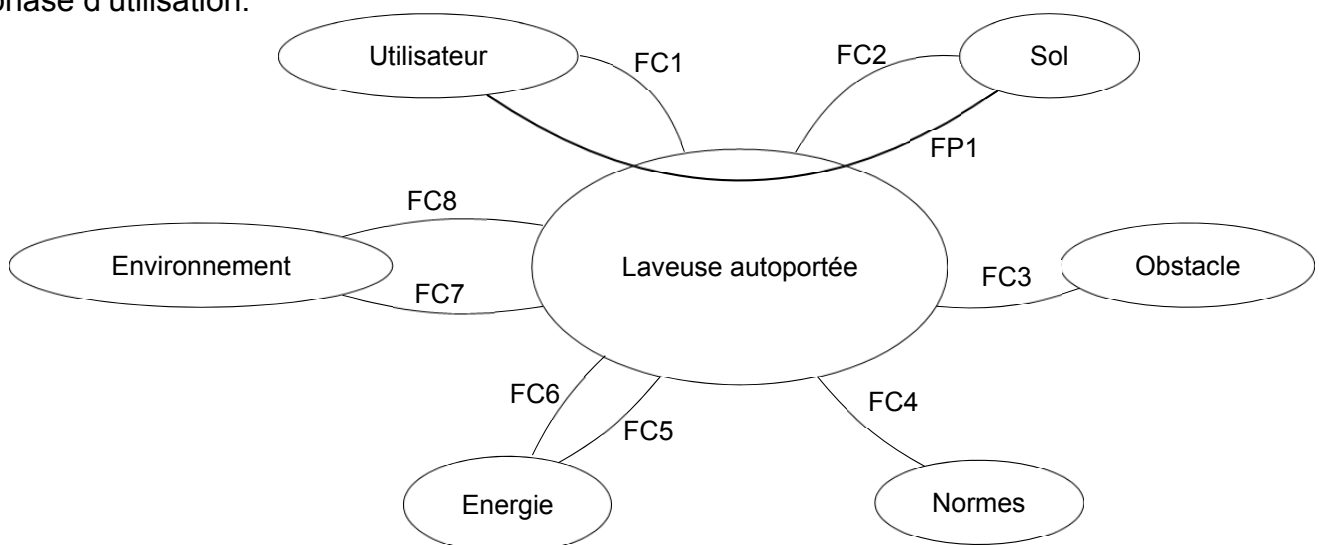


Figure 1 : diagramme des interacteurs de la laveuse autoportée

| Repères | Expression | Critères | Valeurs |
|------------|---|----------------------------|--|
| FP1 | Permettre à l'utilisateur de laver le sol en se | Vitesse en ligne droite | $-2 \text{ km/h} \leq V \leq 6 \text{ km/h}$ |
| | | Vitesse en mode lavage | $0 \text{ km/h} \leq V \leq 3 \text{ km/h}$ |
| | | Freinage sur la roue avant | |
| | | Rayon de courbure | $e/2 \leq \rho \leq \infty$ |

| | | | |
|------------|---|---|---|
| | déplaçant | Stabilité • marge de phase • marge de gain | $\geq 45^\circ$ $\geq 10 \text{ dB}$ |
| | | Précision • erreur en régime permanent pour une vitesse de consigne V_{cons} en ligne droite | $\pm 10 \%$ |
| | | Dépassement sur la vitesse | Aucun |
| | | Rapidité : temps de réponse à 5 % de la commande en vitesse de la laveuse | $\leq 0,5 \text{ s}$ |
| FC1 | Permettre une mesure de vitesse précise | Plus petite variation mesurable de vitesse des roues | 0,3 km/h |
| FC2 | S'adapter au sol | Coefficient de frottement sol sec/pneu | $0,45 \leq f \leq 0,85$ |
| | | Coefficient de frottement sol mouillé/pneu | $f = 0,25$ |
| | | Inclinaison du sol (en lavage) | $\leq 6 \%$ |
| | | Inclinaison de la rampe (en déchargement) | $\leq 16 \%$ |
| FC3 | Franchir les obstacles | Hauteur d'une bordure | $\leq 1 \text{ cm}$ |
| FC4 | Respecter les normes | ISO 14001 | |
| FC5 | Etre autonome en énergie électrique | Autonomie | $\geq 2 \text{ heures}$ |
| FC6 | Se recharger en énergie électrique | Raccord au secteur EDF | |
| FC7 | Respecter l'environnement | Ne pas faire trop de bruit selon la norme ISO 11201 | $\leq 68 \text{ dB}$ |
| FC8 | Résister à l'environnement | Étanchéité | |

Figure 2 : extrait du cahier des charges

Partie 1 : opération de déchargement de la laveuse

On étudie dans cette partie la sécurité de la laveuse autoportée. Dans un premier temps, la laveuse est acheminée sur le lieu de travail par un véhicule utilitaire à plateau (voir figure 3). Elle est déchargée par le chauffeur grâce à une rampe. La pente maximale est de **16 %** (soit un angle de **9,1°**), imposée par la hauteur du plateau du véhicule utilitaire.

Valeur maximale de la pente 16 %

Angle φ maximum 9,1°

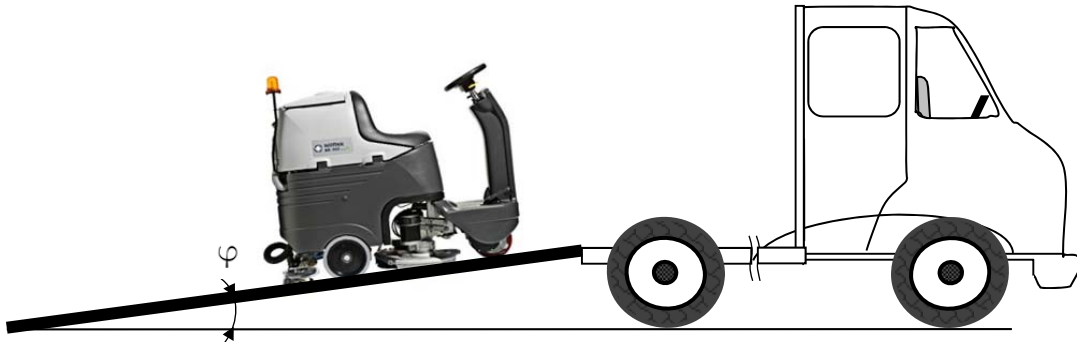


Figure 3 : déchargement de la laveuse autoportée

Il est important de vérifier que la nouvelle laveuse satisfait elle aussi aux contraintes de sécurité au cours du déchargement. Celles-ci imposent une distance de freinage maximale en cas de glissement de **2 m** (pour ne pas risquer de heurter un objet ou une personne en bas de la rampe).

Le changement d'implantation des moteurs implique que le freinage ne s'opère plus sur les deux roues arrière, mais sur la seule roue avant.

L'objectif de cette partie est de vérifier que la distance de freinage maximale n'est pas dépassée lors d'un freinage d'urgence avec le nouveau modèle de laveuse.

Hypothèses :

L'auto-laveuse se déplace en ligne droite ce qui permet l'utilisation d'un modèle plan illustré aux figures 4 et 5.

Par raison de symétrie, on propose de travailler sur un modèle simplifié de type « bicyclette ». Pour cela les roues arrière sont modélisées par la roue équivalente unique, notée roue gd (gauche-droite), qui supportera les résultantes des forces appliquées sur ces dernières.

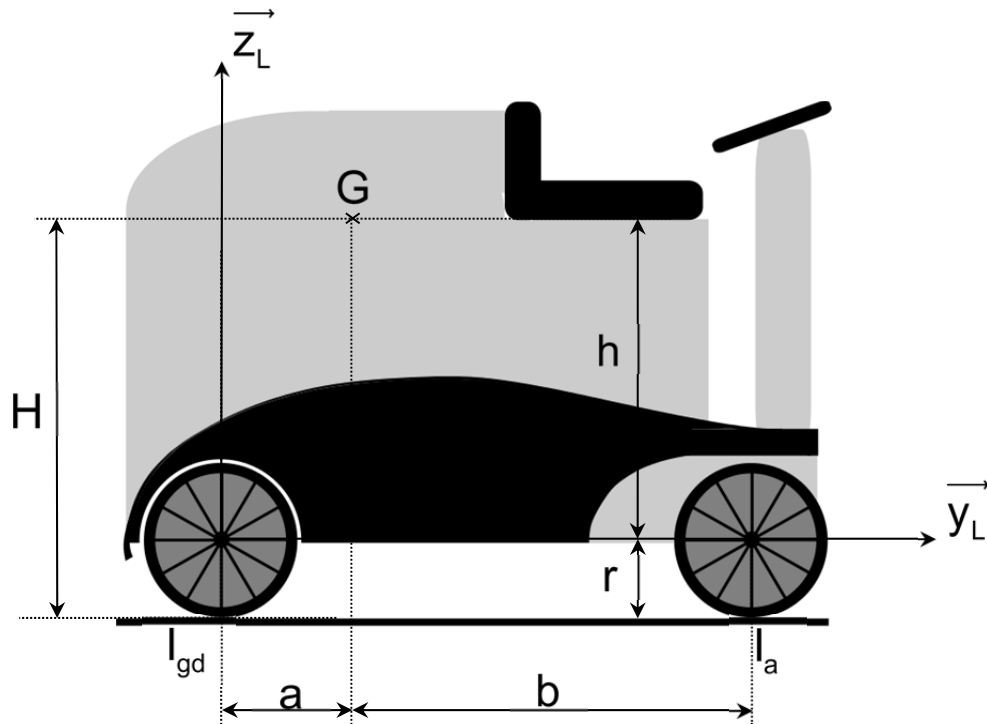


Figure 4 : modèle simplifié de la laveuse

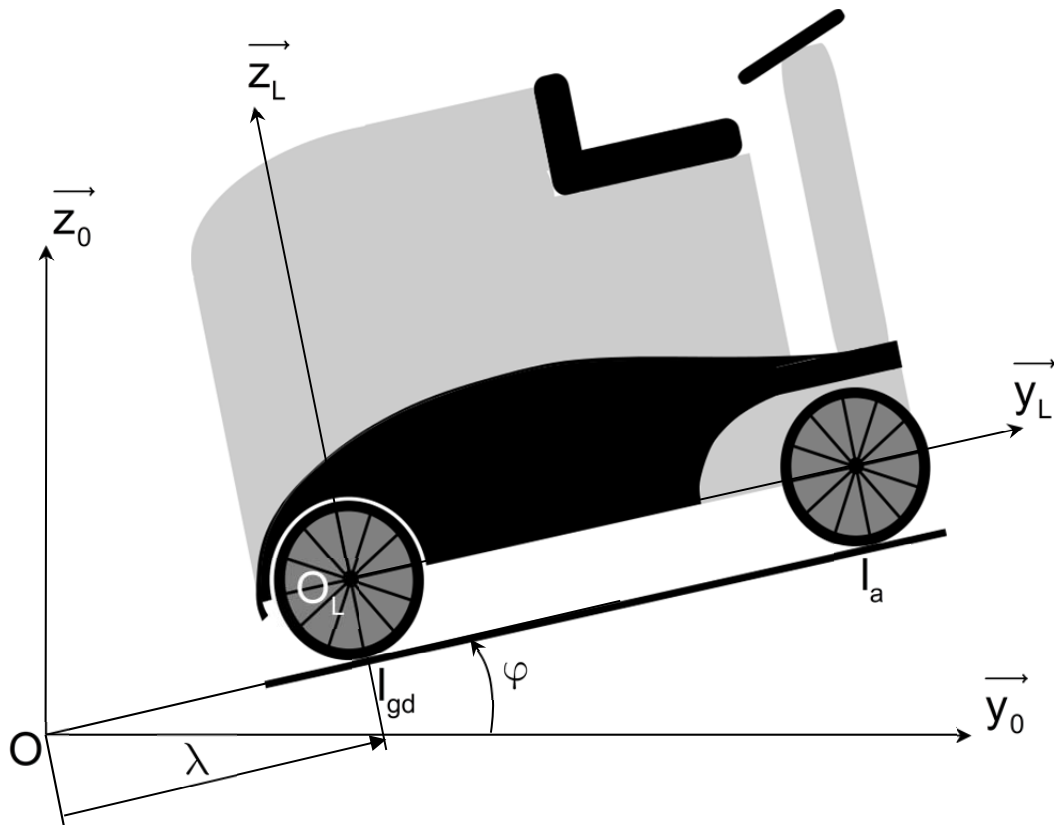


Figure 5 : laveuse en ligne droite sur une pente

Les hypothèses pour cette partie sont :

- le problème est considéré comme un problème plan ;
- le référentiel $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au sol et est supposé galiléen ;
- le référentiel $R_L = (O_L, \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ avec $\vec{x}_0 = \vec{x}_L$ est lié à la laveuse ;

- $\vec{g} = -g \cdot \vec{z}_0$ est l'action de la pesanteur avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- le vecteur position de la laveuse est $\overrightarrow{OO_L} = \lambda \cdot \vec{y}_L + r \cdot \vec{z}_L$;
- on considérera le système $S = \{\text{laveuse} + \text{conducteur}\}$ dont la masse M_S est de 500 kg et ayant pour centre d'inertie G ;
- on négligera dans cette partie
 - l'inertie des roues et celle du moteur ;
 - l'action tangentielle du sol sur les roues arrière ;
- le contact de la roue avant avec le sol se fait avec frottement, on notera f le coefficient de frottement ;
- les roues arrière sont en liaison pivot d'axe (O_L, \vec{x}_L) par rapport au châssis de la laveuse ;
- toutes les liaisons autres que la liaison roue avant-sol sont considérées comme parfaites.

Les dimensions de la laveuse sont les suivantes : $a = 0,7 \text{ m}$, $b = 0,5 \text{ m}$, $r = 0,150 \text{ m}$, $h = 0,375 \text{ m}$.

Lors du déchargement, la laveuse est soumise à son poids pour descendre et va accélérer pendant la descente. On souhaiterait pour la sécurité que la distance de freinage ne dépasse pas 2 m. On se place dans des conditions défavorables :

- une pente fixée à sa valeur maximale de 16 % ;
- une rampe sèche, avec un coefficient de frottement maximal sur sol sec ;
- le freinage est effectué en toute fin de descente.

Le torseur des actions mécaniques transmissibles par le solide i sur le solide j au point A sera noté :

$$\{T_{i \rightarrow j}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{i \rightarrow j} \\ \vec{M}_{A(i \rightarrow j)} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} X_A \cdot \vec{x}_k + Y_A \cdot \vec{y}_k + Z_A \cdot \vec{z}_k \\ L_A \cdot \vec{x}_k + M_A \cdot \vec{y}_k + N_A \cdot \vec{z}_k \end{array} \right\}_A$$

Q1. Donner les expressions des torseurs des actions mécaniques transmissibles :

- du sol sur la roue avant $\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{Roue avant}}\}$ au point I_a ;
- de la pesanteur au point G noté $\{T_{\text{pesanteur} \rightarrow S}\}$;
- du sol sur le fauteuil au niveau de la roue arrière $\{T_{\text{sol} \rightarrow \text{Roue arrière}}\}$ au point I_{gd} .

Q2. Donner l'expression du moment dynamique $\vec{\delta}_G(S / R_0)$ de l'ensemble S par rapport au référentiel R_0 au point G.

Q3. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à l'ensemble S au point G, en projection dans R_L , **déterminer** l'accélération de la laveuse γ_d lors du déchargement.

Q4. Exprimer la vitesse et la position du fauteuil en fonction du temps, puis **déterminer** la vitesse de la laveuse pour une longueur de rampe égale à 5 m (on considère que la laveuse part du haut de la rampe à l'instant $t = 0$ avec une vitesse initiale et un déplacement initial nuls).

Lors du freinage d'urgence en bas de la rampe, on considère que la roue avant est bloquée et glisse sur le sol.

Q5. Avec cette hypothèse, donner la nouvelle expression de la composante tangentielle du sol sur la roue avant, et des équations scalaires trouvées à la question 3, **calculer** le temps du

début de freinage, la nouvelle valeur de l'accélération, le temps d'arrêt et la distance de freinage.

Q6. Compléter les graphes d'accélération, de vitesse et de déplacement en fonction du temps sur le document réponse 1.

Q7. Conclure quant au respect de la distance de freinage maximale en cas d'urgence imposée au début de la partie.

Partie 2 : étude de la laveuse en fonctionnement

Le fonctionnement de laveuse modifiée est le suivant : le conducteur commande le système via les pédales (accélération et frein) et le volant. La carte de commande génère alors un ordre aux variateurs de vitesse qui distribuent une énergie électrique adaptée aux moteurs électriques des deux roues arrière. La vitesse de rotation en sortie des moteurs électriques est réduite et transmise aux roues. Pour assurer l'asservissement en vitesse des roues (et donc de la laveuse), des capteurs permettent de mesurer la vitesse de rotation des roues.

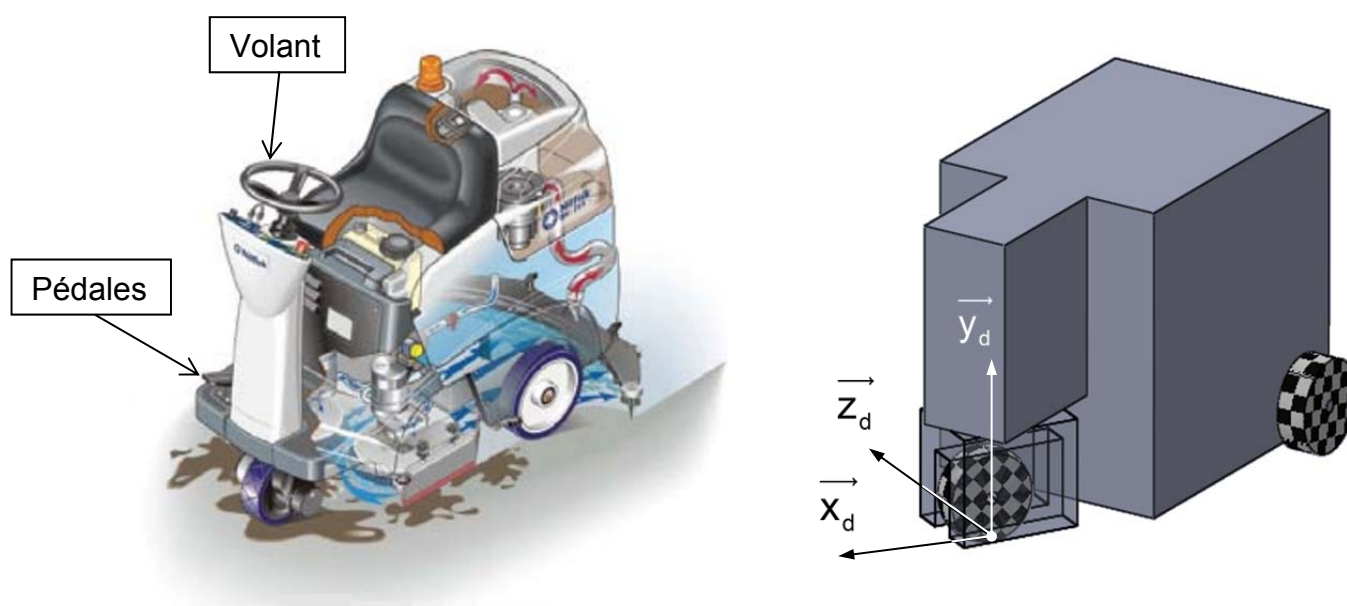


Figure 6 : modèle simplifié de la laveuse

Un modèle simplifié a été construit grâce à un logiciel de Conception Assistée par Ordinateur pour effectuer des simulations numériques.

On peut simuler la rotation de la laveuse en imposant un angle de rotation de la roue avant. L'annexe 1 représente les courbes de vitesse de rotation des roues arrière pour la laveuse initiale (moteur à l'avant) et pour un angle de rotation du volant de 30°.

Q8. À partir des courbes de l'annexe 1, **commenter** les valeurs de vitesse de rotation des deux roues. **Proposer** la stratégie à adopter pour commander les moteurs sur la nouvelle version de la laveuse (moteurs à l'arrière).

L'objectif de cette partie est de déterminer les lois de commande en vitesse des moteurs arrière.

La vitesse du véhicule sera caractérisée par la grandeur $V(t) = \left\| \vec{v}_{O_L \in R_L / R_0} \right\|$ et l'orientation de la laveuse sera caractérisée par le rayon de courbure $\rho(t)$ de la laveuse en virage (voir figure 7).

Ce rayon de courbure est directement lié à la rotation $\beta(t)$ du volant.

Les consignes en vitesse de rotation des deux moteurs seront reliées aux deux consignes de pilotage $V(t)$ et $\beta(t)$.

Les hypothèses de déplacement sont les suivantes (figure 7) :

- la cinématique du mouvement de la laveuse par rapport au référentiel R_0 peut être considérée comme plane dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$;
- le point O est centre du virage de la laveuse ;
- la roue arrière gauche est en liaison pivot d'axe (O_g, \vec{x}_L) par rapport au châssis du véhicule ;
- la roue avant est en liaison pivot d'axe (O_a, \vec{x}_R) par rapport à la direction du véhicule ;
- la roue arrière droite est en liaison pivot d'axe (O_d, \vec{x}_L) par rapport au châssis du véhicule ;
- les deux roues arrière roulent sans glisser sur le sol.

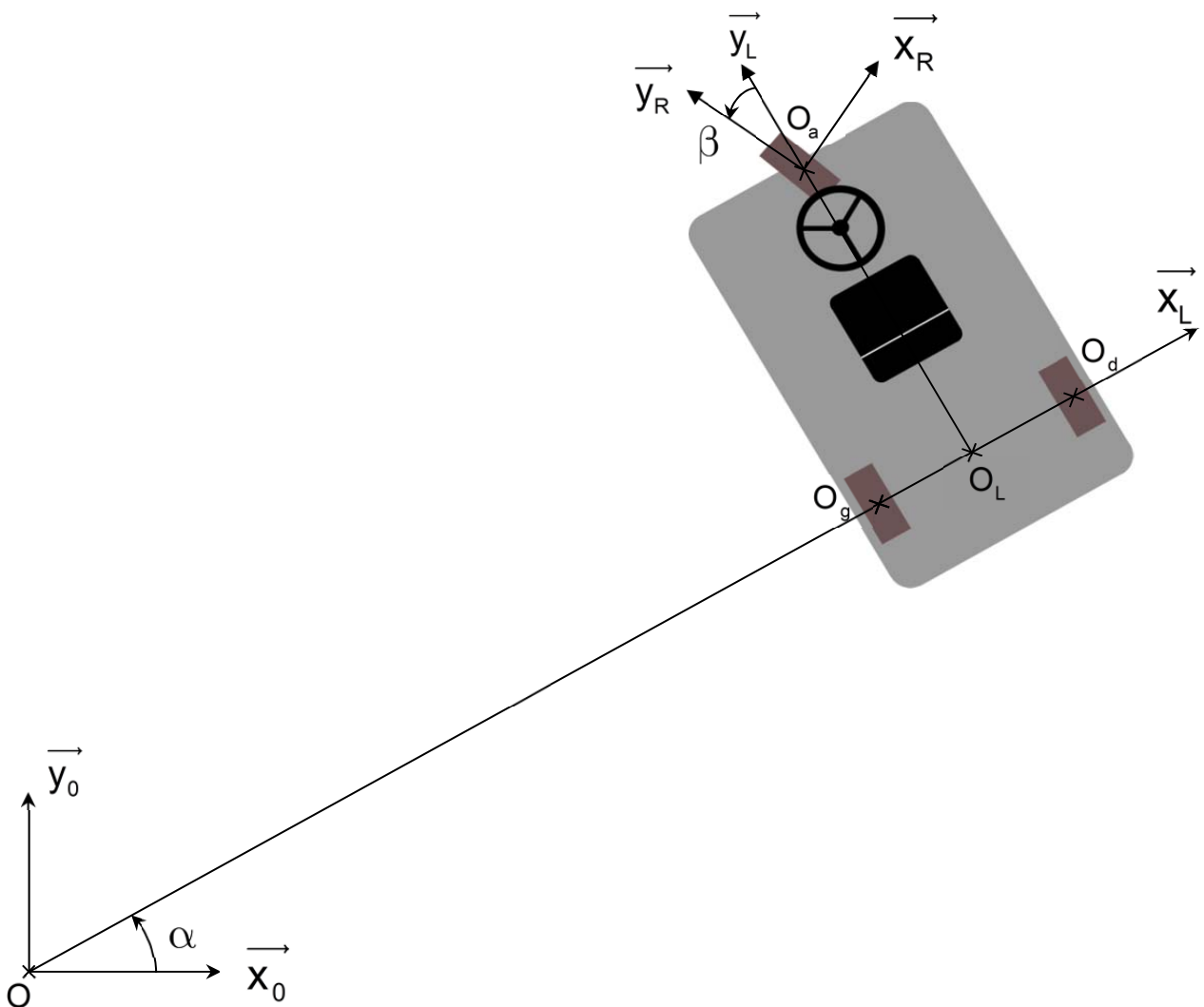


Figure 7 : laveuse en vue de dessus dans un virage

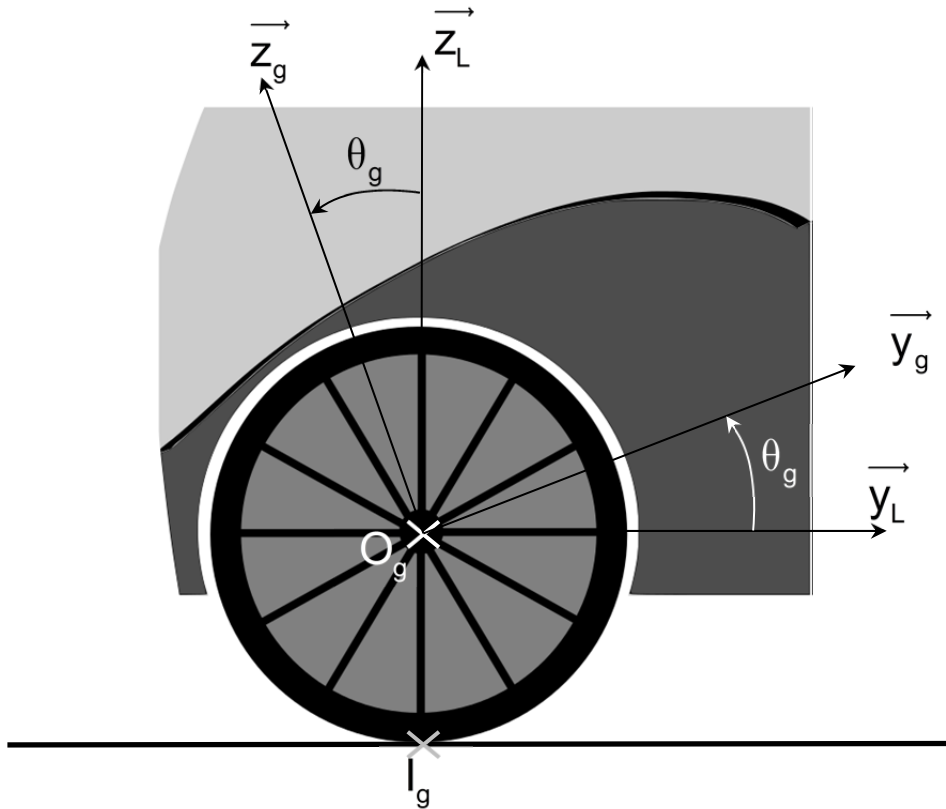


Figure 8 : roue arrière gauche vue de côté

Notations :

- les référentiels :

- $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est fixe et lié au sol ;
- $R_L = (O_L, \vec{x}_L, \vec{y}_L, \vec{z}_L)$ avec $\vec{z}_0 = \vec{z}_L$;
- $R_g = (O_g, \vec{x}_g, \vec{y}_g, \vec{z}_g)$ avec $\vec{x}_g = \vec{x}_L$;
- $R_d = (O_d, \vec{x}_d, \vec{y}_d, \vec{z}_d)$ avec $\vec{x}_d = \vec{x}_L$;

- les vecteurs rotation :

- de la laveuse par rapport au sol
 $\vec{\Omega}(R_L / R_0) = \dot{\alpha} \vec{z}_0$;
- de la roue gauche par rapport au châssis
 $\vec{\Omega}(R_g / R_L) = \dot{\theta}_g \vec{x}_L$ avec $\dot{\theta}_g = \omega_g$;
- de la roue droite par rapport au châssis
 $\vec{\Omega}(R_d / R_L) = \dot{\theta}_d \vec{x}_L$ avec $\dot{\theta}_d = \omega_d$;

- $\vec{OO}_L = \rho \cdot \vec{x}_L$;

- $\vec{O}_g \vec{O}_L = \vec{O}_L \vec{O}_d = \frac{e}{2} \cdot \vec{x}_L$ avec $e = 0,6$ m la largeur de la laveuse ;

- le point de contact entre la roue gauche (droite) et le sol est noté I_g (I_d) avec
 $\vec{I}_g \vec{O}_g = \vec{I}_d \vec{O}_d = r \cdot \vec{z}_0$, $r = 0,150$ m le rayon des roues ;

- le torseur cinématique du solide i par rapport au solide j au point A sera noté :

$$\{V_{i/j}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{V}_{A \in i/j} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} p_{ij} \cdot \vec{x}_k + q_{ij} \cdot \vec{y}_k + r_{ij} \cdot \vec{z}_k \\ u_{ij} \cdot \vec{x}_k + v_{ij} \cdot \vec{y}_k + w_{ij} \cdot \vec{z}_k \end{array} \right\}_A$$

Les annexes 2 et 3 représentent les courbes de réaction du sol sur la roue avant suivant la direction \vec{z}_d (voir figure 6) pour la nouvelle version de la laveuse (moteurs à l'arrière) et pour un angle de rotation du volant de 30° , respectivement sans et avec les lois de commande calculées à la question précédente.

Q9. Comparer les valeurs de réaction du sol sur la roue avant présentées en annexes 2 et 3. **Conclure** quant à l'intérêt d'imposer ces lois de commande.

Q10. Tracer sur le document réponse 2 l'angle β de rotation du volant. **Faire apparaître** le rayon du virage ρ . **En déduire** géométriquement la relation entre l'angle de rotation du volant β , le rayon du virage ρ , a et b .

Q11. Dans les trois cas ci-dessous, **donner** la valeur de ρ et la relation entre ω_g et ω_d :

- si la laveuse tourne sur elle-même, cela signifie qu'elle tourne autour de l'axe (O_L, \vec{z}_0) ;
- si la laveuse va en ligne droite ;
- donner la valeur de ρ et de ω_g si la laveuse tourne autour de la roue gauche.

Q12. Exprimer la vitesse de la laveuse $\vec{V}_{O_L \in R_L / R_0} = \vec{V}$:

- en fonction de r , e , ω_g et $\dot{\alpha}$ en utilisant la relation de roulement sans glissement au point de contact I_g de la roue arrière gauche avec le sol ;
- en fonction de r , e , ω_d et $\dot{\alpha}$ en utilisant la relation de roulement sans glissement au point de contact I_d de la roue arrière gauche avec le sol ;
- en fonction de ρ et $\dot{\alpha}$.

Q13. Exprimer à partir des résultats précédents les expressions de ω_g et ω_d en fonction de V et de ρ et des caractéristiques géométriques du système.

Q14. A partir de la relation trouvée précédemment entre β et ρ , **exprimer** ω_g et ω_d en fonction de V et de β et des caractéristiques géométriques du système.

Ces deux relations servent à commander chaque moteur en fonction de la rotation du volant et de l'enfoncement de la pédale de vitesse.

Partie 3 : étude de la commande des moteurs

La loi de commande des moteurs a été établie dans la partie 2, il faut maintenant s'assurer que sa mise en œuvre soit correctement réalisée.

Comme décrit dans le synoptique de la figure 9, le pilotage des moteurs à courant continu à partir de la carte de commande se fait via une interface de puissance

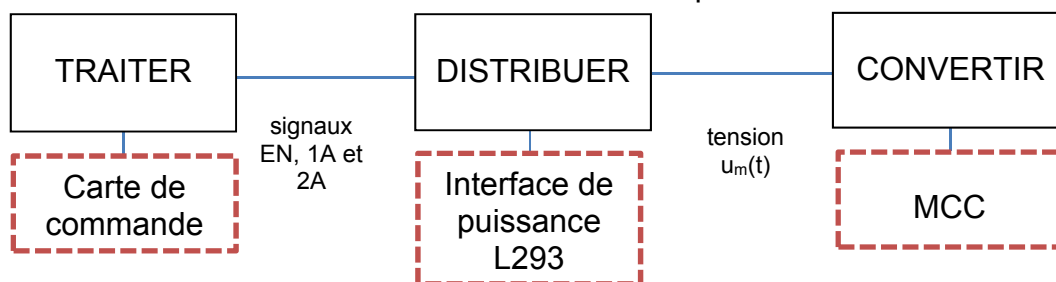


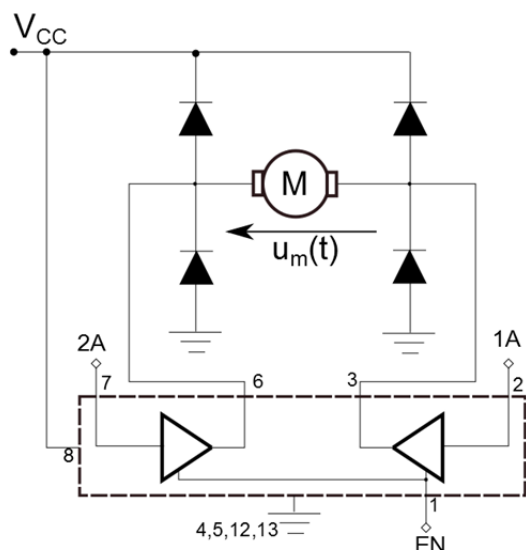
Figure 9 : synoptique de la commande des MCC

L'objectif de cette partie est de vérifier et d'ajuster les performances de la chaîne d'énergie.

En fonction de la position de la pédale et des mesures de vitesse effectuées par la génératrice tachymétrique, les moteurs doivent ralentir ou accélérer. C'est la carte de commande qui élabore cet ordre qu'elle transmet ensuite à l'interface de puissance L293.

Ce composant intégré possède 3 entrées binaires (EN, 1A et 2A). Son fonctionnement est décrit dans le tableau ci-dessous.

Le moteur est connecté entre les broches 3 et 6 du composant.



| EN | 1A | 2A | FUNCTION |
|----|----|----|-----------------|
| H | L | H | Turn right |
| H | H | L | Turn left |
| H | L | L | Fast motor stop |
| H | H | H | Fast motor stop |
| L | X | X | Fast motor stop |

L = low, H=high, X = don't care

Figure 10 : schéma de connexion de l'interface de puissance

Q15. À partir du cahier des charges fonctionnel (figure 2), **déduire** les possibilités de réversibilité en courant et en tension du convertisseur alimentant le moteur. **Justifier** la réponse.

Une représentation simplifiée d'une partie de la structure interne de l'interface de puissance est donnée à la figure 11. La tension U_0 est supposée constante $U_0 = 24V$.

Les interrupteurs seront supposés parfaits.

M représente le moteur à courant continu.

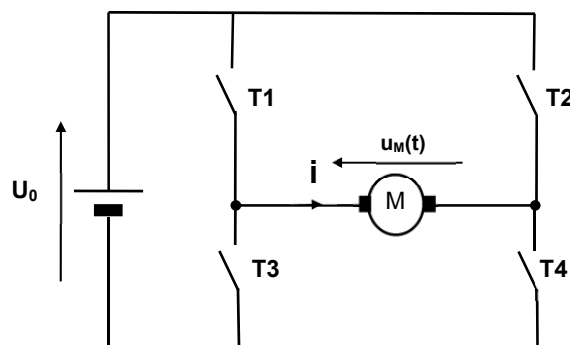


Figure 11 : schéma structurel du convertisseur statique

Les signaux 1A et 2A produits par la carte de commande gèrent les interrupteurs T1, T2, T3 et T4 tels que (T1-T4) d'une part et (T2-T3) d'autre part sont commandés simultanément à la fermeture et à l'ouverture.

1A et 2A sont T-périodiques de fréquence $f = 1/T = 20 \text{ kHz}$.

Pour t compris entre 0 et αT , T1-T4 sont fermés et T2-T3 sont ouverts. Sur le reste de la période (t compris entre αT et T), T2-T3 sont fermés et T1-T4 sont ouverts.

Q16. Sur le document réponse 3, **représenter** le chronogramme sur deux périodes de la tension u_M pour un rapport cyclique de 0,25.

Q17. Exprimer $\langle u_M \rangle$ la valeur moyenne de la tension u_M aux bornes de l'induit de la MCC en fonction de la tension U_0 et du rapport cyclique α . À partir de cette relation, **proposer** un encadrement du rapport cyclique pour chaque ligne du tableau du document réponse 3.

Le programme qui permet de commander la vitesse des moteurs est donné dans le document réponse 3.

Le rapport cyclique « alpha » est codé sur un octet.

Q18. Dans ce programme, **déterminer** si la valeur affectée à la variable « alpha » est correcte pour permettre à la laveuse d'avancer à 3 km/h (mode lavage en marche avant). Sinon, **proposer** la modification à apporter en justifiant les calculs.

Partie 4 : étude de la chaîne d'acquisition de la vitesse de rotation des roues de la laveuse.

Une mesure faussée de la vitesse de rotation des roues de la laveuse pourrait engendrer un mauvais comportement de celle-ci lors de la conduite (glissement, dérapage...)

Il est donc important de s'assurer que la mesure de la vitesse est correctement réalisée.

Cette mesure est faite par une génératrice tachymétrique qui est installée sur l'essieu reliant les roues arrière.

La tension issue du capteur $V_E(t)$ est perturbée par des parasites générés par le passage des balais d'une lame de cuivre à l'autre sur le collecteur de la génératrice. Un filtre pouvant atténuer ces perturbations est donc installé en aval du capteur de vitesse.

Le schéma simplifié de la chaîne d'acquisition est donné ci-dessous :

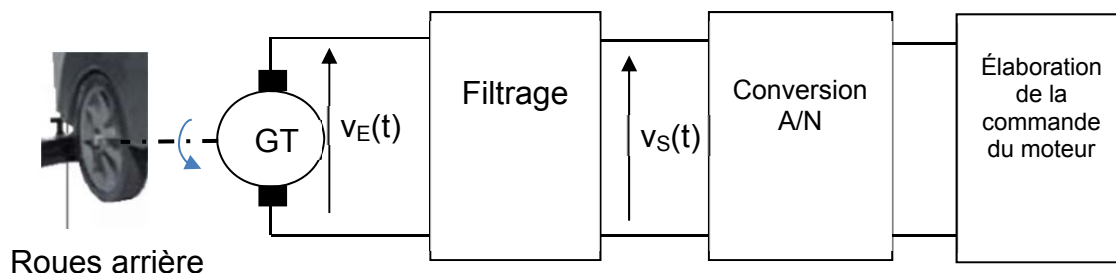


Figure 12 : chaîne d'acquisition de la vitesse des roues

Les objectifs de cette partie sont :

- rechercher la fréquence de coupure du filtre à installer ;
- vérifier les performances du filtre et de la conversion A/N.

Le collecteur de la génératrice possède 14 lames. Son arbre tourne à une vitesse maximale de 5836 tr/min, ce qui correspondrait à une vitesse de roues de 6 km/h.

On note f_0 la fréquence de coupure du filtre en amont du CAN et f_p la fréquence fondamentale des parasites générés par le collecteur.

Q19. Calculer f_p .

Les caractéristiques du filtre sont les suivantes :

- la fréquence f_0 vaut $f_0 = 0,1.f_p$;
- les signaux ayant une fréquence supérieure ou égale à f_p devront subir une atténuation strictement supérieure à 20 dB par rapport aux signaux en basses fréquences.

Q20. Dessiner un gabarit de filtre respectant ces contraintes.

La figure 13 est un exemple de structure de filtre proposée par le constructeur du capteur.

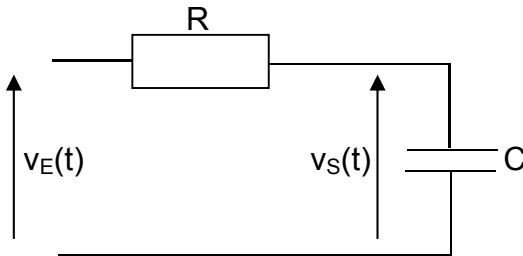


Figure 13 : solution de filtrage du constructeur

Q21. Montrer que le filtre de la figure précédente ne peut pas satisfaire les exigences d'atténuation fixées plus haut.

On propose d'ajouter un deuxième filtre en cascade identique au premier.

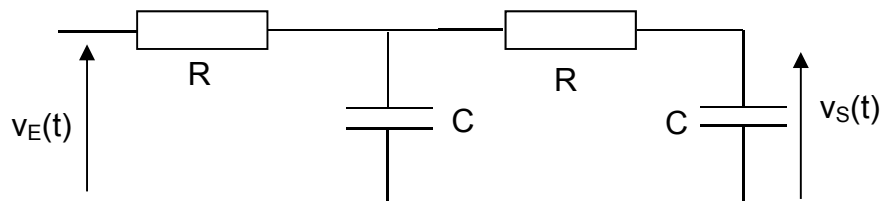


Figure 14 : deuxième solution de filtrage

Q22. Calculer la fonction de transfert $\frac{V_S(j\omega)}{V_E(j\omega)}$ relative au montage de la figure 14 et **montrer** que le filtre peut convenir pour satisfaire les exigences d'atténuation fixées plus haut.

Q23. Choisir des valeurs de R et de C de façon à satisfaire le gabarit défini plus haut.

La vitesse de la laveuse peut varier de -2 km/h à 6 km/h. La mesure faite par la génératrice tachymétrique est ensuite convertie en un mot de 5 bits.

Q24. Calculer la plus petite variation de vitesse au niveau des roues qui pourra être mesurée. **Conclure** quant au respect du cahier des charges au regard de la précision de cette mesure.

Partie 5 : dimensionnement des moteurs

La nouvelle structure de la laveuse implique l'utilisation de deux moteurs à l'arrière au lieu d'un à l'avant.

L'objectif de cette partie est de déterminer les caractéristiques des moteurs qui propulseront la laveuse, et de valider le choix de celui-ci.

Pour dimensionner les moteurs, on se place dans les conditions les plus défavorables, c'est-à-dire pendant le lavage dans une montée de pente maximale de 6 % (soit un angle $\varphi_L = 3,4^\circ$)

et en phase d'accélération. On ne négligera plus les inerties des roues et des rotors moteurs et on prendra en compte le frottement de roulement et le frottement des éléments lavant.

Données

- masse du véhicule et du conducteur : $M_S = 500 \text{ kg}$;
- chaque moteur fournit le même couple $\frac{C_m}{2}$, dans cette partie, on considère donc qu'il y a un seul moteur qui fournit un couple C_m ;
- vitesse maximale du véhicule en mode lavage : $V_{\max} = 3 \text{ km/h}$;
- vitesse de rotation du moteur : $\omega_m = \omega_{mg} = \omega_{md}$, (ω_{mg} pour le moteur gauche et ω_{md} pour le moteur droit), car la laveuse avance en ligne droite dans cette partie ;
- vitesse de rotation de l'arbre à la sortie du réducteur : ω_r ;
- rapport de réduction du réducteur : $k = \frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{1}{55}$;
- vitesse de rotation de la roue arrière gauche d'axe (O_g, \vec{y}_L) : $\omega_g = \omega_r$ (ligne droite) ;
- vitesse de rotation de la roue arrière droite d'axe (O_d, \vec{y}_L) : $\omega_d = \omega_r$ (ligne droite) ;
- moment d'inertie des roues avant, arrière droite et gauche autour de leur axe : $J_{av} = J_{rd} = J_{rg} = J_r = 25 \cdot 10^{-3} \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$;
- moment d'inertie du rotor du moteur autour de son axe : $J_m = 15 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$;
- rendement global de la chaîne de transmission : $\eta = 0,8$;
- rayon de la roue arrière motrice : $r = 0,15 \text{ m}$;
- intensité de l'effort axial de frottement sec (Loi de Coulomb) dû aux frottements des brosses et de la raclette sur le sol : $F_f = 107 \text{ N}$;
- intensité de l'effort axial de frottement de roulement : $T_{roul} = f_r \cdot M_S \cdot g$ avec $f_r = 0,025$ (voir figure 15) ;
- on considérera que la roue avant roule sans glisser sur le sol.

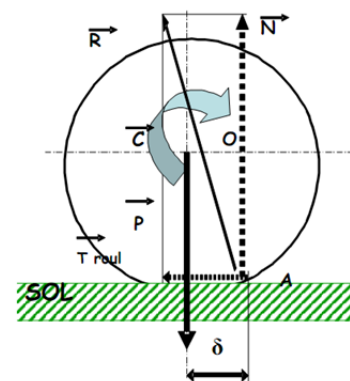


Figure 15 : modèle de frottement de roulement

Q25. Exprimer ω_m en fonction V , r et k .

Q26. Exprimer en fonction de ω_m l'énergie cinétique, dans son mouvement par rapport à R_0 :

- T_1 , du châssis de la laveuse avec le conducteur ;
- T_2 , du rotor de l'arbre moteur ;
- T_3 , des trois roues de la laveuse ;

L'énergie cinétique des autres éléments dans leur mouvement par rapport à R_0 est négligée.

Q27. Exprimer l'inertie équivalente J_{eq} de l'ensemble, ramenée sur l'arbre moteur.

Q28. Écrire le théorème de l'énergie cinétique appliqué au véhicule complet.

Q29. Exprimer le couple moteur C_m en fonction de η , J_{eq} , M_S , k , r , g , M_S , φ_L , F_f , f_r et $\dot{\omega}_m$. **Réaliser** l'application numérique en considérant que la vitesse maximale est atteinte en 5 s.

Q30. Les caractéristiques techniques du moteur préconisé par le constructeur sont présentées dans l'annexe 4. À partir des résultats obtenus aux questions précédentes, **justifier** que le moteur choisi est bien adapté.

Partie 6 : asservissement des moteurs

Pour satisfaire les lois de commandes établies précédemment, il est nécessaire d'asservir en vitesse les moteurs de la laveuse. Les performances de l'asservissement exprimées dans le cahier des charges de la figure 2 permettent un fonctionnement sûr et optimum de la laveuse.

Afin de commander le déplacement de la laveuse, le conducteur utilise la pédale pour gérer la vitesse des roues et le volant pour gérer l'orientation du véhicule. Les moteurs qui équipent la laveuse sont des moteurs à courant continu. Ils sont asservis en vitesse de rotation.

L'objectif de cette partie est de vérifier que les performances de l'asservissement en vitesse d'un des moteurs correspondent bien au cahier des charges.

Une représentation possible de cet asservissement est présentée à la figure 16.

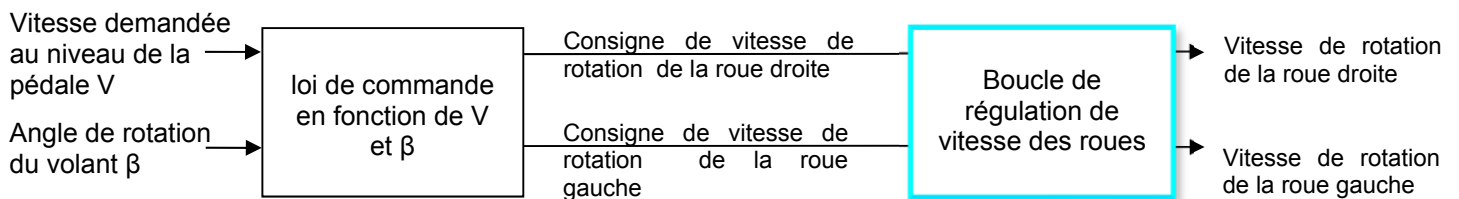


Figure 16 : Schéma bloc de l'asservissement

L'étude qui suit se fait dans le cas particulier où la laveuse avance en ligne droite.

L'asservissement en vitesse est réalisé par :

- un correcteur du signal d'écart entre la vitesse de consigne ω_C et la vitesse mesurée ω des roues. Ce correcteur de fonction de transfert $C(p)$ fournit $V_\alpha(p)$ la tension de commande du convertisseur statique ;
- un convertisseur statique qui, à partir de la tension $V_\alpha(p)$, fournit la tension $U_m(p)$ au moteur. L'expression de sa fonction de transfert $H_C(p)$ est abordée dans les questions suivantes ;
- le moteur tournant à la vitesse ω_m modélisé par sa fonction de transfert $H_m(p)$;
- un réducteur de rapport de réduction $k = \frac{\omega}{\omega_m} = \frac{1}{55}$;
- un capteur de vitesse, sous la forme d'une génératrice tachymétrique (GT) modélisée par un gain pur $G_0 = 1 \text{ V}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$.

Les équations différentielles qui caractérisent le comportement des moteurs de la laveuse sont :

$$\begin{aligned}
 & - u_M(t) = R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} + e(t) & - e(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \\
 & - J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = C_m(t) & - C_m(t) = K_t \cdot i(t)
 \end{aligned}$$

Avec :

- u_m , tension aux bornes de l'induit (en V) ;
 - i , courant d'induit (en A) ;
 - e , force contre-électromotrice (en V) ;
 - $R = 0,55 \Omega$: résistance d'induit ;
 - $L = 1,6 \text{ mH}$: inductance d'induit ;
 - c_m , couple exercé par le moteur (en N·m) ;
- $J = 0,015 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, moment d'inertie total des parties mobiles ramenées sur l'arbre moteur ;
 - $K_t = 0,06 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$, constante de couple ;
 - $K_e = 0,06 \text{ V}\cdot\text{rad}^{-1}\cdot\text{s}$, constante de vitesse ;
 - $r = 0,15 \text{ m}$, rayon de la roue.

Q31. Sur le document réponse 4, **compléter** le schéma bloc du fonctionnement du moteur à courant continu.

Q32. Calculer la fonction de transfert $H_m(p) = \frac{\omega(p)}{U_m(p)}$.

Q33. En posant $\tau_e = \frac{L}{R}$ et $\tau_{em} = \frac{JR}{K_e K_t}$, justifier qu'elle puisse être mise sous la forme

$$H_m(p) = \frac{B_0}{(1 + \tau_{em} \cdot p)(1 + \tau_e \cdot p)}$$

Par la suite, quels que soient les résultats trouvés :

- on prendra $B_0 = 16,7 \text{ rad}/(\text{s}\cdot\text{V})$ et $\tau_{em} = 2,3 \text{ s}$,
- on supposera que le correcteur a pour fonction de transfert $C(p) = C_0$.

Q34. Sur le document réponse 4, **compléter** le schéma bloc de l'asservissement en vitesse de l'un des moteurs.

K_a est le coefficient de mise en forme de la consigne de vitesse, exprimé en $\text{V}/(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$.

Q35. Comment choisir le gain K_a pour que la vitesse $\omega(t)$ soit correctement asservie ?

On soumet le convertisseur statique à un échelon de V_α , on obtient la réponse indicielle U_m présentée à la figure 17.

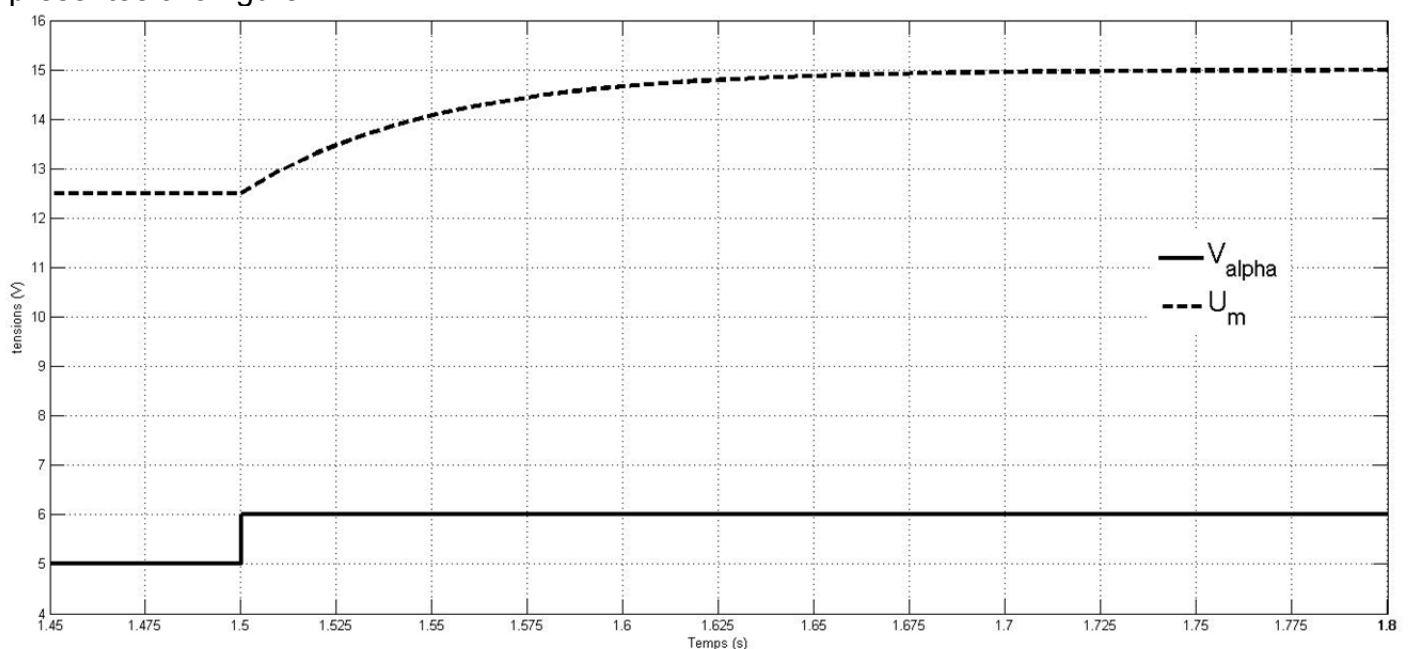


Figure 17 : réponse indicielle de U_m à un échelon de V_α

Nous supposons que $H_c(p)$ est une fonction de transfert de type passe-bas du premier ordre et peut donc se mettre sous la forme $H_c(p) = \frac{A_0}{1 + \tau p}$.

Q36. Déduire de la figure 17 les valeurs des coefficients τ et A_0 .

Q37. Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée $FTBF(p) = \frac{\omega(p)}{\omega_c(p)}$ en fonction de A_0 , B_0 , C_0 , G_0 , k , τ_{em} , τ et K_a ; et la **mettre** sous la forme canonique

$$FTBF(p) = \frac{\alpha}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \left(\frac{p}{\omega_0}\right)^2}$$

Q38. On souhaite que la laveuse réponde à une consigne de vitesse le plus rapidement possible et sans dépassement. **Déterminer** la valeur du coefficient d'amortissement ξ à choisir pour respecter cette contrainte. **En déduire** la valeur de C_0 .

Q39. À l'aide de l'abaque de la figure 18, **conclure** quant au respect du cahier des charges en termes de temps de réponse.

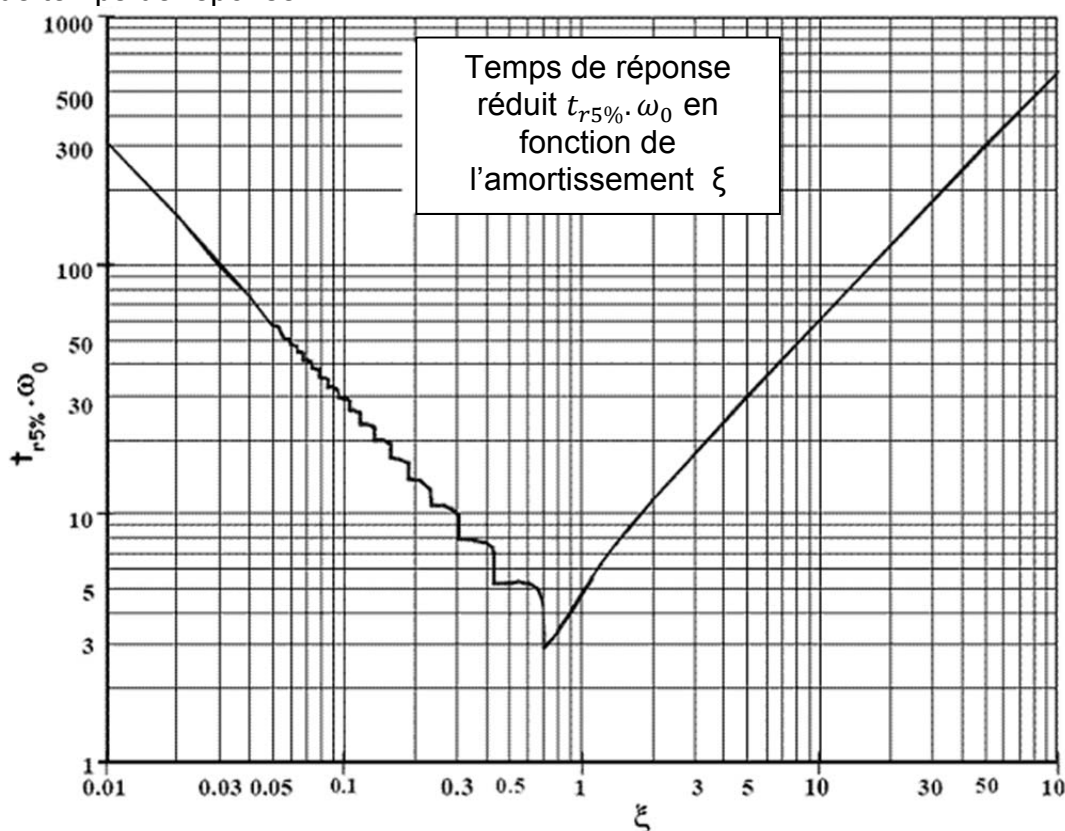


Figure 18 : abaque, temps de réponse réduit en fonction de l'amortissement

On prendra pour la suite du problème : $FTBO(p) = \frac{11}{1 + 2,35p + 0,115p^2}$.

Le tracé réel du diagramme de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte est donné sur le document réponse 5.

Q40. Déterminer sur le document réponse 5 la marge de phase et la marge de gain du système.

Q41. Calculer l'erreur statique commise sur la vitesse de rotation des roues suite à une consigne en échelon d'amplitude de 5 km/h.

Partie 7 : Bilan de l'étude de commande des moteurs

Q42. Esquisser l'évolution temporelle de la vitesse de rotation des roues suite à cet échelon.

Q43. Justifier si une telle réponse temporelle correspond aux attentes du cahier des charges en termes de rapidité, précision et stabilité.

Q44. Quelle sécurité doit être prévue si l'utilisateur appuie à fond sur la pédale de vitesse sur une ligne droite ? **Proposer** une solution technologique à inclure dans la boucle d'asservissement.